

Notice de
Travaux Pratiques Avancés

"Supraconductivité HTc"
et
"Flux magnétiques"

Dr. Efraín Carreño-Morelli

Département de Physique - Institut de Génie Atomique

octobre 1999

TABLE DES MATIÈRES

Contenu de la notice	3
Guide de lecture	3
PARTIE A : GÉNÉRALITÉS	
Chapitre I : Introduction	
I.1. Les supraconducteurs	4
I.2. Thermodynamique	7
I.3. Théorie de Ginzburg-Landau	9
Chapitre II : Résistivité dans les supraconducteurs	
II.1. Flux flow	12
II.2. Ancrage et courant critique	14
II.3. Activation thermique	14
Chapitre III : Modèle critique	
III.1. Point de départ	17
III.2. Plaque : modèle de Bean	18
III.3. Ruban : modèle non local	21
Chapitre IV : Les supraconducteurs HTc	
IV.1. Structure cristallographique	26
IV.2. Préparation des supraconducteurs HTc	27
IV.3. Le réseau de vortex	27
Chapitre V : Méthodes expérimentales	
V.1. Susceptométrie	29
V.2. Observations magnéto-optiques	30
PARTIE B : SUPRACONDUCTIVITÉ HTc	
B.1. Objectifs	31
B.2. Principe de la mesure	31
B.3. Montage expérimental	36
B.4. Exercices	39
PARTIE C : FLUX MAGNÉTIQUES	
C.1. Introduction	43
C.2. Effet Faraday	43
C.3. Technique expérimental	45
C.4. Traitement des images avec Matlab	47
Références	50
ANNEXES	
Annexe I : Mécanismes d'ancrage	52
Annexe II : <i>Nonlinear A.C. susceptibility response near the irreversibility line</i>	54

Contenu de la notice

Cette notice regroupe les informations relatives à deux expériences de TPA distinctes, "Supraconductivité HTc" et "Flux magnétiques". Etant donné que toutes deux concernent les supraconducteurs à haute température critique, il est évident qu'elles font appel à des bases communes.

La première partie de cette notice (partie A) présente les généralités utiles à la compréhension des expériences. On y trouve pour commencer une brève introduction à la supraconductivité, aboutissant à une description relativement précise des vortex (chapitre I). Aux chapitres II et III sont développés les éléments de la physique des vortex utiles pour ces expériences (notamment les notions de courant et modèle critiques). Ces chapitres sont complétés par deux annexes (I et II). Puis le chapitre IV donne des détails sur les particularités des matériaux étudiés, les supraconducteurs à haute température critique. Si ces informations ne sont pas forcément toutes directement utilisées au cours des différentes séances, elles sont par contre utiles pour replacer ces travaux dans un contexte plus large. Finalement, le dernier chapitre (V) donne un petit aperçu des méthodes expérimentales les plus fréquemment utilisées pour l'étude de la physique des vortex, et permet ainsi de saisir les avantages et les originalités des deux méthodes proposées ici.

Les parties B et C sont spécifiques à l'expérience "Supraconductivité HTc" et "Flux magnétiques" respectivement.

Guide de lecture

Pour l'expérience "Supraconductivité HTc", il est demandé de lire l'essentiel des parties A et B (exception faite de la section III.3 qui peut être laissée de côté), en mettant l'accent sur le chapitre II. Une première lecture des chapitres I et II ainsi que des sections B.1 à B.3 est *indispensable* avant la première séance. L'annexe III (séparée) est à lire en relation avec la section B.5, au cours des séances suivantes.

Pour l'expérience "Flux magnétiques", on lira également toute la partie A, avec une attention particulière au chapitre III, et bien entendu la partie C. A nouveau, les chapitres I et II ainsi que les sections C.1 à C.2 doivent *impérativement* être lus avant la première séance expérimentale.

On trouvera des exposées générales de la supraconductivité, et en particulier de la théorie microscopique dans les livres de P. G. De Gennes [1], M. Tinkham [2] et L. D. Landau and E. Lifshitz [3], qui demandent des bonnes bases en physique du solide. Il est fortement conseillé de consulter les livres de J. Baixeras [5] et G. Burns [6] qui donnent un excellent aperçu général de la supraconductivité. Le contenu de cette notice est basé sur des notes de V. Berseth [7], E. Cuche [8], C.J. van der Beeck et M. O. André [9].

E. Carreño-Morelli, octobre 1999

PARTIE A : GÉNÉRALITÉS

Chapitre I : Introduction

I.1. Les supraconducteurs

Supraconducteurs de type I

La découverte de la supraconductivité, datant de 1911, est due au hollandais Kammerling Onnes [10]. Il étudiait à cette époque le comportement électrique de métaux très purs à basse température. Ayant peu auparavant réussi à liquéfier l'hélium (le gaz inerte dont le point d'ébullition est le plus bas, soit 4.21 K à pression ambiante), il avait accès à des températures encore jamais atteintes.

On savait déjà que de façon générale la résistivité des métaux diminue linéairement avec la température jusqu'à un certain point. Au-dessous de ce point, elle reste généralement constante malgré un abaissement supplémentaire de la température. C'est la *résistivité résiduelle*, due aux impuretés présentes dans le métal (le cuivre, par exemple, même très pur, garde toujours quelques défauts dans sa structure cristalline). Onnes choisit donc d'étudier le mercure, ce métal pouvant atteindre un niveau de pureté très poussé. Le résultat de la mesure était complètement inattendu : au-dessous de 4.15 K, la résistivité tombe abruptement à zéro (figure 1).

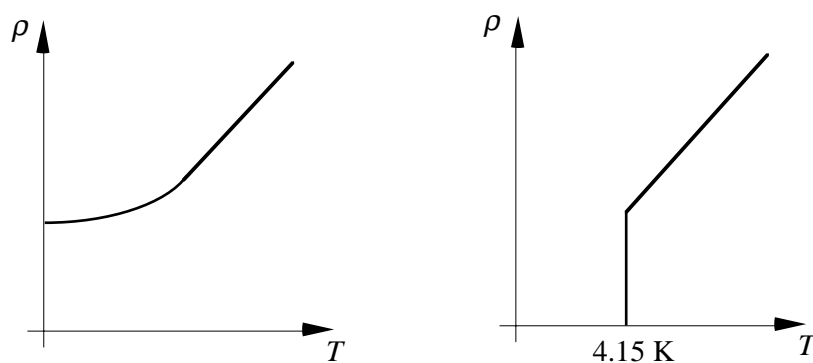


Fig. 1 : Résistivité électrique des métaux à basse température. A gauche, conducteur normal, comme le cuivre. A droite, comportement supraconducteur du mercure.

Cette résistivité nulle est l'une des deux "signatures" d'un supraconducteur. A part les matériaux ferromagnétiques et quelques exceptions comme le cuivre, l'or et l'argent, presque tous les métaux subissent la même transition, à des températures légèrement différentes (dont la plus élevée est 7.20 K pour le plomb). Remarquons au passage que cette propriété n'est pas liée au degré de pureté du matériau. En effet, on peut par exemple ajouter volontairement des impuretés dans le mercure, sans pour autant lui faire perdre son comportement de supraconducteur.

L'autre signe caractéristique d'un supraconducteur concerne ses propriétés magnétiques. Pour les métaux simples comme ceux mentionnés ci-dessus (dits *supraconducteurs de type I*), la disparition de la résistivité électrique est accompagnée d'une expulsion totale du champ magnétique ambiant¹. Cet *effet Meissner* (découvert en 1933 par Meissner et Ochsenfeld [11]) n'a lieu que si le champ magnétique est suffisamment faible. Au-dessus d'un certain champ (qui dépend du matériau et de la température), son expulsion demande trop d'énergie, et la transition de métal normal à supraconducteur, non favorable, n'a plus lieu. Cette valeur limite du champ magnétique est appelée champ critique, et noté $H_c(T)$. On peut ainsi tracer schématiquement un diagramme de phases d'un supraconducteur de type I dans le plan (H, T) :

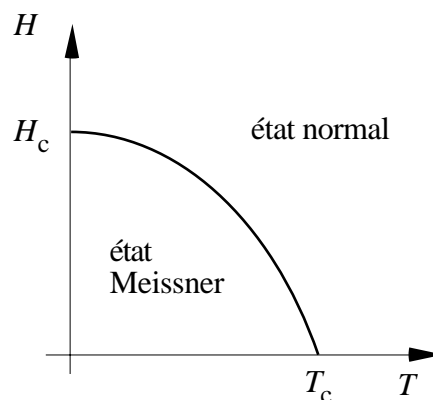


Fig. 2 : Diagramme de phases d'un supraconducteur de type I.

On trouve au-dessous de la courbe $H_c(T)$ (qui est approximativement parabolique) l'état supraconducteur (dit aussi *état Meissner*). Au-dessus se trouve l'état normal. La température critique T_c est la température de la transition en champ nul (donnée ci-dessus dans le cas du mercure et du plomb), le champ H_c est le champ critique à température nulle. Cette dernière valeur est relativement faible : $\mu_0 H_c$ est situé entre 0.005 T (pour le zinc) et environ 0.08 T (pour le plomb). Ces limitations particulièrement restrictives font de ces supraconducteurs des matériaux peu intéressants sur le plan technique.

Supraconducteurs de type II

On retiendra de ce qui précède qu'un supraconducteur de type I est un diamagnétique parfait (expulsion du champ magnétique) aussi bien qu'un conducteur parfait (résistivité nulle). Il existe toutefois d'autres supraconducteurs, dits de *type II*, dont les caractéristiques ne sont pas aussi simples.

¹ Contrairement à ce que l'on pourrait penser au premier abord, ce phénomène n'est pas une conséquence directe de la résistivité nulle des supraconducteurs. Ce point sera développé à la section I.2.

Une première partie des matériaux de cette catégorie est formée par les supraconducteurs dits *classiques*. Bien que découverts il y a plusieurs décennies, ils occupent aujourd'hui encore une grande place dans les applications industrielles de la supraconductivité. Les plus importants d'entre eux sont les alliages à base de niobium tels le Nb_3Sn , le Nb_3Ge (qui possède la plus haute température critique de cette classe de supraconducteurs : $T_c = 23.4 \text{ K}$), ou encore les alliages Nb-Ti.

Une autre classe importante de matériaux de type II, beaucoup plus récente, est celle des supraconducteurs dits à *haute température critique* (HTc). Découverts en 1986, ces matériaux ont pour point commun une structure cristalline formée de plans d'oxyde de cuivre, d'où leur nom de *cuprates*. Ces plans sont séparés par des couches d'éléments lourds tels que l'yttrium et le barium ($\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$), le bismuth, le strontium et le calcium ($\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$), etc. La température critique de ces composés peut dépasser 130 K. Le plus étudié d'entre eux, l' YBaCuO , a une température critique de 90 K environ (variant légèrement en fonction du dopage en oxygène). Ces supraconducteurs, bien qu'encore peu utilisés industriellement, sont très prometteurs et sont l'objet de la grande majorité des efforts de recherche en supraconductivité. Une description plus détaillée de ces matériaux HTc est donnée au chapitre IV.

Pour terminer cette énumération (non exhaustive) des différentes classes de supraconducteurs de type II, on peut encore mentionner brièvement l'existence de matériaux organiques (soit à base de molécules complexes, comme le bis-éthylendithia-tétrathiafulvalène, abrégé BEDT-TTF, soit à base de fullerènes, comme le K_3C_{60}), et d'oxydes non cuprates, comme le $\text{BaPb}_{1-\delta}\text{Bi}_\delta\text{O}_3$. Ces différents matériaux n'ont jusqu'à ce jour pas permis de dépasser des températures critiques de l'ordre d'une trentaine de Kelvin.

Le diagramme de phases d'un supraconducteur de type II est plus complexe que celui d'un supraconducteur de type I. Même si l'état Meissner existe aussi, il est séparé de l'état normal par une zone supplémentaire, souvent appelée *état mixte*. On se trouve donc en présence de deux champs critiques différents, notés H_{c1} et H_{c2} :

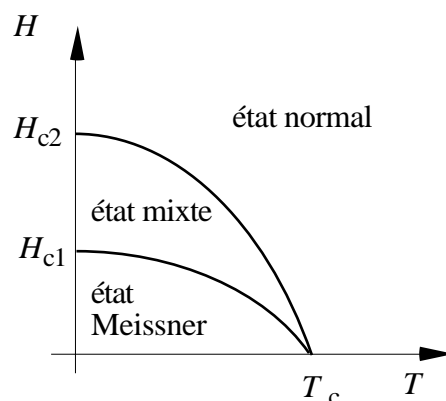


Fig. 3 : Diagramme de phases d'un supraconducteur de type II.

Dans l'état mixte, le champ magnétique pénètre l'échantillon localement, sous la forme de "lignes de flux" isolées. Ces lignes sont entourées de courants circulaires locaux, d'où leur nom de *vortex* (par analogie avec les tourbillons que l'on trouve dans les fluides). A l'intérieur de ces vortex, l'échantillon est dans l'état normal (c'est-à-dire non supraconducteur). Ces petits "tubes" de champ magnétique ont la propriété de tous contenir exactement le même flux, dont la valeur est $\phi_0 = 2.1 \cdot 10^{-15} \text{ Wb}$. Comme on le verra aux chapitres II et IV, les vortex ont une importance fondamentale dans le comportement des supraconducteurs de type II, aussi bien sur le plan des propriétés magnétiques qu'électriques.

I.2. Thermodynamique

Dans l'optique d'une formulation théorique de la supraconductivité, un premier problème qui se pose est celui de la validité d'une description thermodynamique pour ce phénomène. Comme on va le voir, la question n'est pas triviale. En effet, si l'on suppose simplement qu'un supraconducteur est un conducteur parfait, on peut déduire des lois de l'électromagnétisme que toute *modification* de champ extérieur sera écartée par des courants induits. Cette simple hypothèse n'est pas suffisante, car alors un seul point du diagramme de phases $(H, T)^2$ peut correspondre à plusieurs états différents du système. Pour illustrer ceci, reprenons le diagramme donné en figure 2, et modifions le système d'un "état" A à un "état" D (figure 4).

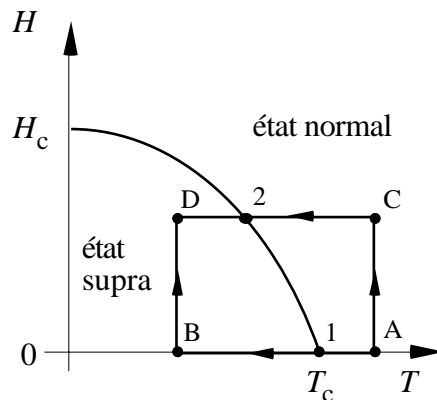


Fig. 4 : Deux chemins menant d'un état normal en champ nul (A) à un état supraconducteur en champ non nul (D). Sans l'effet Meissner, ces deux chemins conduiraient à deux états différents en D.

² On néglige dans toute cette discussion les dépendances de la troisième variable thermodynamique naturelle qu'est la pression.

Si la transition "état normal - état supraconducteur" a lieu en champ nul, on se retrouve bien sûr au point B avec un champ nul à l'intérieur de l'échantillon. Ensuite, même si un champ extérieur est appliqué (en allant par exemple au point D), l'écrantage assuré par l'absence de résistivité maintiendra le champ interne nul. Par contre, si un champ extérieur est appliqué *avant* la transition, il pénètre entièrement l'échantillon, et n'est par la suite plus écranté. Ainsi, le chemin qui mène de A à D en passant par C termine avec un état en D dans lequel le champ interne est égal au champ appliqué.

Par conséquent, on s'aperçoit que l'effet Meissner, soit l'expulsion totale du champ magnétique au moment de la transition (au point 2 de la figure 4), ne découle pas de la résistivité nulle. Son existence assure la validité d'une théorie thermodynamique de la supraconductivité.

On peut dès lors considérer le potentiel thermodynamique de Gibbs par unité de volume $g(H, T)$. La différentielle de cette grandeur est $dg = -s dT - \mu_o M dH$, où s est l'entropie par unité de volume et M l'aimantation. Par effet Meissner, $M = -H$ et à température fixée, on obtient $dg_s = \mu_o H dH$ (où l'indice s rappelle que l'on considère l'énergie de l'état supraconducteur). D'où par intégration

$$g_s(H, T) = g_s(0, T) + \frac{1}{2} \mu_o H^2 \quad (\text{I.1})$$

On suppose ici que l'énergie de l'état normal g_n est indépendante du champ magnétique, soit :

$$g_n(H, T) = g_n(0, T) \quad (\text{I.2})$$

ce qui revient à dire que dans l'état normal l'échantillon est amagnétique ($M = 0$). L'équilibre entre les phases normale et supraconductrice est obtenu avec $H = H_c(T)$. En égalant alors (I.1) et (I.2), on trouve que

$$g_n(0, T) - g_s(0, T) = \frac{1}{2} \mu_o H_c^2(T) \quad (\text{I.3})$$

Ceci permet d'obtenir, par soustraction de (I.2) à (I.1),

$$g_s(H, T) - g_n(H, T) = \frac{1}{2} \mu_o [H^2 - H_c^2(T)] \quad (\text{I.4})$$

On constate donc que la différence d'énergie entre l'état supraconducteur et l'état normal est composée de deux termes. Le premier est l'énergie magnétique $\mu_o H^2/2$ qu'il faut dépenser pour expulser le champ extérieur H . Le second, $\mu_o H_c^2(T)/2$, appelé *énergie de condensation*, est l'énergie gagnée par unité de volume en effectuant la transition supraconductrice à température T .

I.3. Théorie de Ginzburg-Landau

La théorie microscopique de la supraconductivité n'est apparue qu'en 1957, grâce à Bardeen, Cooper et Schrieffer (théorie BCS [13]). On y décrit l'interaction *attractive* entre deux électrons par l'intermédiaire d'un phonon (mode de vibration des ions formant le réseau cristallin). Sous l'effet de cette interaction, on assiste à un appariement des électrons en *paires de Cooper*, dont l'énergie est inférieure à l'énergie des deux électrons isolés (le gain d'énergie par unité de volume dû à ce processus est précisément l'énergie de condensation introduite au paragraphe précédent). Ces paires (qui ne sont toutefois pas matérialisées par un regroupement des électrons dans l'espace) forment par condensation de Bose-Einstein l'état quantique macroscopique supraconducteur. Malheureusement, cette théorie est très lourde à manipuler, et le traitement microscopique (quantique) de problèmes pratiques rencontrés dans les expériences est peu efficace. De plus, la théorie BCS n'est pas directement applicable aux supraconducteurs HTc : même si les paires de Cooper y subsistent, le mécanisme d'appariement n'est apparemment pas purement phononique.

Une grande partie des études théoriques des propriétés magnétiques des supraconducteurs est donc basée sur une théorie plus simple, la théorie phénoménologique de Ginzburg-Landau, datant de 1950 [14]. On y définit une "fonction d'onde *macroscopique*" $\psi(\mathbf{r})$ dont l'interprétation physique est la suivante : son module au carré représente la densité de porteurs de charges dans l'état supraconducteur (paires de Cooper). Il est important de préciser que cette fonction ψ (qui joue en fait le rôle de *paramètre d'ordre* pour l'étude de la transition de phase) *n'est pas* une fonction d'onde microscopique quantique.

Le point de départ de cette théorie est de développer le potentiel thermodynamique en puissances de ψ , du potentiel vecteur \mathbf{A} , et de la température T . Sans entrer dans les détails des calculs, disons simplement que le principe de base consiste à étudier la variation de $g(\psi, \mathbf{A}, T)$ par rapport à ψ et \mathbf{A} . Sachant qu'à l'équilibre le potentiel thermodynamique est minimal, on obtient un système de deux équations reliant ψ et \mathbf{A} à température T fixée. Si la résolution de ce système peut être très complexe dans un cas général, on peut exhiber par contre relativement aisément une solution dans le cas d'une interface plane située entre une région normale et une région supraconductrice. Le résultat est le suivant : le champ magnétique est écranté de façon exponentielle

$$B(x) \sim e^{-x/\lambda} \quad (\text{I.5})$$

où λ est appelée *longueur de pénétration*. Le paramètre d'ordre atteint lui aussi sa valeur maximale ψ_∞ de façon exponentielle, mais sur une distance différente :

$$\psi(x) - \psi_\infty \sim e^{-\sqrt{2}x/\xi} \quad (\text{I.6})$$

ξ est appelée *longueur de cohérence*. Le résultat peut donc être tracé schématiquement de la façon suivante (ici dans le cas $\lambda < \xi$) :

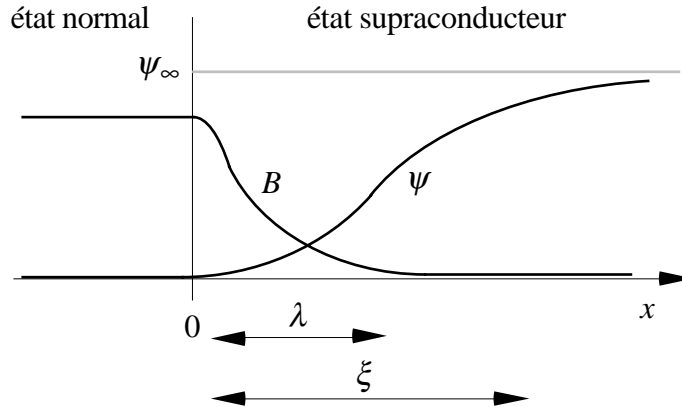


Fig. 5 : Allures du champ magnétique et du paramètre d'ordre au voisinage d'une interface entre états normal et supraconducteur.

Notons que le champ dans la région normale doit être égal au champ critique pour que l'interface soit à l'équilibre. On peut étendre ce résultat particulier en disant que λ (ou ξ) est la distance minimale sur laquelle peuvent varier le courant électrique et le champ magnétique (ou la densité de paires de Cooper, respectivement) dans un supraconducteur.

Ces longueurs dépendent de la température. Le développement de $g(\psi, \mathbf{A}, T)$ au premier ordre en T montre que $\lambda \sim (T_c - T)^{-1/2}$ et $\xi \sim (T_c - T)^{-1/2}$. Par conséquent, ces deux grandeurs divergent à la température critique. On voit par contre que le rapport

$$\kappa = \frac{\lambda}{\xi} \quad (\text{I.7})$$

est indépendant de la température. Cette quantité, nommée *paramètre de Ginzburg-Landau*, joue un rôle fondamental dans le calcul de l'énergie de surface associée à l'interface présentée en figure 5. On peut montrer en effet que cette énergie est positive si $\kappa < 1/\sqrt{2}$, et négative si $\kappa > 1/\sqrt{2}$. C'est ce critère qui permet de faire une distinction précise entre les supraconducteurs de type I et II : dans le cas $\kappa > 1/\sqrt{2}$ où l'interface est énergétiquement favorable, on a avantage à créer des zones de champ non nul ayant la plus grande surface possible, d'où la formation de vortex. Dans l'autre cas, le champ est globalement expulsé jusqu'à $H = H_c$, où l'échantillon entier devient normal.

Des calculs plus détaillés basés sur la théorie de Ginzburg-Landau et tenant compte du fait que $\lambda > \xi$ permettent de déterminer précisément la structure d'un vortex. Les résultats sont représentés schématiquement en figure 6. On y voit que la densité de paires de Cooper tombe à zéro au centre du cylindre (appelé *cœur du vortex*), ce qui signifie que ce cœur est dans l'état normal. Le champ magnétique (et donc les courants circulaires associés) est à plus longue portée.

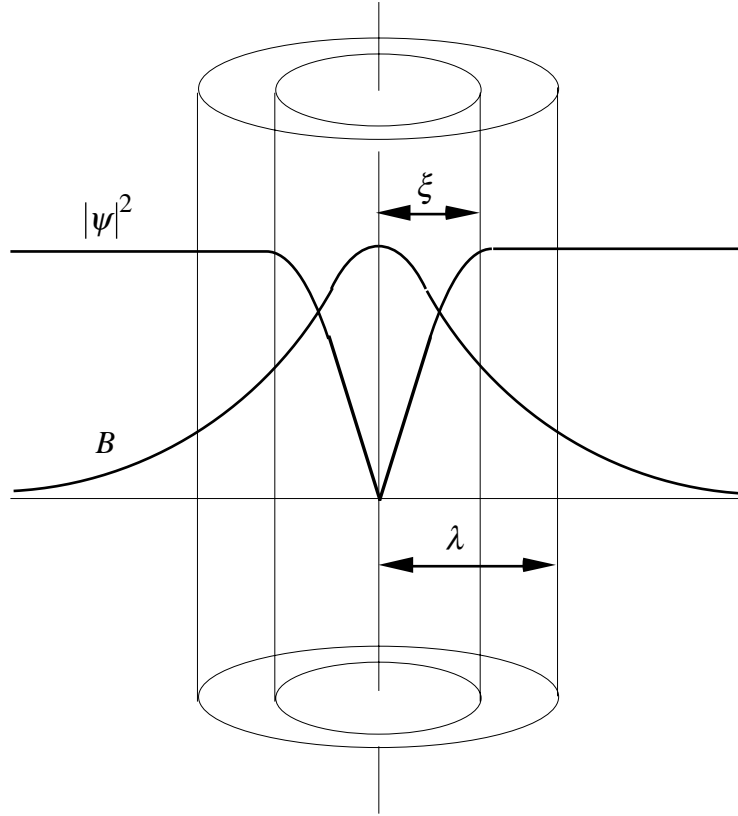


Fig. 6 : Allures du champ magnétique et de la densité de paires de Cooper au voisinage d'un vortex.

On peut remarquer ici (bien que cela ne soit pas d'une importance capitale pour l'expérience proposée) que toute cette description théorique est considérablement plus complexe dans le cas des supraconducteurs HTc. La raison de ceci est la forte anisotropie induite par la structure en couches indiquée à la section précédente. On place en général l'axe cristallographique c perpendiculairement aux plans d'oxyde de cuivre, les directions a et b étant parallèles à ces plans. Il se trouve que la longueur ξ est différente selon que le champ appliqué est parallèle ou perpendiculaire aux plans. De même, la longueur λ est différente selon que le courant circule parallèlement ou perpendiculairement aux plans. Pour quantifier ces différences, on définit le *rapport d'anisotropie*

$$\gamma = \frac{\xi_{//}}{\xi_{\perp}} = \frac{\lambda_{\perp}}{\lambda_{//}} = \sqrt{\frac{m_{\perp}}{m_{//}}} \quad (\text{I.8})$$

où m_{\perp} et $m_{//}$ sont les masses électroniques effectives perpendiculaire et parallèle aux plans respectivement. Pour l' $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$, $\gamma = 5$ car $\xi_{\perp} = 4 \text{ \AA}$ et $\xi_{//} = 20 \text{ \AA}$. Pour le $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$, l'anisotropie est encore plus marquée (on estime en général $55 < \gamma < 700$).

Chapitre II : Résistivité dans les supraconducteurs de type II

Comme il a été dit à la section I.1, les vortex ont une importance fondamentale dans le comportement des supraconducteurs de type II. La structure d'un vortex (figure 6) est celle d'une ligne, permettant un quantum de flux magnétique de grandeur $\Phi_0 = h / 2e$, de traverser la longueur de l'échantillon dans la direction du champ. Le flux magnétique est porté par le cœur du vortex, où la supraconductivité (densité de paires de Cooper) est supprimée. Le rayon du cœur est d'environ $\xi(T)$. Le flux magnétique doit être écranté par rapport au matériau supraconducteur environnant, c'est pourquoi le cœur est entouré d'un tourbillon de courant non dissipatif (d'où le nom "vortex"). L'amplitude de ce courant diminue exponentiellement en fonction de la distance au cœur: $j \propto e^{-x/\lambda}$, où $\lambda(T)$ est la distance typique sur laquelle le courant varie.

Dès que le champ magnétique excède le premier champ critique H_{c1} , un grand nombre de vortex pénètre dans l'échantillon. Comme les courants d'écrantage de différents vortex sont du même signe, les vortex ont une interaction répulsive qui dépend exponentiellement de la distance entre eux. Les vortex s'arrangent donc selon un réseau triangulaire, le réseau d'Abrikosov [15]. Les vortex ne contiennent chacun qu'un seul quantum de flux Φ_0 , donc l'induction totale est déterminée par le nombre de vortex. Ceci fait que la constante de réseau $a_0 \approx (\Phi_0 / B)^{1/2}$.

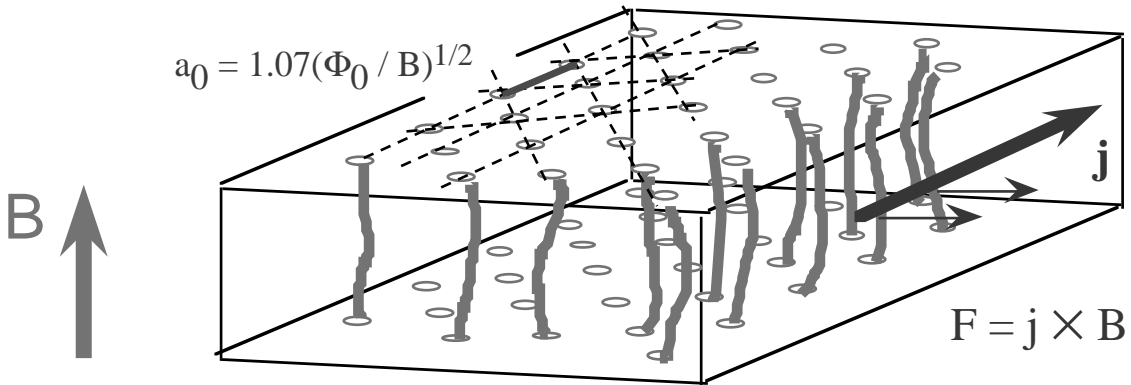


Fig. 7 : Réseau de vortex.

II.1. Flux flow

Un vortex de direction donnée par le vecteur ϕ_0 (et dont la norme est égale à ϕ_0) placé dans un courant perpendiculaire \mathbf{j} ressent une force de Lorentz par unité de longueur $\mathbf{F}_L = \mathbf{j} \times \phi_0$ (donc proportionnelle au courant).

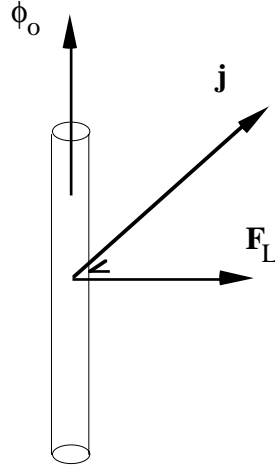


Fig. 8 : Action d'un courant sur un vortex.

Cette force tend à mettre le vortex en mouvement. La conséquence importante de ce mouvement des vortex est une dissipation d'énergie au sein du matériau. En effet, la variation locale du champ magnétique implique l'apparition d'un champ électrique $\mathbf{E} = \mathbf{v} \times \mathbf{B}$, où \mathbf{v} est la vitesse du vortex. On peut se convaincre grâce à la figure 7 que ce champ est de même sens que la densité de courant \mathbf{j} , de sorte que le terme de dissipation $\mathbf{E} \cdot \mathbf{j}$ est positif. Selon que la densité de courant \mathbf{j} est le résultat de l'écrantage d'un champ magnétique ou d'un courant de transport traversant l'échantillon, ces dissipations se manifesteront par une hystérèse dans l'aimantation ou par une résistivité électrique, respectivement.

En faisant bouger le réseau de vortex, on bouge en effet les régions normales à l'intérieur des cœurs de vortex, où l'énergie est dissipée (par les collisions des électrons normaux). En effet, une bonne approximation pour la résistance due à ce fluage de vortex est

$$\rho_{FF} = \rho_n \cdot B/B_{c2} = \rho_n \cdot B \cdot 2\pi\xi^2 / \Phi_0 \quad (\text{II.1})$$

autrement dit la résistivité du matériau dans l'état normal ρ_n , multipliée par la partie de la section de l'échantillon qui est occupée par les cœurs de vortex. La caractéristique courant-tension est telle qu'illustrée dans la figure 9: dès qu'on applique une force, le réseau de vortex bouge uniformément, ce qui produit une tension électrique. Cet état de mouvement du réseau de vortex est dénoté par son nom anglais, le *flux flow*.

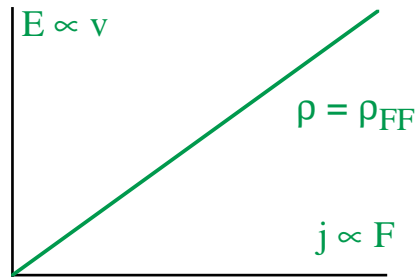


Fig. 9 : Caractéristique courant-tension d'un supraconducteur de type II dans l'état mixte, due au fluage du réseau de vortex

II.2. Ancrage et courant critique

Toutefois, il existe une force dite d'*ancrage* (dont l'origine physique est discutée en Annexe 1) qui s'oppose à ce mouvement. On peut exprimer l'équilibre entre la force d'ancrage (que l'on note \mathbf{F}_p) et la force de Lorentz, ce qui définit une densité de *courant critique* : $\mathbf{F}_L(\mathbf{j}_c) = \mathbf{j}_c \times \phi_0 = \mathbf{F}_p$. Si le courant est supérieur à ce courant critique, le vortex se déplace, sinon il reste ancré.

De façon générale, la force d'ancrage des vortex \mathbf{F}_p dépend de plusieurs paramètres; par exemple, elle diminue le plus souvent lorsque le champ magnétique et la température augmentent. Ainsi, si l'une de ces grandeurs est suffisamment élevée, \mathbf{F}_p devient négligeable, et les vortex peuvent être mis en mouvement par une force de Lorentz aussi faible soit-elle (autrement dit, le courant critique s'annule). La phase mixte du diagramme (H, T) montrée en figure 3 est alors subdivisée en deux régions : l'une dans laquelle le mouvement des vortex est réversible (puisque'ils ne subissent aucune force d'ancrage, donc se déplacent librement), l'autre dans laquelle l'ancrage des vortex introduit une hystérèse dans un cycle de magnétisation. La ligne de séparation entre ces deux zones est appelée *ligne d'irréversibilité*. Malheureusement, l'étude de cette ligne est compliquée à cause de la grande richesse des phénomènes physiques contribuant à la force d'ancrage globale. Une brève description de la physique des vortex et des nuances à apporter à la notion de ligne d'irréversibilité sera donnée au chapitre IV.3.

II.3. Activation thermique

Les supraconducteurs sont des matériaux cristallins qui contiennent des imperfections (Annexe 1). Un défaut planaire ou linéaire peut avoir une forte influence sur les courants autour des vortex, tandis que tout type de défaut est capable de changer l'énergie associée à la formation de l'état supraconducteur même, par exemple, par une fluctuation de T_c ou de κ . Ça veut dire qu'il existe des endroits énergétiquement plus favorables que d'autres pour placer les cœurs normaux des vortex. Ceux-ci chercheront à se déplacer de telle façon qu'ils prennent un maximum d'avantage de la présence des défauts cristallins à fin de minimiser l'énergie. Les vortex se retrouvent donc "ancrés" dans un puits de potentiel

défini par les forces attractives ou répulsives des défauts, et les forces répulsives présentées par les autres vortex. Ils ne peuvent être désancrés que par l'application d'un courant (c'est-à-dire d'une force) suffisamment grand, ou par activation thermique.

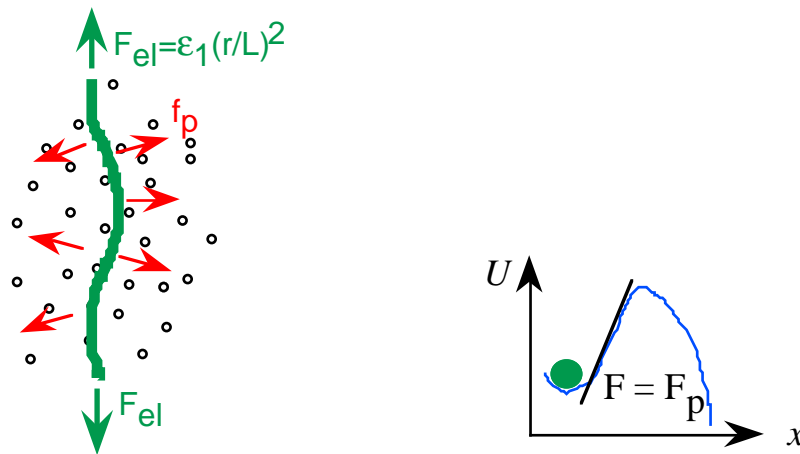


Fig. 10 : Un vortex ancré subit les forces f_p des défauts cristallins, qui entrent en compétition avec la force d'élasticité du vortex F_{el} . La ligne de vortex cherche donc l'emplacement énergétiquement le plus favorable, dénoté par le schéma à droite. La force d'ancrage est la pente maximale du puits de potentiel

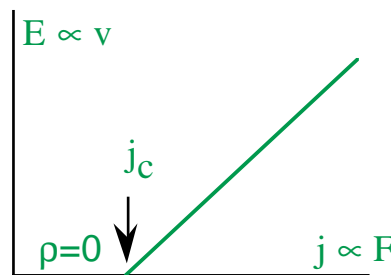


Fig. 11 : Caractéristique courant-tension pour un supraconducteur de type II dans l'état mixte à $T=0$, avec le réseau de vortex ancré.

À température $T = 0$, le désancrage thermique est impossible. L'unique possibilité de désancrer les vortex est par application d'un courant électrique j_c , dont la force sur le réseau de vortex annule complètement la somme des forces d'ancrage, F_p :

$$j_c B = F_p \quad (\text{II.2})$$

Ce courant est appelé le *courant critique* parce que, tandis qu'au-dessous de j_c les vortex sont ancrés et ne bougent pas, et donc la résistivité est zéro, au-delà de j_c on regagne le mouvement des vortex et la résistivité du *flux flow*, c'est-à-dire on perd la première qualité supraconductrice.

À température non-nulle ($T > 0$), il existe la possibilité qu'un vortex, ou que plusieurs vortex collectivement, soient activés thermiquement d'une configuration ancrée (à énergie

localement minimale) vers une autre configuration énergétiquement équivalente (figure 12). Si l'amplitude de la barrière énergétique entre ces deux configurations est donnée par U , la probabilité (fréquence) de désancrage est donné par la loi de Boltzmann:

$$v = v_0 e^{-U/k_B T} \quad (\text{II.3})$$

avec v_0 une constante. Notons que la barrière effective U peut dépendre du type de défaut d'ancrage, de la température T , de l'induction magnétique B , et surtout du courant j . L'activation thermique donne un mouvement de vortex faible à courants inférieurs au courant critique (Anglais: *flux creep*), et à une résistivité:

$$\rho = \rho_0 e^{-U(j)/k_B T} \quad (\text{II.4})$$

où le facteur ρ_0 est lié au nombre de vortex activés simultanément et à ρ_{FF} . La courbe courant-tension générale pour un supraconducteur de type II dans l'état mixte se présente donc dans la forme illustrée dans la Figure 13.

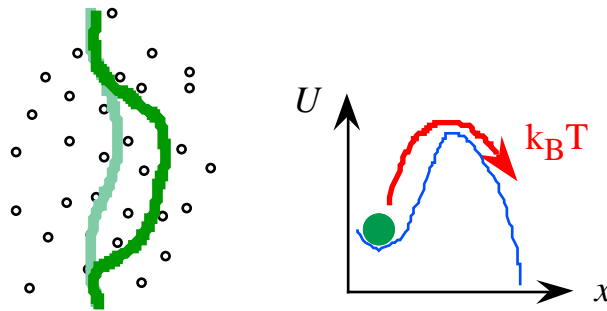


Fig. 12 : Activation thermique d'un vortex d'une configuration ancré vers une autre. Ce processus est équivalent à la surmontée d'une barrière énergétique de hauteur U .

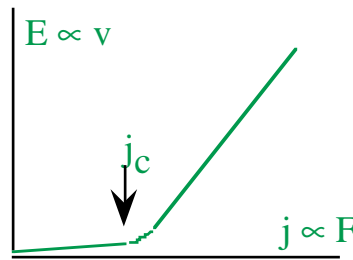


Fig. 13 : Caractéristique courant-tension d'un supraconducteur du type II dans l'état mixte à $T > 0$, avec ancrage de flux et activation thermique des vortex.

Nous voyons que la caractéristique courant-tension d'un supraconducteur du type II dans l'état mixte donne des informations importantes sur le comportement du réseau de vortex. Notamment, on peut distinguer (i) s'il existe de l'ancrage de flux important (ii) si l'activation thermique de vortex est importante (iii) en mesurant soigneusement la forme de la courbe courant-tension, on peut déduire la dépendance de l'énergie d'activation et de la force d'ancrage (courant critique) sur les paramètres différents.

Chapitre III : Modèle critique

III.1. Point de départ

Une description exacte du mouvement des vortex dans un supraconducteur exigerait la prise en considération de chaque force agissant sur ceux-ci. Comme on vient de le voir, ces forces peuvent avoir plusieurs origines physiques et dépendre chacune différemment de plusieurs paramètres, rendant ce problème difficile à résoudre.

Afin de pouvoir malgré tout établir des prédictions pour des problèmes tels que la pénétration d'un champ magnétique ou le transport de courants dans un échantillon, une approche simplifiée a été développée. Le point de départ de ce modèle, appelé *modèle critique*, est de définir directement une valeur approchée du courant critique associé aux forces, sans se soucier des détails de l'origine physique exacte des interactions.

De cette façon, il est alors possible de rendre compte qualitativement de phénomènes dont le fonctionnement microscopique précis n'est pas parfaitement connu. On peut ainsi réunir divers effets de surface en définissant un courant critique plus élevé sur les bords de l'échantillon. Le courant critique peut dépendre, outre de la position, du champ magnétique (pour introduire les interactions entre vortex) et éventuellement de la direction du courant (pour introduire la direction de la force, donc des effets de l'anisotropie).

L'objectif de ce modèle est de déterminer la densité de courant \mathbf{j} et la densité de vortex (donc le champ \mathbf{B}) correspondant à l'équilibre du système. \mathbf{B} et \mathbf{j} doivent donc satisfaire les conditions suivantes :

- la contrainte $|\mathbf{j}| \leq j_c$ doit être respectée partout où $B \neq 0$ (si le champ est nul, le courant peut être surcritique, car alors il n'y a aucun vortex pouvant se déplacer en dissipant de l'énergie sous l'effet de la force de Lorentz)
- globalement, les deux grandeurs \mathbf{B} et \mathbf{j} doivent vérifier les lois de l'électrodynamique (équations de Maxwell).

Une fois la densité de courant critique $\mathbf{j}_c(\mathbf{r}, \mathbf{B}, \mathbf{j})$ définie, on fait encore quelques hypothèses visant à simplifier la structure des équations de Maxwell.

D'une part, il faut relier entre eux le champ magnétique \mathbf{H} et l'induction magnétique \mathbf{B} . De façon générale, cette liaison se fait utiliser l'énergie libre du système, $F(\mathbf{B}, T)$, par la relation $\mathbf{H} = \partial F / \partial \mathbf{B}$. Lorsque le supraconducteur a un grand paramètre de Ginzburg-Landau ($\kappa \gg 1$) et que le champ est suffisamment fort ($H > H_{c1}$), cette fonction est dominée par l'énergie de condensation et l'énergie magnétique :
$$F \approx \mu_0 H_c^2 / 2 + B^2 / 2\mu_0 .$$

Par conséquent, on considère pour ce problème que $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$. Il est important de préciser que le champ \mathbf{H} représente ici le champ magnétique total, qui est quant à lui la somme du champ extérieur appliqué \mathbf{H}_a et du champ de démagnétisation \mathbf{H}_j généré par les courants induits dans l'échantillon.

D'autre part, il faut préciser la géométrie du système. On considère ici deux cas donnant lieu à une densité de courant unidirectionnelle, réduisant les équations de Maxwell à des équations scalaires [16].

III.2. Plaque : modèle de Bean

Le premier modèle critique qui a été étudié consiste en une plaque de dimensions infinies dans deux directions (y et z). La largeur de l'échantillon est égale à $2a$, et le champ magnétique extérieur \mathbf{H}_a est appliqué dans la direction z [17] :

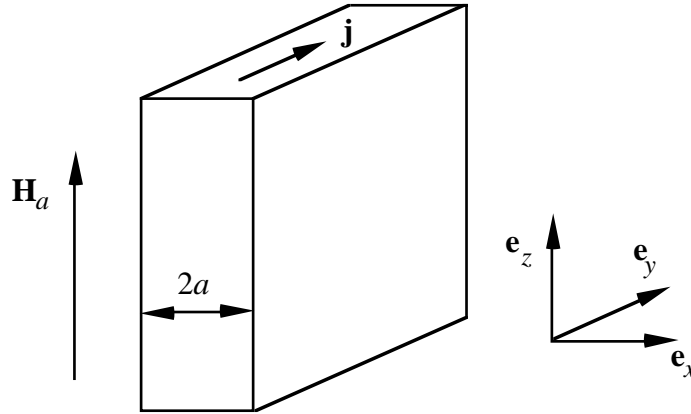


Fig. 14 : Géométrie de la plaque.

Compte tenu de cette géométrie particulière, il est évident que toutes les grandeurs physiques ne peuvent dépendre que de x et que la démagnétisation \mathbf{H}_j a une composante nulle selon \mathbf{e}_y . De plus, l'équation de continuité de \mathbf{B} ($\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$) est alors

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} = \mu_0 \frac{\partial H_{j,x}}{\partial x} = 0 \quad (\text{III.1})$$

Comme de plus la composante x de la démagnétisation $H_{j,x}$ est elle aussi nulle, \mathbf{H}_j est toujours parallèle à \mathbf{e}_z :

$$\mathbf{H}_j = H_{j,z}(x) \mathbf{e}_z \quad (\text{III.2})$$

Ainsi, avec $\mathbf{H} = \mathbf{H}_a + \mathbf{H}_j = (H_a + H_{j,z}(x)) \mathbf{e}_z$, la loi d'Ampère $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}$ devient simplement

$$j_y(x) = -\frac{dH_{j,z}(x)}{dx} \quad (\text{III.3})$$

où j_y est la composante de \mathbf{j} selon y ($\mathbf{j} = j_y(x) \mathbf{e}_y$). Les deux grandeurs qui interviennent finalement étant des fonctions scalaires, on omettra par la suite (pour alléger les notations) les indices y et z indiquant les directions des composantes considérées. On écrit donc

$$j(x) = -\frac{dH_j(x)}{dx} \quad (\text{III.4})$$

C'est l'équation centrale du modèle de Bean. Remarquons d'emblée que cette relation entre j et H_j est *locale* (puisque'elle ne fait intervenir que les valeurs des fonctions au même point x). Pour illustrer son utilisation, appliquons-la au cas le plus simple, c'est-à-dire la pénétration des vortex dans un échantillon de courant critique constant.

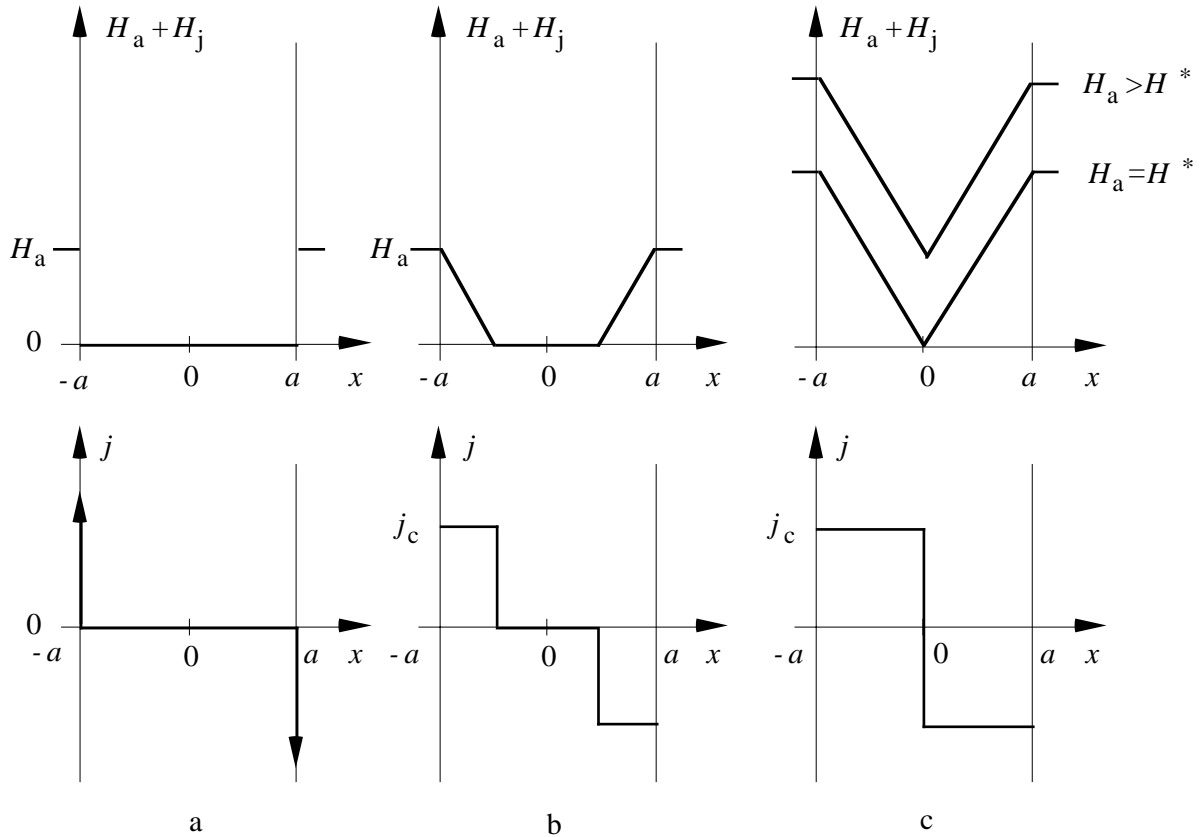


Fig. 15 : Pénétration du champ magnétique dans un supraconducteur plan de type II selon le modèle de Bean :
a. Ecrantage total, avec courants infinis en surface.
b. Équilibre après pénétration des vortex dans la zone critique.
c. Équilibre pour différentes valeurs du champ appliqué H_a .

Considérons initialement une situation où la densité de vortex (donc le champ magnétique) et le courant sont nuls. On applique ensuite un champ extérieur H_a . Si l'on suppose que

ce champ est entièrement écranté (donc que $H_j = -H_a$, ou encore que le champ \mathbf{B} reste nul à l'intérieur de l'échantillon, figure 15 a), on se trouve en présence d'un gradient infini de champ en surface. Ceci implique alors, par l'équation (III.4), une densité de courant de type distribution de Dirac, localisée en surface. Ce courant est, bien entendu, supérieur à \mathbf{j}_c . Le champ pénètre alors l'échantillon car la résultante des forces (de Lorentz et d'ancrage) permet aux vortex de traverser la surface.

Cette pénétration des vortex a pour effet de réduire le gradient de champ, donc de réduire la densité de courant. On impose à ce processus de se dérouler jusqu'à ce que la densité de courant vérifie la contrainte critique $|\mathbf{j}| \leq j_c$ partout où $B \neq 0$. On peut alors se convaincre du fait que, dans cette situation contrôlée par une équation locale, le courant ne peut prendre que trois valeurs distinctes : 0, $+j_c$ ou $-j_c$. En effet, atteindre une valeur absolue de courant intermédiaire exigerait le déplacement de vortex (pour diminuer le gradient de champ) dans un cas où la contrainte critique est déjà satisfaite, ce qui est impossible (puisque alors les vortex sont ancrés). Il est donc évident que la solution d'équilibre du problème initial exposé dans la figure 15 a est celle de la figure 15 b. Dans ce cas particulier, il reste une zone centrale dans laquelle les vortex ne sont pas entrés et où le courant est nul.

Par contre, pour des valeurs plus élevées du champ magnétique extérieur, cette zone va disparaître. On note souvent H^* le champ pour lequel les deux fronts de vortex se rejoignent au centre de la plaque (figure 15 c). Dès ce moment-là, les courants sont saturés : on a $|\mathbf{j}| = j_c$ dans tout l'échantillon. Pour des champs supérieurs, on voit que les vortex continuent à pénétrer, sans affecter la distribution de courant. Une simple considération géométrique (basée sur la pente du champ) montre que

$$H^* = a j_c \quad (\text{III.5})$$

Pour terminer cette étude, on peut considérer le cas où, après avoir augmenté le champ H_a jusqu'à une certaine valeur, on le fait décroître jusqu'à zéro. À nouveau, on considère dans un premier temps que cette variation de champ extérieur est entièrement écrantée, autrement dit que le champ total interne n'est pas modifié. Le champ H_a ayant été diminué, il faut pour cela augmenter la démagnétisation H_j de la même quantité, donc introduire une nouvelle discontinuité sur les bords. Comme auparavant, on fait apparaître une divergence du courant en surface (de signe opposé cette fois-ci), qu'il faut éliminer en faisant ressortir les vortex. Les profils de champ et de courant ainsi obtenus sont présentés à la figure 16.

Un résultat intéressant de ce modèle est de montrer l'existence d'une hystérèse dans le comportement magnétique d'un supraconducteur. On constate en effet dans ce cas particulier que les profils de champ et de courant finaux (figure 16 b) sont très différents

de la situation initiale en champ nul (où l'on avait choisi un échantillon vierge de tout courant).

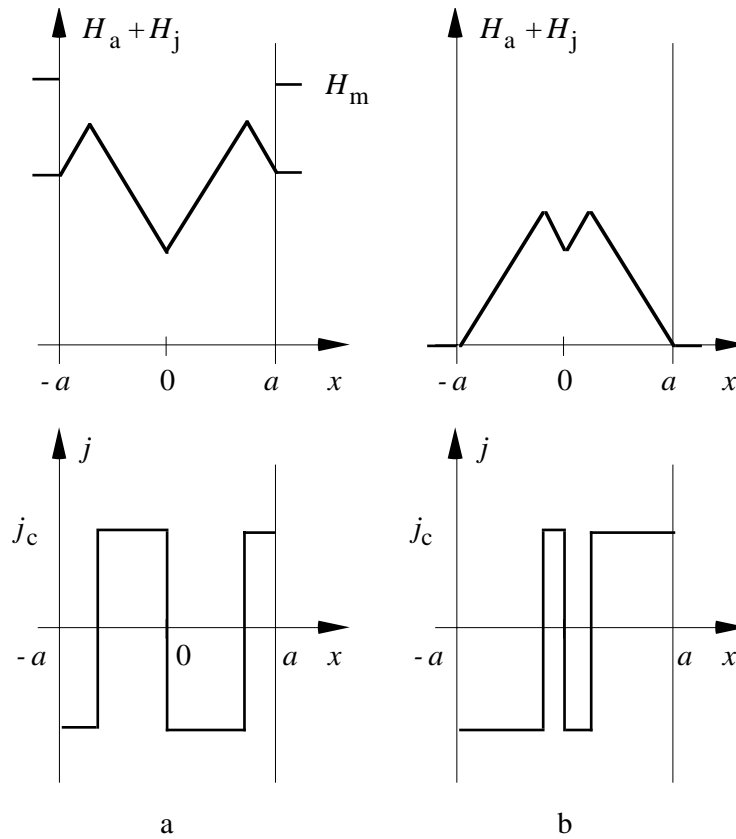


Fig. 16 : Evolution du champ magnétique et du courant :
 a. lors de la décroissance du champ extérieur.
 b. lors du retour en champ nul.

Avant de passer à la seconde géométrie, précisons encore que ce modèle local est applicable à toutes les situations où le champ magnétique extérieur est dirigé parallèlement au long côté de l'échantillon. Il décrit alors la pénétration du champ selon le plus petit côté perpendiculaire au champ.

III.3. Ruban : modèle non-local

Dans le second cas, l'échantillon est non seulement fini dans la direction x (toujours avec une largeur $2a$), mais aussi dans la direction z , avec une épaisseur 2ε :

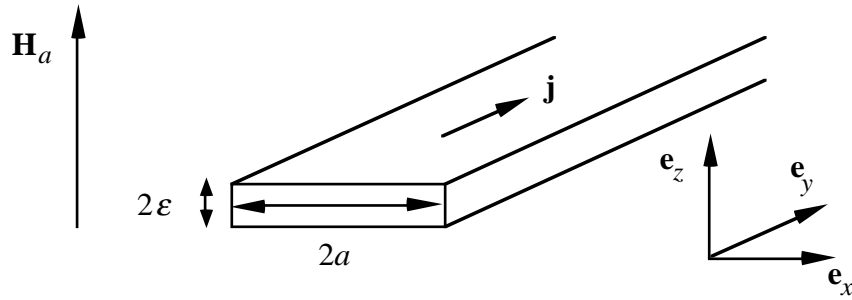


Fig. 17 : Géométrie du ruban.

Le champ magnétique extérieur \mathbf{H}_a est ici aussi appliqué dans la direction z , soit perpendiculairement au ruban ainsi défini. Évidemment, dans cette situation, aucune grandeur physique ne dépend de y , et la composante y du champ magnétique est nulle. Par conséquent, l'équation d'Ampère devient simplement

$$j_y(x, z) = \frac{\partial H_{j,x}(x, z)}{\partial z} - \frac{\partial H_{j,z}(x, z)}{\partial x} \quad (\text{III.6})$$

ce qui signifie que la densité de courant est unidirectionnelle (dirigée selon y). Par contre, on voit que ce courant est généralement fonction de deux variables (x et z) et qu'il est relié à deux composantes du champ magnétique. Si l'on esquisse l'allure des lignes de champ dans le plan (x, z) , on s'aperçoit que le premier terme du membre de droite de l'équation ci-dessus domine largement sur le second, surtout dans la limite des faibles épaisseurs :

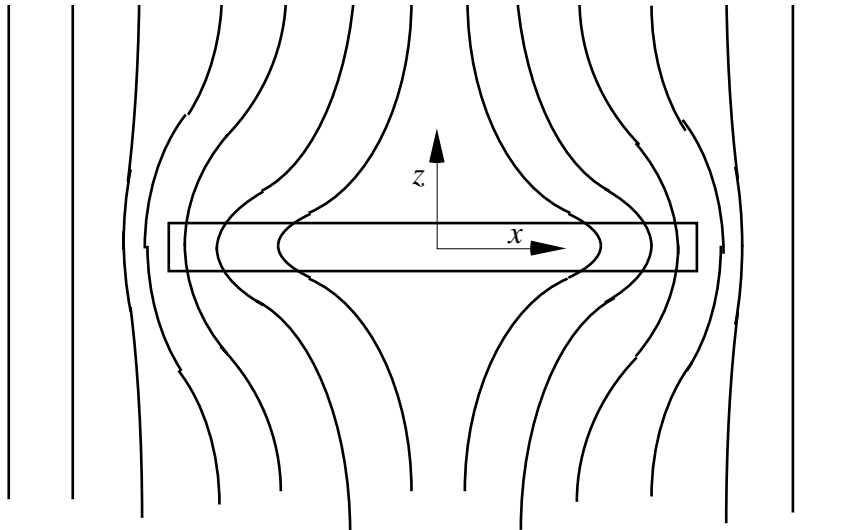


Fig. 18 : Lignes de champ autour d'un ruban dans l'état critique.

En effet, la composante H_x du champ total, dont la valeur est non négligeable, change de signe sur une distance très courte ($H_x(x, -\varepsilon) = -H_x(x, \varepsilon)$); sa dérivée partielle par

rapport à z est donc très grande. Ainsi, en ne considérant que le premier terme, on retrouve une équation analogue à l'équation de Bean (au signe près) :

$$j_y(x, z) = \frac{\partial H_{j,x}(x, z)}{\partial z} \quad (\text{III.7})$$

On voit alors que dans le cas du ruban, l'équation d'Ampère ne décrit que la composante H_x du champ magnétique. Pour calculer la composante H_z , on doit intégrer l'équation de Biot-Savart [18] :

$$\mathbf{H}_j(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \iiint d\mathbf{r}' \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}') \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \quad (\text{III.8})$$

qui donne, pour la composante z en un point $(x, 0, 0)$

$$\begin{aligned} H_{j,z}(x, 0, 0) &= \frac{1}{4\pi} \iint dx' dz' (x - x') j_y(x', z') \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dy'}{((x - x')^2 + y'^2 + z'^2)^{3/2}} \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-a}^a dx' \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} dz' \frac{(x - x') j_y(x', z')}{(x - x')^2 + z'^2} \end{aligned} \quad (\text{III.9})$$

De plus, dans l'hypothèse où l'épaisseur est très faible ($\varepsilon \ll a$), on peut faire l'approximation $(x - x')^2 \gg z'^2$. Ainsi, en définissant l'intégrale de j_y sur l'épaisseur du ruban

$$I_y(x) = \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} j_y(x, z) dz \quad (\text{III.10})$$

(qui ne dépend plus que de x), on trouve finalement [19] :

$$\boxed{H_{j,z}(x, 0, 0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-a}^a dx' \frac{I_y(x')}{x - x'}} \quad (\text{III.11})$$

H possède donc des divergences logarithmiques aux points où I est discontinu. Ces divergences non-physiques proviennent précisément de l'approximation faite ci-dessus : en fait, il faudrait les couper dans un voisinage ε du point x de la discontinuité et tenir compte de la valeur de z'^2 dans le dénominateur de (III.9) pour $|x - x'| \leq \varepsilon$. Autrement dit, plus l'échantillon est mince, plus ces "pics" sont marqués.

Le calcul des distributions de champ et de courant à partir de l'équation (III.11) est souvent difficile. Si quelques cas ont été résolus analytiquement (par exemple pour une densité de courant critique constante [20]) les problèmes les plus complexes doivent être traités numériquement.

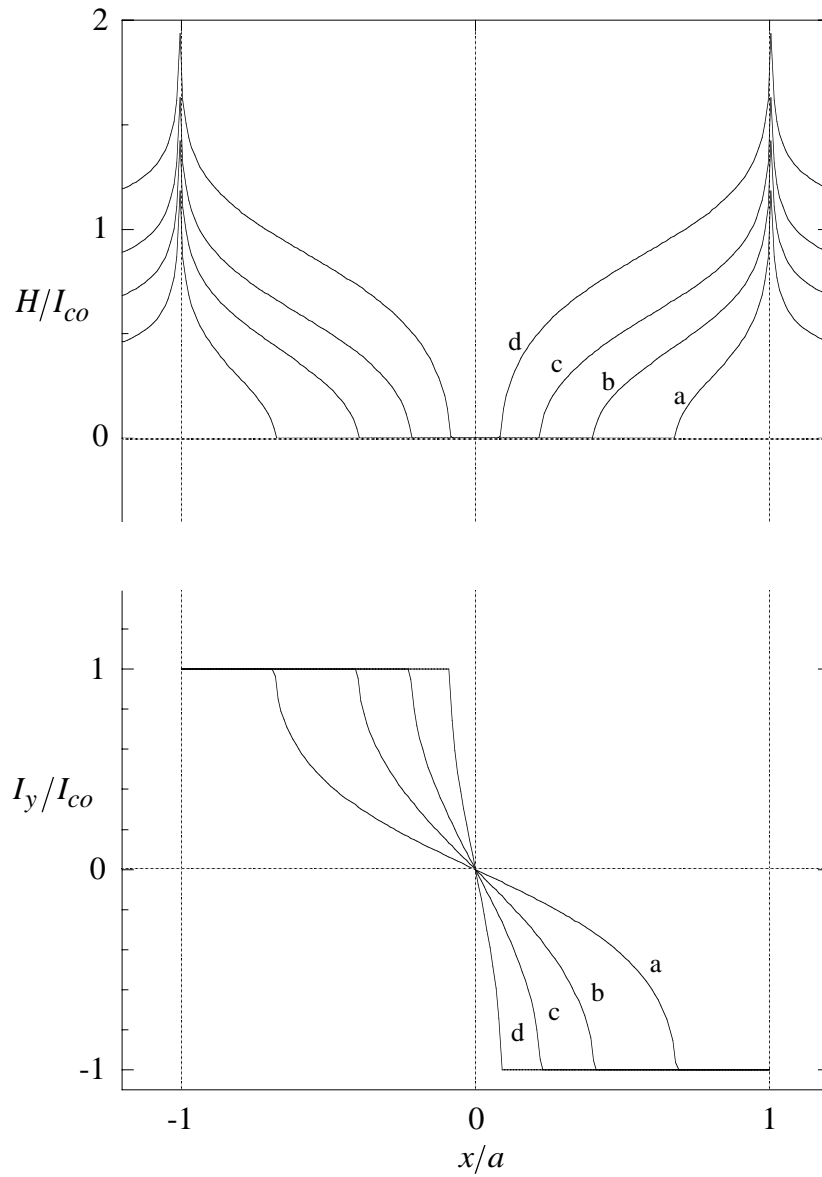


Fig. 19 : Distributions de champ total $H = H_a + H_j$ et de courant I_y pour
a : $H_a/I_{co} = 0.3$, b : $H_a/I_{co} = 0.5$, c : $H_a/I_{co} = 0.7$, d : $H_a/I_{co} = 1$.

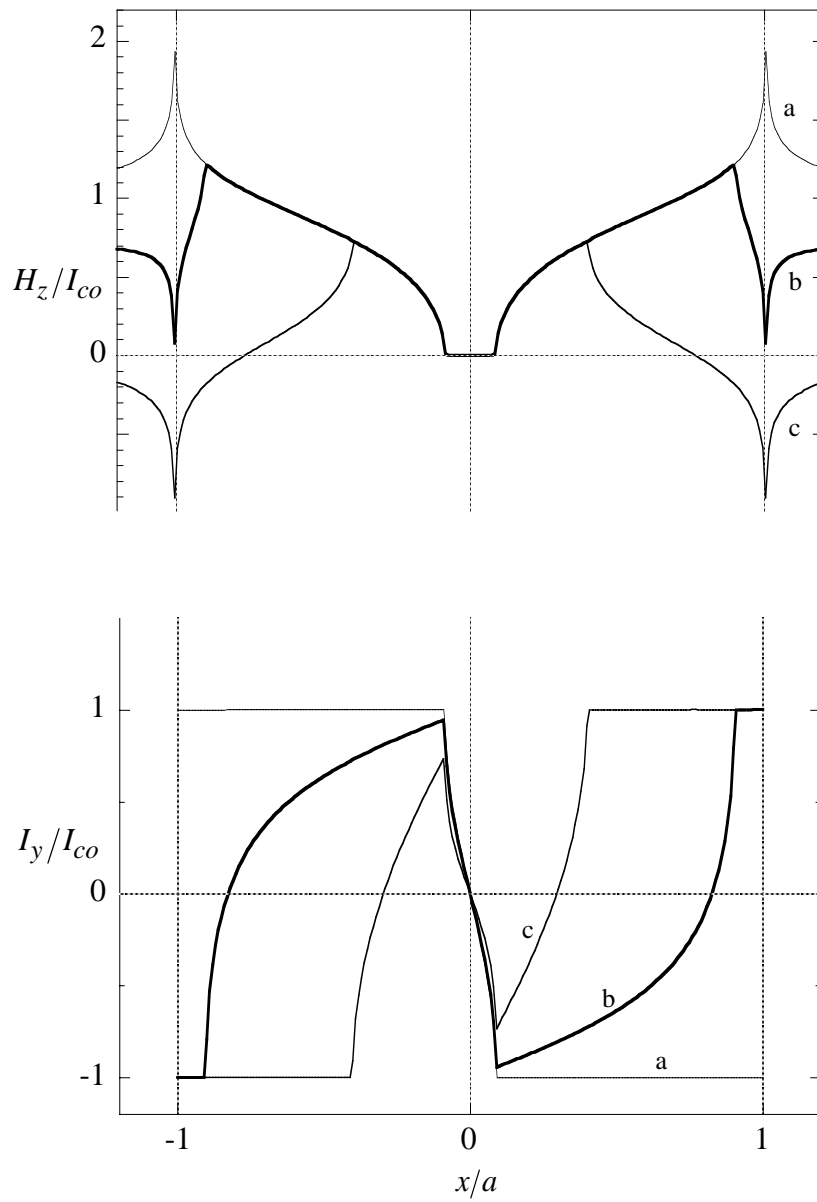


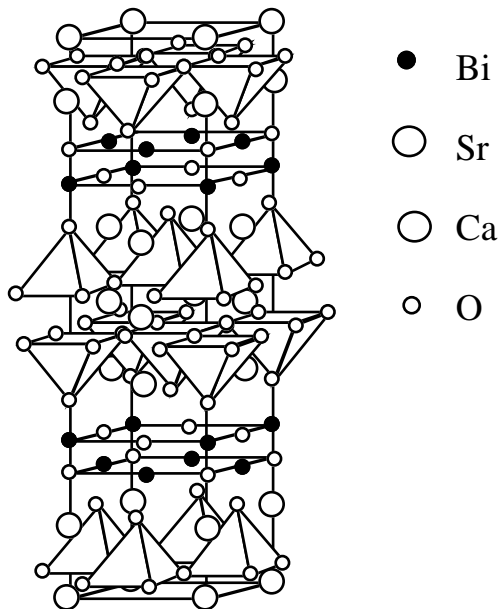
Fig. 20 : Distributions de champ total $H_z = H_a + H_j$ et de courant I_y lors de la diminution du champ appliqué H_a en présence d'un courant critique constant $I_c \equiv I_{co}$.
 a : $H_a/I_{co} = 1$, b : $H_a/I_{co} = 0.7$, c : $H_a/I_{co} = 0$.

Chapitre IV : Les supraconducteurs HTc

IV.1. Structure cristallographique

En 1986, J. Bednorz et K. Müller, des laboratoires de recherche d'IBM à Zurich, ont découvert le premier composé supraconducteur à haute température critique [21]. Il s'agit du composé $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$, avec x entre 0.05 et 0.2. La température critique de ce composé variait fortement avec le taux de substitution de Sr, le maximum, $T_c = 36\text{K}$, étant atteint à $x=0.15$. Cette valeur de T_c était plus de 13K plus élevée que tout ce qu'on avait pu faire précédemment. Plus tard, de nombreux nouveaux composés ont été découverts, les plus notoires étant le $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$, avec un T_c maximal 93K pour $\delta=0.03$ (Chu, 1987), le $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ ($T_c = 93\text{K}$ pour $\delta=0.01$; Maeda 1988), le

$\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10+\delta}$ ($T_c = 125\text{K}$, 1989) et le $\text{HgBa}_2\text{Ca}_3\text{Cu}_4\text{O}_{8+\delta}$ ($T_c = 135\text{K}$, 1993). Les



supraconducteurs à haute température critique se distinguent des supraconducteurs "classiques" par le fait que ce sont des *oxydes*, au lieu d'être des composés intermétalliques. Tous les supraconducteurs à haute température critique ont une structure de maille élémentaire dérivée du pérovskite, c'est-à-dire des couches de tétraèdres CuO_4 entre lesquelles se trouvent les ions Ba ou Sr, séparés par des couches contenant Y, Bi, Tl, Hg, etc. Cette structure en couches donne une très forte anisotropie aux propriétés mécaniques et électriques de ces composés.

Fig. 21 : Structure du $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$

Par exemple, les plans contenant les ions de cuivre ont une conductivité dans l'état normal

qui est beaucoup plus haute que celle des plans intermédiaires. Par conséquent, la résistivité le long de l'axe cristallin c (perpendiculaire aux plans CuO_2) peut être plus que 1000 fois plus grand que la résistivité le long des axes a et b (dans les plans CuO_2). Dans l'état supraconducteur aussi, on peut distinguer les plans CuO_2 à supraconductivité forte (haute densité de paires de Cooper) vis-à-vis des plans intermédiaires à supraconductivité faible (basse densité de paires de Cooper).

IV.2. Préparation des supraconducteurs HTc

Les supraconducteurs à haute température critique sont souvent produits sous forme de céramiques polycristallins (agrégats de cristallites de toutes orientations), en cuisant les matières de base (par exemple Y_2O_3 et $BaCuO_2$ pour obtenir le $YBa_2Cu_3O_7$) dans la bonne proportion, dite "stœchiométrique". Le composé supraconducteur se forme par réaction de la phase solide dans une fenêtre de température assez étroite ($YBa_2Cu_3O_7$: entre 915 et 935 °C). Pour obtenir le bon taux d'oxygénation, les échantillons ainsi obtenus doivent encore être recuits sous un flux d'oxygène à une température plus basse ($YBa_2Cu_3O_7$: 450 °C). L'addition de $BaCuO_2$ ou de CuO_2 supplémentaire peut provoquer la formation de *monocristaux*, c'est-à-dire, des échantillons où l'ordre cristallin n'est pas interrompu. Ces échantillons ont une taille qui se limite à quelques mm de largeur, et quelques dixièmes de mm d'épaisseur. Les monocristaux peuvent, dans le cas de $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$ ou le $La_{1-x}Sr_xCuO_4$, aussi être produits par des procédés spéciaux, comme la conversion d'un polycristal en monocristal par cuisson locale très soigneusement contrôlée ("travelling solvent floating zone technique"). Pour arriver aux applications nécessitant des fils, comme la production de bobines, il est essentiel de produire des échantillons polycristallins dans lesquels les joints entre les grains différents sont très forts du point de vue du courant critique. Normalement, la supraconductivité et le courant critique dans les céramiques, sont diminués dans les joints de grains. Si les joints de grains peuvent bien ancrer les vortex, cela permet le courant critique d'être fort le long du joint, mais pas à travers. On sait maintenant produire des échantillons polycristallins de haute qualité, où les grains (cristallites) sont alignés dans la même direction ("grain-aligned"), et où les grains sont électriquement bien couplés par fusion partielle du matériel à leur surface ("melt-processed"). Des *fils* ont été produits par le processus de "poudre en tube", où le matériel supraconducteur n'est cuit qu'à l'intérieur d'un tube en cuivre ou d'argent. Des *rubans* supraconducteurs peuvent être façonnés d'une manière semblable: une matrice d'argent est remplie des matériaux de base pour le composé supraconducteur, et ensuite soumise à un traitement thermique. Finalement, il existe une multitude de procédés pour fabriquer des couches minces supraconductrices: on compte entre eux le *sputtering* (piégeage des ions d'un plasma sur le substrat), l'*ablation à laser* (déposition d'atomes et de morceaux de matériel supraconducteur arrachés du matériel primaire par un faisceau de laser), et l'*épitaxie à faisceau moléculaire* ("MBE").

IV.3. Le réseau de vortex

Les supraconducteurs à haute température critique se distinguent des supraconducteurs classiques par trois qualités. Ci-dessus, on a déjà fait mention de la forte anisotropie de l'état supraconducteur, la densité de paires de Cooper étant beaucoup plus importante dans les plans CuO_2 (*// ab*) qu'entre ces plans. Aussi, la valeur de la longueur de cohérence ξ

est beaucoup plus faible que dans les supraconducteurs connus auparavant. On distingue ξ_{ab} , la longueur de cohérence dans les plans CuO_2 , et $\xi_c \ll \xi_{ab}$, décrivant la cohérence entre les plans. En plus, il est évident que les températures d'utilisation des supraconducteurs HTc seront nettement plus élevées que pour les anciens supraconducteurs. Les conséquences pour le réseau de vortex dans un supraconducteur HTc sont les suivantes:

(1) Comme de forts courants ne peuvent être supportés que dans les plans à supraconductivité forte, les lignes de vortex peuvent être découpées en tranches de courant bidimensionnelles, ou "crêpes" ("pancake vortices").

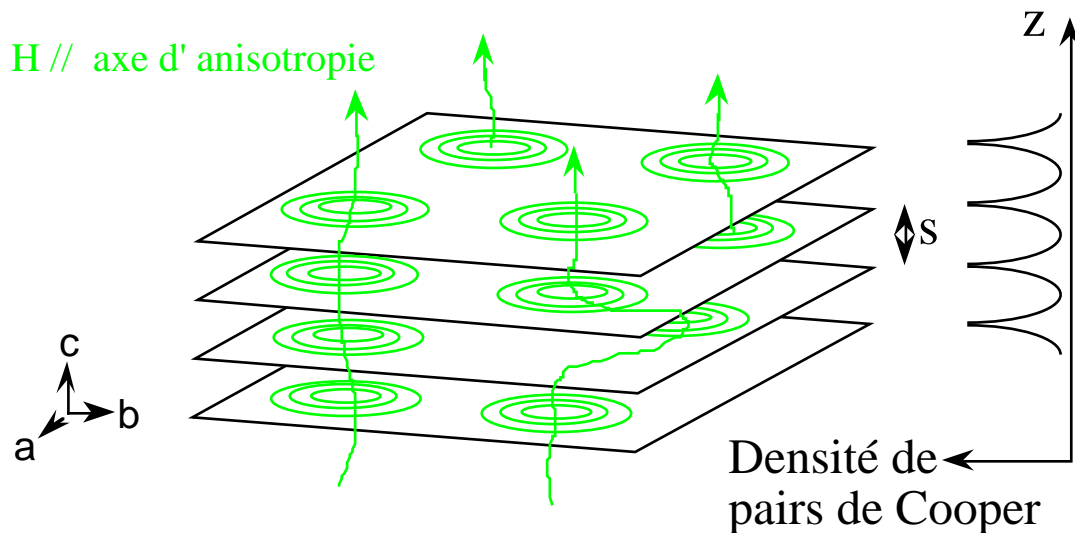


Fig. 22 : Réseau de vortex dans un supraconducteur HTc

(2) À cause de cette structure des vortex, et aux faibles valeurs des longueurs de cohérence, les courants critiques peuvent être très hauts à basse température.

(3) Parce que l'énergie d'ancrage est par contre très petite, l'activation thermique des vortex est très importante à haute température, ce qui fait que le courant non-dissipatif qui peut effectivement être porté par l'échantillon est faible. La valeur de ce courant est même supprimé au-dessus d'une ligne $T_{irr}(B)$ qu'on appelle la *ligne d'irréversibilité*. Cette ligne d'irréversibilité est difficile à observer dans les supraconducteurs classiques parce qu'elle se trouve trop proche de $H_{c2}(T)$.

On voit que du point de vue des applications il est donc non seulement nécessaire d'augmenter le plus possible le courant critique, mais aussi de pousser la ligne d'irréversibilité à une température la plus haute possible, par manipulation de la structure du matériau supraconducteur. Du point de vue fondamental, les supraconducteurs HTc donnent la possibilité d'étudier le comportement des vortex proche de la ligne d'irréversibilité, ce qui était difficile dans les supraconducteurs plus traditionnels.

Chapitre V : Méthodes expérimentales

V.1. Susceptométrie

Pour vérifier les prédictions obtenues à partir du modèle critique, plusieurs méthodes expérimentales sont possibles. Une méthode courante est l'étude du moment magnétique total défini par [18]

$$\mathbf{m} = \frac{1}{2} \iiint_V \mathbf{r} \times \mathbf{j}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (\text{II.12})$$

où l'intégrale est effectuée sur tout le volume de l'échantillon. Pour pouvoir le calculer d'après les distributions de courant \mathbf{I} obtenues dans le cas du ruban infini, cette définition générale de \mathbf{m} doit être légèrement modifiée :

- D'une part, il faut calculer le moment magnétique par unité de longueur du ruban $\tilde{\mathbf{m}}$ (car le moment magnétique total est, bien entendu, infini).
- D'autre part, il faut tenir compte de la continuité du courant. En effet, la définition générale de \mathbf{m} donnée ci-dessus correspond à une densité de courant localisée dans un domaine fini de l'espace. Dans la géométrie du ruban, les courants \mathbf{I} ne sont orientés que selon \mathbf{e}_y , et ne forment donc pas des boucles fermées. Une transformation est donc nécessaire pour résoudre ce problème.

On trouve finalement dans le cas particulier du ruban

$$\tilde{\mathbf{m}} = 2 \int_0^a dx x I_y(x) \quad (\text{II.13})$$

La mesure de cette quantité pour un supraconducteur est la même que pour tout autre échantillon magnétique. Une bonne description des méthodes couramment utilisées peut être trouvée dans la littérature [4].

L'inconvénient de la mesure du moment magnétique est qu'elle ne fournit que des informations *globales* sur l'état de l'échantillon, et non une description *locale* des distributions de courant ou de champ magnétique telles qu'on les calcule dans le modèle critique. Or on imagine aisément d'après la définition du moment magnétique (II.12) qu'il existe une infinité de distributions de courant $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ pouvant correspondre à la même valeur de \mathbf{m} .

V.2. Observations magnéto-optiques

Toutefois, d'autres méthodes expérimentales permettent une mesure locale de la distribution de champ magnétique. Une première possibilité est de balayer la surface de l'échantillon avec un capteur de très faibles dimensions (microsonde Hall ou SQUID). La résolution spatiale est alors principalement limitée par la taille de la sonde.

Une seconde méthode est fondée sur l'effet magnéto-optique de Faraday (ou *Faraday rotation*) : certains matériaux (comme l'oxyde d'europium EuO) ont la particularité de changer la polarisation de la lumière qui les traverse proportionnellement au champ magnétique dans lequel ils sont placés. Ainsi, en recouvrant un échantillon avec une couche de l'un de ces matériaux, en l'éclairant avec une lumière polarisée, et en observant la surface avec une optique sensible à la polarisation, on peut voir les variations de la distribution de champ [8]. Dans ce cas, la résolution spatiale est fortement dépendante de la qualité de l'interface entre l'échantillon et la couche magnéto-optique.

Finalement, on peut mentionner une dernière technique d'observation locale, plus précise mais moins pratique. Il s'agit de la *décoration* : on disperse sur une surface de l'échantillon perpendiculaire au champ appliqué une fine poudre de magnétite. Si leur taille est suffisamment fine, ces petites particules vont se grouper au centre des vortex, où le champ est important. Ici, la résolution permet véritablement de voir les vortex individuels. Par contre, il y a deux inconvénients :

- Il est impossible de voir l'évolution dynamique de la distribution de champ (contrairement à la magnéto-optique, où il est possible de varier durant l'observation les conditions expérimentales telles que la température ou le champ appliqué).
- Il est indispensable de déposer les particules à très basse température, sans quoi l'agitation thermique les empêcherait de se grouper autour des vortex. Cette méthode ne convient donc pas très bien à l'étude des propriétés des supraconducteurs HTc.

PARTIE B : SUPRACONDUCTIVITÉ HT_c

B.1 Objectifs

Les objectifs du travail pratique sont:

- La compréhension de la pénétration d'un champ alternatif dans les conducteurs normaux, obéissant la loi d'Ohm, et dans les supraconducteurs, matériaux à caractéristique courant - tension très non-linéaire.
- La compréhension de la mesure de la susceptibilité alternative avec le pendule de torsion forcé.
- Déduire du comportement de la susceptibilité alternative si un échantillon a une caractéristique courant-tension linéaire (Ohmique) ou très non-linéaire (supraconducteur).
- Déduire le courant critique du supraconducteur et son comportement en fonction de la température.
- La mesure du courant critique en fonction du champ magnétique statique, et la détermination de la ligne d'irréversibilité.

Des autres possibilités supplémentaires sont:

- La mesure du courant critique en fonction de l'angle du champ magnétique avec l'axe c de l'échantillon.
- Déduire si la résistivité dépend de l'activation thermique des vortex ou non, et la mesure de la barrière d'activation.

L'échantillon actuel est un ruban de $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$, avec $T_c = 102\text{K}$ en champ zéro. La méthode utilisée est celle de la susceptibilité alternative. Pour un échantillon supraconducteur, cette méthode revient à l'étude de la pénétration d'un champ magnétique, périodique dans le temps, dans l'intérieur de l'échantillon. La susceptibilité de l'échantillon est mesurée avec un pendule de torsion forcé dans le régime sub-résonant.

B.2 Principe de la mesure

Pour étudier la dissipation dans les supraconducteurs, une méthode fréquemment utilisée est la susceptibilité alternative. L'échantillon supraconducteur est soumis à un champ magnétique statique H_a , l'effet duquel est de produire le réseau de vortex. Un champ magnétique alternatif (périodique dans le temps), $h_{ac} \cos(2\pi ft) \ll H_a$, est

superposé. Ce champ alternatif est, selon la 2^{ème} équation de Maxwell, responsable pour un champ électrique à la surface de l'échantillon:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = 2\pi f \mu_0 \mathbf{h}_{ac} \sin(2\pi ft) \quad (\text{B.1})$$

Ce champ électrique périodique provoque un courant de surface dans l'échantillon, lequel agit, selon $\mathbf{F} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}$, avec une force sur les vortex présents dans l'échantillon. Les vortex se déplacent périodiquement sous la force appliquée - le déplacement peut correspondre à une compression ou à une flexion des vortex, ou au deux. Comme tout déplacement des vortex hors de leurs positions d'équilibre correspond à la création d'un gradient de flux, il correspond aussi, selon la 4^{ème} équation de Maxwell, à la création d'un courant. La réponse précise de l'échantillon peut être déduite à partir de cette équation, laquelle, dans l'approximation quasi-statique, est

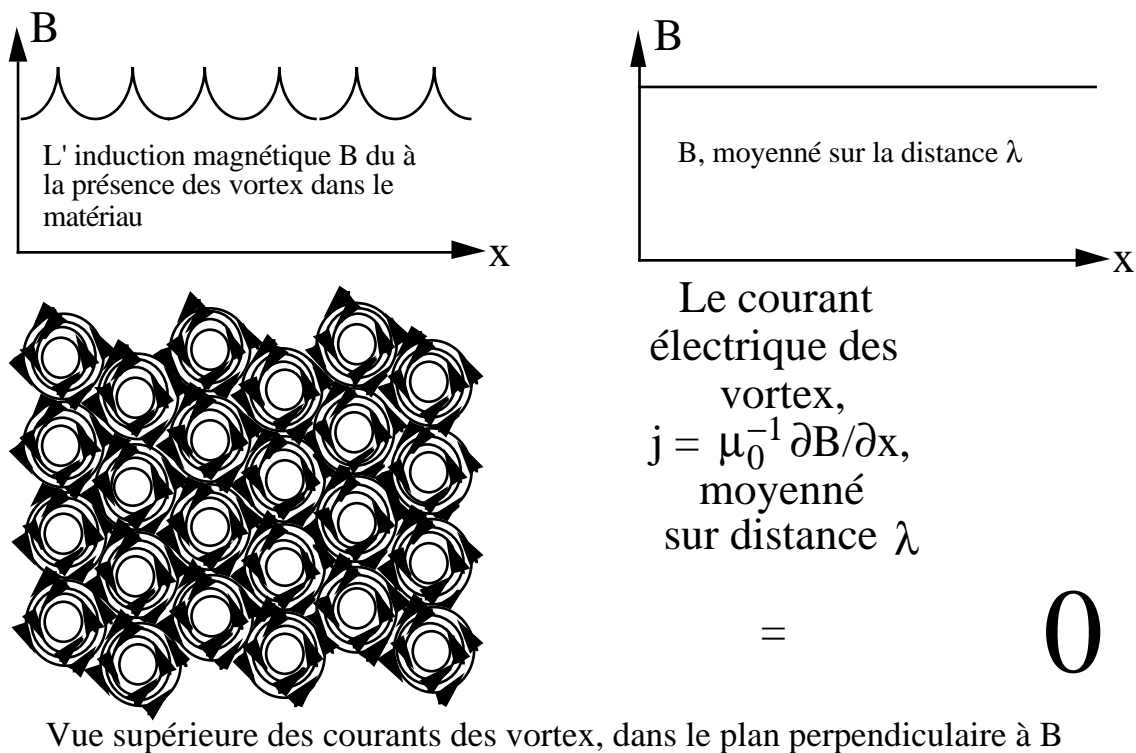


Fig. 23 : Distribution homogène de vortex. L'induction magnétique moyenne est égale à B sur une distance beaucoup plus grande que λ . Les courants des vortex s'annulent et le courant total est égal à zéro.

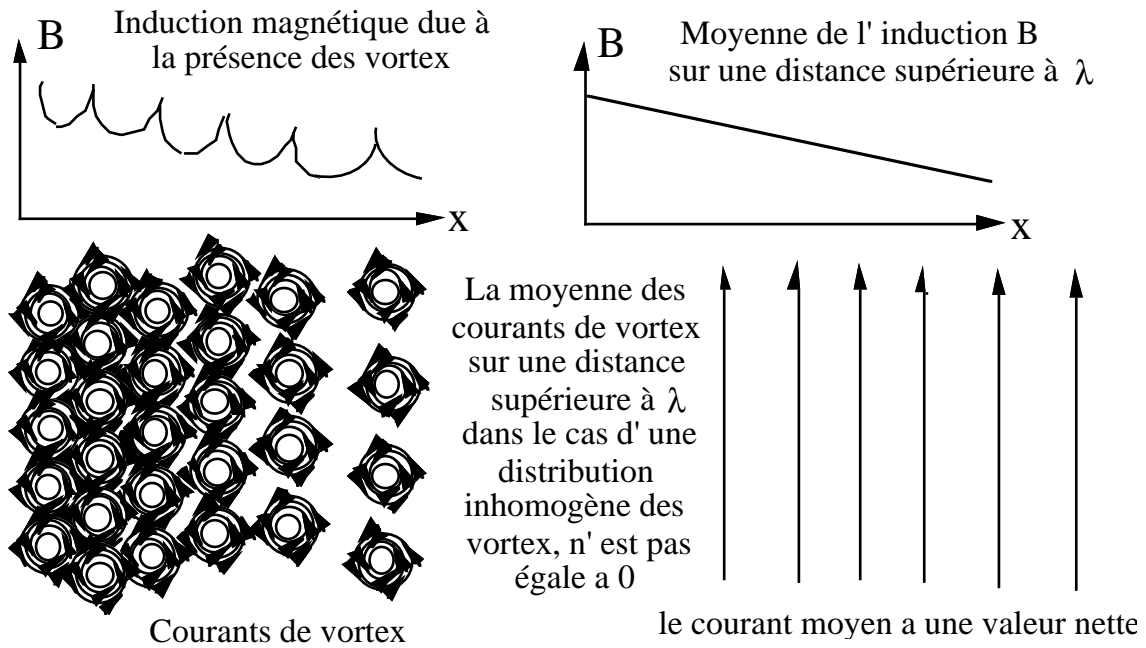


Fig. 24 : Distribution inhomogène de vortex, due à une force appliquée depuis la gauche. Les courants des vortex ne s'annulent plus, et il existe un courant total net donné par $\mu_0 j = \partial B / \partial x$.

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mu_0 \mathbf{j}. \quad (\text{B.2})$$

Dans l'équation (B.2), \mathbf{H} est le champ magnétique, et \mathbf{j} est le courant total correspondant au déplacement des vortex (voir fig. 23 et 24).

Le changement du champ magnétique à la surface de l'échantillon fait donc pénétrer du flux supplémentaire vers l'intérieur de l'échantillon. Pour calculer la répartition macroscopique des champs moyens, nous allons utiliser le fait que la pénétration du flux dans un supraconducteur, sous l'influence d'une force alternative, est tout à fait comparable à la pénétration de champs alternatifs dans les métaux normaux. Notons qu'en ce moment nous avons trois variables, soit l'induction B , le champ électrique E , et le courant j , mais uniquement deux équations reliant respectivement E et B (Eq. B.1), et B et j (Eq. B.2). Nous avons encore besoin d'une troisième relation pour connaître la solution pour B , E , et j . C'est la relation constitutive

$$\mathbf{E} = \rho (f, j, B, T) \mathbf{j} \quad (\text{B.3})$$

Dans le cas le plus simple d'un échantillon métallique (conducteur normal), la résistivité ρ est une constante et nous avons la loi d'Ohm. Dans le cas d'un supraconducteur, nous avons déjà vu plusieurs formes de la résistivité:

$$\rho = \rho_{FF} \quad (B.4)$$

pour le "flux flow" (Eq. 3),

$$\rho = 0 \quad (j < j_c)$$

$$\rho = \rho_{FF} \quad (j > j_c) \quad (B.5)$$

pour l'ancrage de flux à $T = 0$, et

$$\rho = \rho_0 e^{-U(j)/k_B T} \quad (B.6)$$

pour le "flux creep" (Eq. II.4). Pour décrire la situation expérimentale, le système d'équations formé par (B.1)-(B.3) doit être résolu pour la géométrie de l'échantillon, avec la condition de bord $H_a = H_0 + h_{ac} \cos(2\pi ft)$. Cette solution nous donne la répartition de E , B , et j à l'intérieur de l'échantillon. La solution pour géométrie quasi-infinie est le sujet des exercices suivants. Pour le cas de géométrie générale, la solution des équations (20) - (22) devient beaucoup plus compliquée, et ce n'est certainement pas le but de ce travail de la déduire. Néanmoins, la forme d'une fonction qui dépend uniquement du quotient de la longueur de pénétration et une taille typique de l'échantillon est préservée.

Ils existent plusieurs méthodes pour mesurer le moment magnétique ou la susceptibilité d'un échantillon. Parmi les plus connus figurent la mesure avec un système de bobines compensées, et la balance de Faraday. Dans l'expérience actuelle, la mesure est effectuée avec un pendule de torsion forcé. L'échantillon est installé au bout de l'axe du pendule (figure 25), lequel est suspendu par deux fils de torsion colinéaires. Le tout est suspendu dans un champ magnétique statique H_a , de grandeur jusqu'à 6500 G (0.65 T). Les oscillations du pendule dans le champ magnétique, sur angle α , font que l'échantillon (actuellement un ruban mince de $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$, dans une matrice d'argent) qui est collé dans le sens vertical, soit soumis à un champ magnétique statique plus un petit champ périodique superposé. Le champ statique est parallèle au plan de l'échantillon.

Exercice - Montrez que les composantes effectives du champ magnétique sont $H_{\perp} = H_a \sin(\alpha_0 \cos(2\pi ft))$ et $H_{\parallel} = H_a \cos(\alpha_0 \cos(2\pi ft))$. Quand $\alpha = \alpha_0 \cos(2\pi ft)$ est petit, la composante parallèle à l'échantillon $H_{\parallel} \approx H_a$ est donné principalement par le champ statique H_a , tandis que la composante perpendiculaire est périodique dans le temps, $H_{\perp} \approx H_a \alpha_0 \cos(2\pi ft) \equiv h_{ac} \cos(2\pi ft)$.

La réponse du pendule à un couple de torsion σ est une rotation angulaire α qui dépend de la masse du pendule m , de la constante de torsion du fil de suspension G et de la réponse de l'échantillon au champ magnétique alternatif appliqué. Pour des petites oscillations et dans la limite élastique du fil de suspension, l'équation de mouvement du système sera:

$$m \ddot{\alpha} + G \alpha = \sigma$$

Où G est un facteur qui peut dépendre des plusieurs paramètres. Si le pendule est soumis à des oscillations forcées à une fréquence très inférieure à la fréquence de résonance $\omega_r = (G/m)^{1/2}$, le terme d'inertie peut être négligé et G rend compte de la réponse totale du système.

Le couple total de restitution est le résultat de deux contributions: le couple élastique du fil de suspension $\sigma_w = G_w \alpha$ et le couple magnétique $\sigma_{mag} = |\mathbf{M} \mathbf{V} \times \mathbf{H}|$ où V est le volume de l'échantillon. La magnétisation est $\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}$ ou χ est le tenseur de susceptibilité. On peut démontrer que dans notre cas d'un ruban soumis à un champ alternatif normal a sa surface, la principale composante de la magnétisation est aussi normale à la surface.

$$M_{\perp} = \chi H_{\perp} = \chi_{\perp} h_{ac} \cos(2\pi f t)$$

Dû à l'existence des mécanismes dissipatifs dans l'échantillon, la magnétisation est en retard par rapport au champ périodique appliqué. Ceci peut-être exprimé par l'équation réelle:

$$M_{\perp} = M_0 \cos(2\pi f t + \phi) = \chi_{\perp} h_{ac} \cos(2\pi f t)$$

ou par l'équation complexe:

$$M_{\perp}^* = \chi_{\perp}^* h_{ac} \cos(2\pi f t)$$

où on a introduit une susceptibilité complexe $\chi_{\perp}^* = \chi' + i\chi''$ telle que $|\chi_{\perp}^*| = M_0 / h_{ac}$ et $\tan(\phi) = \chi'' / \chi'$. Il en résulte que l'énergie magnétique dissipée pendant un cycle d'oscillation est:

$$\oint H dM = \pi h_{ac}^2 \chi''$$

Par conséquent $\sigma_{mag} = -M_{\perp} V H_a$ et le couple total sur le pendule devient

$$\sigma \approx G \alpha = G_w \alpha - M_{\perp} V H_a$$

$$\begin{aligned}
\sigma &\approx G \alpha = G_w \alpha - \chi_{\perp} H_{\perp} V H_a \\
&= G_w \alpha - \chi_{\perp} V H_a^2 \alpha \\
&= (G_w - \chi_{\perp}' V H_a^2) \alpha - i \chi_{\perp}'' V H_a^2 \alpha
\end{aligned}$$

On peut définir une nouvelle constante de torsion complexe normalisée, $G_n = G / G_w$ dont le module est la phase sont de la forme:

$$\begin{aligned}
G_n &= 1 - \Delta \chi' - i \Delta \chi'' \\
|G_n| &= (1 - 2\Delta \chi' + \Delta^2 (\chi'^2 + \chi''^2))^{1/2} \approx 1 - \Delta \chi' \\
\text{Arg}(G_n) &= -\Delta \chi'' / (1 - \Delta \chi') \approx -\Delta \chi''
\end{aligned}$$

où $\Delta = V H_a^2 / G_w$. Les deux dernières approximations sont valables si $\Delta \ll 1$, c'est-à-dire, quand l'échantillon est petit, ou si le champ H_a est faible. Dans la section suivante, on verra comment relier χ' et χ'' aux quantités mesurées par l'électronique du pendule de torsion forcé.

B.3 Montage expérimental

L'échantillon est mis en oscillation par la force magnétique exercée par deux bobines d'excitation sur un aimant permanent solidaire à l'axe du pendule (Figure 25). L'oscillation doit être exécuté dans le régime sub-résonant (Assurez vous de travailler uniquement à fréquences en dessous de la fréquence de résonance du pendule, en commençant par mesurer la caractéristique de phase et d'amplitude du pendule en fonction de la fréquence). Le signal d'excitation pour les bobines est donné par le signal du générateur d'un Schlumberger (FRA 1250, Frequency Response Analyser) amplifié et converti en courant par un amplificateur bipolaire Hewlett Packard 6825A. Un amplificateur lock-in (SR 850) peut être aussi utilisé à la place du Schlumberger

La position de l'échantillon (amplitude et phase) est mesurée à l'aide d'un faisceau laser, qui est reflété par un miroir solidaire à l'axe du pendule vers une cellule photoélectrique. Le courant photoélectrique différentiel fourni par la cellule est converti en tension, et amplifié par un amplificateur courant-tension. Il en résulte une tension proportionnelle à la position du faisceau sur la cellule. Ce signal est prise par le Schlumberger FRA 1250 (ou par l'ampli Lock-in SR850) qui la compare avec le signal d'excitation.

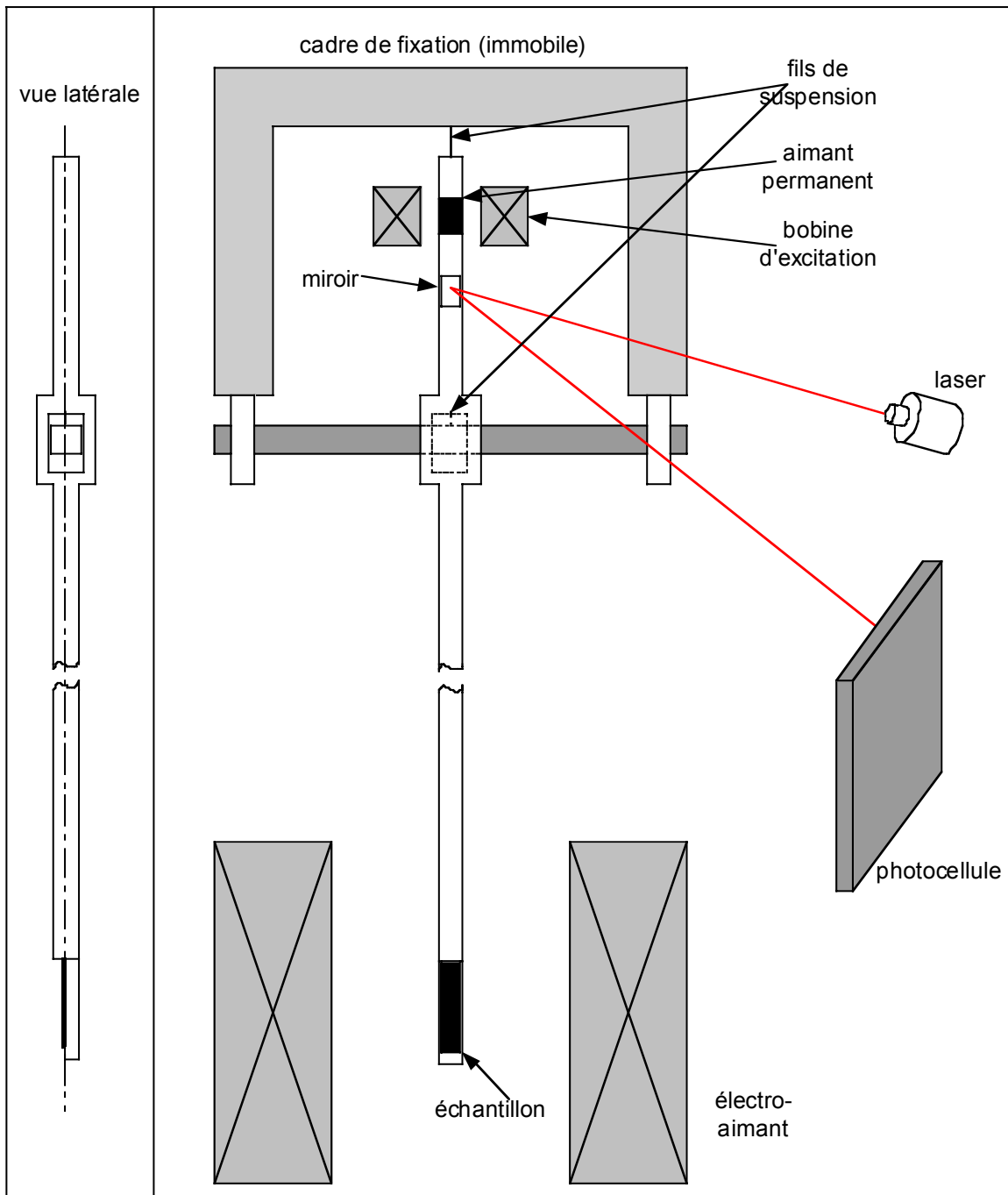


Fig. 25 : Schéma expérimental

Le Schlumberger FRA 1250 est un analyseur de fréquence qui exécute une transformation de Fourier sur le signal en fonction du temps, ce qui permet d'obtenir toutes les composantes harmoniques du signal. Ici on ne sera intéressé que par la première harmonique. Les résultats de la mesure sont :

- la phase $\text{Arg}(G_n)$ entre les signaux d'excitation (proportionnelle au couple appliqué σ) et de réponse (proportionnelle à l'angle de torsion α):

$$\sigma = |G_n| e^{i \text{Arg}(G_n)} \alpha$$

$$\text{Arg}(G_n) = -\Delta\chi''$$

- l'amplitude du signal de réponse (en Volts) qui est proportionnelle à l'amplitude d'oscillation du pendule α_0 :

$$\alpha_0 = \frac{\sigma_0}{G_w |G_n|} = \frac{\sigma_0}{G_w} \frac{1}{1 - \Delta\chi'} \approx \frac{\sigma_0}{G_w} (1 + \Delta\chi')$$

Ces expressions permettent de relier les quantités mesurées aux composantes réelle et imaginaire de la susceptibilité.

En ce qui concerne le Lock-In SR 850, il compare le signal d'entrée $A \cos(2\pi ft + \phi)$ avec un signal de référence $\cos(2\pi ft)$. La multiplication de ces deux signaux donne un signal $(A/2) \cos\phi + (A/2)[\cos(4\pi ft) - 2 \sin(4\pi ft)]$. L'application d'un filtre à très basse fréquence permet d'extraire la composante directe, $(A/2) \cos\phi$, qui est proportionnelle à la première harmonique du signal mesuré.

Pour pouvoir atteindre les températures auxquelles l'échantillon est supraconducteur, le tout est monté dans un cryostat à l'azote liquide. Le cryostat consiste d'un espace pour l'azote liquide, entouré d'un espace vide. À l'intérieur de l'espace-azote se trouve le montage expérimental. Celui-ci consiste lui-même de deux espaces concentriques. L'intérieur contient l'arrangement du pendule décrit ci-dessus, dans une atmosphère de 3mBar d'Hélium. Cet hélium assure le contact thermique avec l'espace extérieur, par lequel on peut passer un flux de gaz (N_2) de contact, qui permet de refroidir l'installation intérieure. La température peut être augmentée en diminuant le flux de gaz pendant qu'on réchauffe l'élément de chauffage avec le régulateur de température Oxford. Cet appareil mesure aussi la température du senseur qui est installé près de l'échantillon. La fonction du régulateur est de ramener à zéro la différence entre la valeur du senseur (no. 3) affiché et d'une consigne choisie par l'utilisateur. Il est possible de programmer une séquence de rampes (montés ou descentes) de température, ce qui est utile pour les mesures de la susceptibilité en fonction de température. L'électroaimant qui produit le champ principal est monté autour du cryostat.

Le système est très sensible aux vibrations extérieures. Il faut donc l'en préserver le plus possible avec un système anti-vibratoire ainsi qu'en réduisant au maximum toute source de vibrations. De plus, la canne du pendule ne doit avoir qu'un seul degré de

liberté: l'angle de torsion. Il faut donc particulièrement veiller à sa verticalité et à diminuer les vibrations extérieures qui pourraient exciter d'autres modes. Le système de suspension est censé d'assurer la verticalité de la canne.

B.4. Exercices

Les exercices suivants ne sont pas obligatoires. Néanmoins, ils sont vivement conseillés car ils contiennent l'essentiel de la compréhension de cette manipulation. Au minimum, lisez tous les exercices, prenez note des résultats et discutez sons sens physique car ils sont indispensables pour ce travail.

Exercice - Considérez une plaque semi-infinie d'un matériel Ohmique, c'est-à-dire, décrite par $E = \rho j$ avec ρ constant, occupant l'espace entre les plans $x = \pm d/2$. La plaque est soumise à un champs magnétique alternatif $H(t) = h_{ac} \cos(2\pi ft) = \text{Re}(h_{ac} e^{i 2\pi ft})$, parallèle à la surface, le long de l'axe z . Montrez d'abord, en substituant cette forme de $H(t)$ et à partir des équations (B.1) - (B.2) en forme unidimensionnelle,

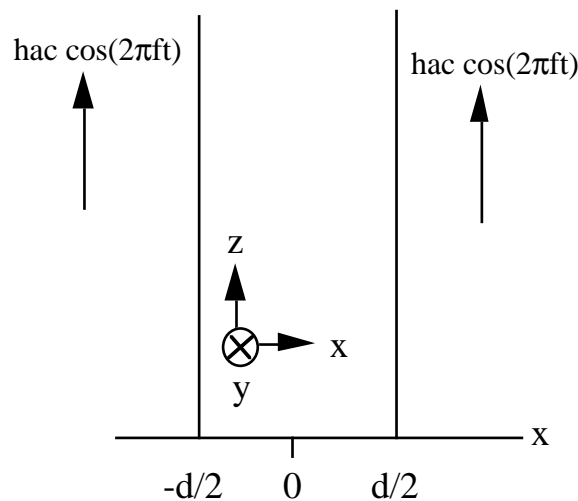
$$\partial E / \partial x = - \partial B / \partial t$$

$$\partial B / \partial x = \mu_0 j$$

$$E = \rho j$$

que les champs $B_z(x)$ et $E_y(x)$ correspondent aux solutions de deux équations d'onde, un pour le champ B , et un pour le champ E .

Exercice: Montrez que les résultats ne dépendent que sur le paramètre λ/d , ou $\lambda = (\rho/2\pi\mu_0 f)^{1/2}$ est la longueur de pénétration. Montrez que le flux magnétique alternatif est expulsé lorsque la fréquence est augmentée (effet de peau).



Exercice - Calculez, à partir du résultat obtenu, la distribution des champs alternatifs $B_z(x)$, $E_y(x)$, et du courant $j_y(x)$ dans la plaque semi-infinie.

Exercice - Montrez que le moment magnétique de la plaque définit comme

$$M \equiv \int_V \mathbf{r} \times \mathbf{j}(\mathbf{r}) \, d^3\mathbf{r} = \int_{-d/2}^{d/2} x j(x) \, dx = \int_{-d/2}^{d/2} B(x) \, dx \quad (\text{B.7})$$

est égale à

$$M(t) = 2h_{ac} \lambda \tanh(d/2\lambda) \cos(2\pi ft) \equiv \chi H(t). \quad (\text{B.8})$$

La susceptibilité magnétique $\chi = \chi' + i\chi''$ est définie comme

$$\chi' = 1/(2\pi V h_{ac}) \int_0^{2\pi} M(t) \cos(2\pi ft) \, d2\pi ft \quad (\text{partie réelle}) \quad (\text{B.9})$$

$$\chi'' = 1/(2\pi V h_{ac}) \int_0^{2\pi} M(t) \sin(2\pi ft) \, d2\pi ft \quad (\text{partie imaginaire}) \quad (\text{B.10})$$

Pour le cas de la plaque Ohmique, les composantes de la susceptibilité deviennent

$$\chi' = (2\lambda/d)(\sinh(d/2\lambda) + \sin(d/2\lambda))/(\cosh(d/2\lambda) + \cos(d/2\lambda)) - 1 \quad (\text{B.11})$$

$$\chi'' = (2\lambda/d)(\sinh(d/2\lambda) - \sin(d/2\lambda))/(\cosh(d/2\lambda) + \cos(d/2\lambda)) \quad (\text{B.12})$$

La susceptibilité dépend donc de la fréquence f , mais pas de l'amplitude h_{ac} .

Exercice - Considérez le même problème qu'auparavant, mais avec une résistivité **non-linéaire** $\rho = \rho_0(j/j_c)^\sigma$, c'est-à-dire $E = \rho j_c(j/j_c)^{\sigma+1}$. Cette situation correspond à celle du "flux-creep" (Eq. (12)), où la barrière U dépend du courant j comme $U(j) = U_c \ln(j_c/j)$, et $\sigma = U_c/k_B T$. Dérivez l'équation d'onde pour B . Montrez que la longueur de pénétration est la même qu'avant pour le cas $\sigma = 0$ (loi d'Ohm), mais qu'elle devient égale à h_{ac}/j_c (indépendante de la fréquence) dans le cas $\sigma \rightarrow \infty$. Ce dernier résultat correspond au **modèle critique: le courant ne dépend pas de l'amplitude du champ alternatif h_{ac} , et elle est toujours égale au courant critique j_c .**

Exercice - Considérez une plaque semi-infinie d'un supraconducteur avec un courant critique j_c , sans activation thermique des vortex, occupant l'espace entre les plans $x = \pm d/2$. Appliquez le modèle de l'état critique, dans lequel le courant $j = \mu_0^{-1} \partial B / \partial x = \pm j_c$ est toujours égal au courant critique.

(a) Considérez l'application d'un champs magnétique statique H_a parallèle à la surface, le long de l'axe z . Dessinez le profil de champ magnétique et du courant électrique à travers la plaque semi-infinie. Montrez que le moment magnétique par unité de volume (longueur) est égal à

$$M = -H_a + H_a(t)^2 / j_c d \quad (\text{B.13})$$

avant la pénétration du champ au centre ($x = 0$) de l'échantillon ($H_a < j_c d/2 \equiv H_p$), et à

$$M = -j_c d / 4 \quad (\text{B.14})$$

après la pénétration jusqu'au centre ($H_a > H_p$).

(b) Considérez la situation en (a) où le champ appliqué a été augmenté jusqu'à la valeur H_{max} . Maintenant le champ est réduit jusqu'à zéro. Dessinez les profils de $H(x)$ et de $j(x)$ à travers la plaque semi-infinie. Montrez que le moment magnétique par unité de volume (longueur)

$$M = -j_c d / 4 + (H_{max} - H_a(t)) - (H_{max} - H_a(t))^2 / 2j_c d \quad (\text{B.15})$$

avant la pénétration du champ descendant jusqu'au centre de la plaque, et que

$$M = j_c d / 4 \quad (\text{B.16})$$

(c) Dessinez le comportement de M en fonction de H_a , donné les résultats de (a) et de (b). Dessinez le comportement pour $H_{max} < H_p$ et pour $H_{max} > H_p$. Le moment magnétique du supraconducteur montre une hystérèse à cause du courant critique, qui écrante le changement de champ appliqué.

La susceptibilité pour la plaque dans l'état critique peut être calculée à partir les mêmes formules (15) et (16). Si le champ appliqué est $H_a = h_{ac} \cos(2\pi f t)$, on obtient:

$$\chi' = h_{ac}/2H_p - 1 \quad (h_{ac} < H_p) \quad (\text{B.17})$$

$$\chi'' = 2h_{ac}/3\pi H_p \quad (h_{ac} < H_p) \quad (\text{B.18})$$

$$\chi' = 1 - (1/4\pi H_p) \{ (h_{ac}/2) [\sin(3\Theta)/3 + \sin\Theta] + [3h_{ac} - 8H_p + 8H_p^2/h_{ac}] \sin\Theta - (h_{ac} - 2H_p) [\sin(2\Theta) + 2\Theta] \} \quad (h_{ac} > H_p) \quad (\text{B.19})$$

$$\chi'' = 2H_p/\pi h_{ac} + (1/4\pi H_p) \{ (h_{ac}/2) [\cos(3\Theta) - 1]/3 + (1 - \cos\Theta) \} \quad (h_{ac} > H_p) \quad (\text{B.20})$$

où

$$\Theta = \arccos(1 - 2H_p/h_{ac}) \quad (0 < x < \pi) \quad (\text{B.21})$$

Malgré la complexité de ces expressions, on voit que la susceptibilité dans ce cas **ne dépend pas de la fréquence f , mais, par contre, dépend fortement de l'amplitude h_{ac}** . Lors, si on peut montrer qu'on est dans l'état critique, on peut directement obtenir la valeur du courant critique à partir des formules (23) - (26). En particulier, **la composante imaginaire de la susceptibilité χ'' montre un maximum quand $h_{ac} = H_p = j_c d/2$, c'est-à-dire quand le champ alternatif pénètre juste jusqu'au centre de l'échantillon. La mesure de la position du maximum en χ'' permet donc la mesure directe du courant critique j_c** . Aussi, on voit directement que χ'' augmente proportionnellement à h_{ac} pour faible $h_{ac} < H_p$, et diminue inversement avec h_{ac} à haute amplitude $h_{ac} > H_p$.

Notons que les différentes dépendances de la susceptibilité alternative du supraconducteur dans l'état mixte sur la fréquence et l'amplitude du champ magnétique périodique nous permettent de décider sur le type de caractéristique courant-tension de notre échantillon. Pour le cas Ohmique, ou pour le "flux flow", la susceptibilité est indépendante de l'amplitude et ne dépend que de la fréquence. Pour le cas d'ancrage fort sans activation thermique, elle est indépendante de la fréquence et ne dépend que de l'amplitude. Pour le cas intermédiaire ("flux creep"), la longueur de pénétration du champ magnétique et la susceptibilité dépendront de la fréquence et de l'amplitude.

PARTIE C : FLUX MAGNÉTIQUES

C.1. Introduction

La plupart des méthodes expérimentales utilisées pour l'investigation des propriétés des matériaux supraconducteurs (mesures de susceptibilité, de résistivité ou de frottement intérieur) ne donnent accès qu'à des données moyennées sur la totalité du volume de l'échantillon et ne rendent, de ce fait, que difficilement compte des effets de l'anisotropie, de la forme et de l'inhomogénéité des échantillons. En permettant la visualisation directe de la distribution du champ magnétique, l'utilisation de l'effet Faraday magnéto-optique permet d'avoir accès à des données globales autant que locales. D'une part, cette méthode développée par A.A. Polyanskii et collaborateurs [22], autorise l'observation en temps réel des effets de l'ancrage (flux-creep, rémanence). D'autre part, en enregistrant les images au moyen d'une caméra CCD, les méthodes actuelles de traitement d'images permettent d'effectuer une "cartographie" quantitative de la répartition des zones "d'équichamp" à la surface des échantillons. La confrontation des résultats ainsi obtenus avec les modèles théoriques actuels est particulièrement féconde et permet notamment l'estimation de la valeur des densités de courant critique. La conjonction de ces deux modes d'utilisation fait de la méthode magnéto-optique [22-23] un outil d'investigation efficace dans le domaine de la supraconductivité. Une bonne description de la technique se trouve dans la page web de A.A. Polyanskii:

http://magneto-optical.engr.wisc.edu/what_is/what_is.htm

C.2. Effet Faraday

La méthode magnéto-optique de visualisation du champ magnétique est basée sur *l'effet Faraday* qui décrit l'influence du champ magnétique extérieur sur la propagation d'une lumière polarisée à l'intérieur d'un milieu transparent. Si la polarisation est linéaire, le plan de vibration de la lumière tourne autour de l'axe de propagation d'un angle

$$\alpha = B_{//} V d \quad (\text{C.1})$$

où d est l'épaisseur du milieu traversé, $B_{//}$ la composante du champ parallèle à la direction de propagation de la lumière et V une constante caractéristique du matériau, nommée *constante de Verdet*.

La composante perpendiculaire du champ d'induction à la surface d'un échantillon peut ainsi être déterminée en éclairant cette dernière au moyen d'une lumière polarisée et en mesurant l'intensité de la lumière réfléchiée par la surface après son passage à travers un

analyseur dont l'orientation est fixée perpendiculairement à l'angle de polarisation initial. Les matériaux supraconducteurs n'étant pas transparents à la lumière, l'expérience est réalisée en plaçant sur l'échantillon un *indicateur magnéto-optique*³ qui consiste en une fine couche d'aluminium réfléchissante sur laquelle est déposé un matériau transparent possédant une constante de Verdet la plus grande possible.

La résolution d'une telle technique de visualisation dépend essentiellement de trois facteurs :

- La résolution du dispositif optique utilisé qui est limitée à la longueur d'onde du rayonnement employé (env. 550 nm pour la lumière blanche).
- La plus petite valeur du champ détectable au moyen de l'indicateur utilisé définit la résolution magnétique ou sensibilité du dispositif. Cette grandeur dépend de la constante de Verdet du matériau constituant le MOL et de la fonction de transfert de l'analyseur.
- L'épaisseur de l'indicateur et la distance entre ce dernier et l'échantillon qui constitue de manière générale une borne inférieure à la résolution du système.

Un indicateur couramment utilisé consiste d'une couche mince (d'épaisseur inférieure à la longueur d'onde) d'un composé de fluorure et de sulfure d'euporium (EuS/EuF₂) [24, 25]. Cette technique permet d'atteindre une résolution optique de l'ordre de la longueur d'onde de la lumière avec une sensibilité d'environ 5 mT, mais devient inefficace au-dessus de 20 K en raison de la trop faible valeur de sa constante de Verdet à partir de cette température

Pour pouvoir travailler sur toute la gamme de températures des matériaux à haute température critique, on utilise des indicateurs ferrimagnétiques composés de fer et d'Yttrium que l'on dope avec du gallium et du bismuth (*yttrium-iron-garnets*). Si la magnétisation des domaines est perpendiculaire à la surface de l'échantillon [26, 27, 28], l'observation est indirecte et on mesure l'effet du champ produit par l'échantillon sur la répartition locale des populations de domaines pointant vers le haut et vers le bas. La résolution d'une telle méthode est ainsi limitée par la taille des domaines de Weiss.

Enfin, la technique que nous avons utilisée ici consiste à recourir à des indicateurs ferrimagnétiques dont l'anisotropie des domaines est dans le plan de l'échantillon [29]. Seules deux directions cristallographiques perpendiculaires sont admises pour l'orientation des domaines ce qui procure à ces indicateurs des propriétés particulières qui permettent notamment de mesurer la répartition et la valeur des composantes planaires du champ [30, 29]. Avec ce type d'indicateur, l'effet du champ produit par l'échantillon se

³ On utilise souvent l'abréviation anglaise MOL (Magneto-optical active layer)

manifeste à deux niveaux (fig. VI.1). Les composantes parallèles du champ fixent l'orientation des domaines dans le plan de l'indicateur et la composante perpendiculaire B_{\perp} soulève (ou abaisse) le vecteur de magnétisation d'un angle :

$$\phi = \arctan\left(\frac{B_{\perp}}{m}\right) \quad (C.2)$$

où m est la norme du vecteur de magnétisation. La résolution de cette méthode est essentiellement fixée par l'épaisseur de l'indicateur (4-10 μm) et dépend de la qualité du contact entre l'indicateur et l'échantillon. La sensibilité est d'environ 10 μT .

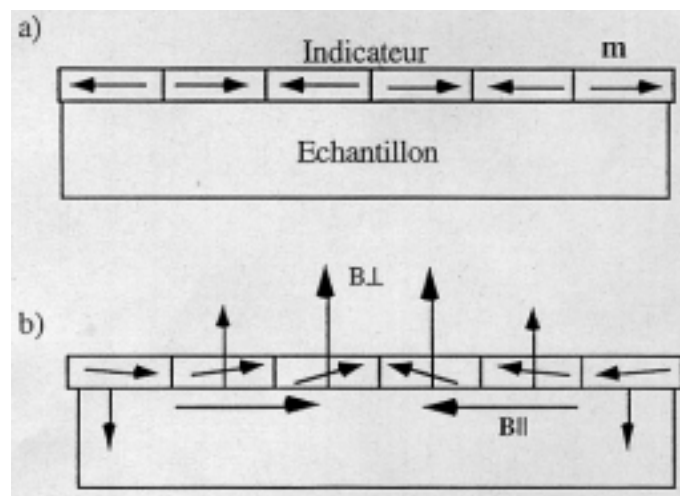


Fig. 26 : Schéma de la méthode magnéto-optique utilisant un indicateur avec anisotropie dans le plan. a) Le champ produit par l'échantillon est nul. b) La composante planaire aligne les domaines dans le plan de l'indicateur, la composante perpendiculaire soulève les vecteurs de magnétisation.

C.3. Technique expérimentale

Le montage expérimental utilisé est représenté à la figure VI.2. La lumière blanche émise par la source (1) traverse un polariseur (2) et est réfléchi en direction de l'indicateur (5) par une lame semi-transparente. L'échantillon (6) est situé dans un cryostat optique (8) à l'intérieur duquel circule un flux d'hélium liquide (10). Pour assurer un bon contact thermique, l'échantillon est collé sur un support en cuivre (7).

Le champ magnétique produit par un électroaimant (9) magnétise l'échantillon et la lumière polarisée est réfléchi, après son passage à travers l'indicateur, en direction d'un objectif (4) dont la résolution est d'environ 2 μm . L'image de l'échantillon donnée par l'objectif traverse ensuite la lame semi-transparente en direction de l'analyseur dont l'orientation est perpendiculaire à celle du polariseur. Une seconde lame semi-transparente

réglable (12) permet de transmettre les images obtenues, soit en direction d'un oculaire (13), soit en direction d'une caméra CCD (14).

L'échantillon est un monocristal d' $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ des dimensions 2mm x 1mm x 0.03 mm dont l'axe c est orienté normal à la face la plus grande de l'échantillon.

L'indicateur est obtenu par déposition d'une couche mince ferrimagnétique du type $(\text{BiLu})_3(\text{FeGa})_5\text{O}_{12}$ (iron garnet film) sur un substrat paramagnétique du type $\text{Gd}_3\text{Ga}_5\text{O}_{12}$.

L'électroaimant est refroidi par un circuit d'eau. Cependant, il n'est pas recommandé d'appliquer des courants supérieurs à 1 A pendant une longue durée, afin d'éviter une surchauffe excessive.

L'électroaimant est alimenté par une source de courant réglable. Une calibration du champ magnétique en fonction du courant appliqué peut être accomplie à température ambiante à l'aide d'un magnétomètre dont la sonde Hall doit être placée le plus proche possible de l'échantillon.

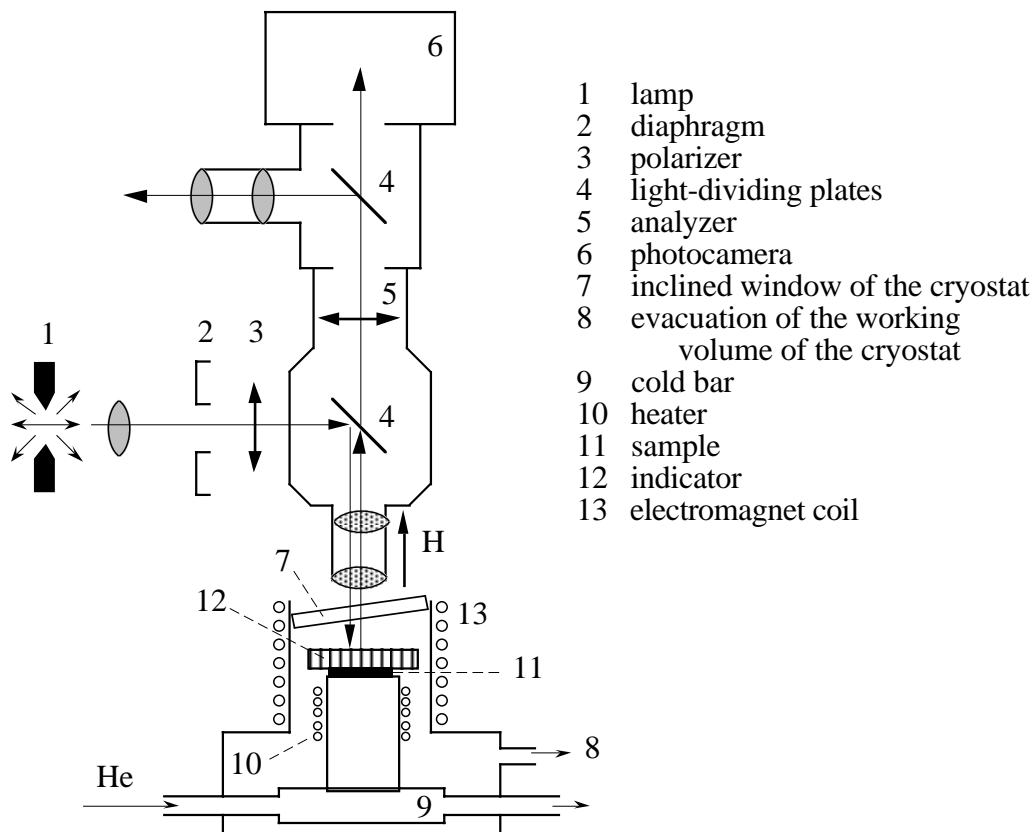


Fig. 27 : Schéma du montage expérimental

C.4. Traitement des images avec Matlab

Voici quelques conseils pour l'utilisation de MatLab.

1 -----

Pour lire une image *.tif et créer les trois matrices r, g, b:

```
[r,g,b]=tiffread('Image saisie 10.TIFF');
```

2 -----

Pour faire les moyennes d'intensité d'une certaine zone de l'image (p.ex. la zone comprise entre les lignes 160:170 et les colonnes 30:240):

```
mean(mean(r(160:170,30:240)))
```

```
mean(mean(g(160:170,30:240)))
```

```
mean(mean(b(160:170,30:240)))
```

```
clear
```

3 -----

Pour afficher l'image r g b, en créant l'image indexée x1 avec la table des couleurs map1:

```
[x1, map1] = vmquant(r, g, b);
```

```
image(x1)
```

```
colormap(map1)
```

```
colorbar
```

4 -----

Pour créer une table des couleurs map2 d'après les fits paraboliques de calibration (couleurs dans un ordre "logique"):

```
M0r=0.25335;
```

```
M1r=0.00037048;
```

```
M2r=1.7423e-7;
```

```
M0v=.21;
```

```
M1v=4e-4;
```

```
M2v=8e-7;
```

```
for i=1:256
```

```
    map2(i,1)=M0r+M1r*(600/256*i-300)+M2r*(600/256*i-300)*  
              *(600/256*i-300);
```

```
    map2(i,2)=M0v+M1v*(600/256*i-300)+M2v*(600/256*i-300)*  
              *(600/256*i-300);
```

```
    map2(i,3)=0;
```

```
end
```

5 -----

Pour créer une image indexée x2 d'après les matrices r g b, en utilisant la nouvelle table des couleurs map 2

```
x2=rgb2ind(r,g,b,map2);
```

ce qui est utilisable pour extraire des profils du champ

6 -----

On peut aussi construire une table map3 avec un choix des couleurs dans un ordre logique et une bonne esthétique, pour afficher l'image indexée x2 avec des couleurs qui montrent clairement les variations d'intensité du champ magnétique:

```
image (x2)
```

```
colormap(map3)          pseudocouleurs
```

7 -----

Deux façons d'enregistrer des données d'une matrice b dans le fichier 'filename':

```
file=fopen ('filename','w');
```

```
fprintf(file,'%g\n',b);
```

```
fclose (file);
```

```
file=fopen ('filename','w');
```

```
    for i = 1:1,
```

```
        for j = 1:6,
```

```
            fprintf(file,'%g\t',b(i,j));
```

```
        end
```

```
    end
```

```
fclose (file);
```

Remarque 1: Il est fortement conseillé de s'habituer à consulter l'AIDE de MatLab!!!!!!

Remarque 2: Il est fortement conseillé aussi de s'habituer à faire des essais avec des matrices petites ou des images petites avant de s'attaquer à l'analyse d'une vraie image expérimentale. De cette façon, on apprendra à examiner le contenu et le sens d'une matrice r, g, ou b, d'un fichier indexé, d'un map, etc, etc, etc.

Références

1. P. G. de Gennes, *Superconductivity of metals and alloys*, W. A. Benjamin Inc., New York and Amsterdam, 1966.
2. M. Tinkham, *Introduction to superconductivity*, McGraw-Hill, New York 1975.
3. L. D. Landau and E. Lifshitz, *Physique Théorique VIII: Electrodynamique des milieux continus*, Editions Mir, Moscou, 1969.
4. *Concise Encyclopedia of Magnetic and Superconducting Materials*, Ed. J. Evetts, Pergamon Press, Oxford 1992.
5. J. Baixeras, *Les Supraconducteurs*, Editions Eyrolles et CNRS Ed., Paris, 1998.
6. G. Burns, *High Temperature Superconductivity*, Academic Press, Boston, 1992.
7. V. Berseth, *Pénétration de vortex dans un supraconducteur de type II en présence d'un réseau orthogonal de lignes de flux*, Travail de Diplôme d'Ingénieur Physicien Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1995.
8. E. Cuche, *Etude des effets de l'anisotropie de la densité de courant critique dans les supraconducteurs de type II*, Travail de Diplôme d'Ingénieur Physicien, EPFL, 1995.
9. M. O. André, *Vortex dynamics in layered superconductors studied using a low-frequency torsional pendulum and magneto-optics*, Thèse EPFL N° 1433 (1995).
10. H. Kamerlingh Onnes, Leiden Comm. 120b, 122b, 124c (1911).
11. W. Meissner & R. Ochsenfeld, *Naturwissenschaften* **21**, 787 (1933).
12. F. London and H. London, *Proc. Roy. Soc. (London)* A149, **71** (1935).
13. J. Bardeen, L.N. Cooper, and J.R. Schrieffer, *Phys. Rev.* **108**, 1175 (1957).
14. V.L. Ginzburg and L.D. Landau, *Zh. Eksperim. i Teor.Fiz.* **20**, 1064 (1950).
15. A.A. Abrikosov, *Zh. Eksperim. i Teor. Fiz.* **32**, 1442 (1957), *Sov. Phys. JETP* **5**, 1174 (1957).
16. E. Zeldov, J. R. Clem, M. McElfresh et M. Darwin, *Phys. Rev B* **49**, 9802 (1994).
17. C. P. Bean, *Rev. Mod. Phys.* **36**, 31 (1964).
18. J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, Wiley, New York, 1962.

19. E. H. Brandt, *Phys. Rev. B* **46**, 8628 (1992).
20. E. H. Brandt, M. V. Indenbom et A. Forkl, *Europhys. Lett.* **22**, 735 (1993).
21. J.G. Bednorz and K.A. Müller, "Possible High-Tc Superconductivity in the Ba-La-Cu System", *Z. Physik B* **64**, 189 (1986).
22. A.A. Polyanskii, V.K. Vlasco-Vlasov, M.V. Indenbom and V.I. Nikitenko. *Sov. Tech. Phys. Lett.* **15** (11), 873 (1989).
23. M.R. Koblishka, R.J. Wijngaarden, Magneto-optical investigation of superconductors, *Supercond. Sci. Technol.* **8**, 199-213 (1995).
24. Th. Schuster, M.R. Koblishka, H. Kuhn, B. Ludescher, N.Moser, H. Kronmüller, *Cryogenics*, **31**, 812 (1991).
25. N. Moser, M.R. Koblishka, H. Kronmüller, B.Gegenheimer, H. Theuss, *Physica C*, **159**, 117 (1989).
26. M.V. Indenbom, N.N. Kolesinikov, M.P. Kulakov, I.C. Naumenko, V.I. Nikitenko, A.A. Polyanskii, N.F. Vershinin, V.K. Vlasco-Vlasov, *Physica C*, **166**, 486 (1990).
27. A.A. Polyanskii, L.A. Dorosinskii, M.V. Indenbom, V.I. Nikitenko, Y. Ossipyan, V.K. Vlasco-Vlasov, *Journal of less Common Metals*, **164 & 165**, 1300 (1990).
28. S. Gotho, N. Koshizuka, *Physica C*, **176**, 300 (1991).
29. L.A. Dorosinskii, M.V. Indenbom, V.I. Nikitenko, Yu. A. Ossip'yan, A.A. Polyanskii, V.K. Vlasco-Vlasov, *Physica C*, **203**, 149 (1992).
30. M.V. Indenbom, H.Kronmüller, T.W. Li, P. H. Kes, A.A. Menovski, *Physica C*, **222**, 203 (1994).
31. V.K. Vlasco-Vlasov, L.A. Dorosinskii, M.V. Indenbom, V.I. Nikitenko, A.A. Polyanskii, R.L. Prozorov, *SPTC (Russie)*, **6**, 555 (1993).
32. P. Mathieu et Y. Simon, *Europhys. Lett.* **5**, 67 (1988).
33. C. P. Bean et J. D. Livingston, *Phys. Rev. Lett.* **12**, 14 (1964).
34. M. V. Indenbom, H. Kronmüller, T. W. Li, P. H. Kes et A. A. Menovsky, *Physica C* **222**, 203 (1994).
35. E. H. Brandt, *Rep. Prog. Phys.* **58**, 1465 (1995).

ANNEXES

Annexe 1 : Mécanismes d'ancrage

Considérons dans un premier temps un seul vortex. S'il est immobile, les interactions de ce vortex avec un échantillon peuvent être classées en deux catégories :

Interactions de volume

Leur origine physique est l'effet des imperfections du matériau supraconducteur, par exemple des impuretés ou des défauts de structure du cristal (défauts ponctuels, lignes de dislocation ou plans de macles). Ces imperfections peuvent avoir deux conséquences. La première est une réduction locale du paramètre d'ordre entraînant une diminution de l'énergie de condensation. Afin de perdre un minimum de cette énergie, les vortex cherchent dans ce cas à se localiser sur ces défauts puisque, comme on l'a dit à la section précédente, le paramètre d'ordre s'annule de toute façon au centre d'un vortex (figure 6). Les forces qui en résultent forment l'*ancrage de cœur*. L'autre conséquence est une déformation de la distribution des courants circulaires entourant les vortex, ce qui donne aussi lieu à des forces d'ancrage. On parle alors d'*ancrage magnétique*.

L'anisotropie des supraconducteurs HTc introduit un troisième type d'ancrage, appelé *ancrage intrinsèque* : la structure en plans de ces matériaux introduit naturellement de grandes variations du paramètre d'ordre (celui-ci est en effet beaucoup plus important dans les plans d'oxyde de cuivre qu'entre ceux-ci). Par conséquent, un vortex parallèle aux plans se place entre ceux-ci; son mouvement parallèlement aux plans est alors beaucoup plus facile que les mouvements obligeant le vortex à les traverser. On considère aussi en général que l'ancrage des vortex perpendiculaires aux plans est plus important que l'ancrage des vortex parallèles entre les plans.

Interactions de surface

Lorsque l'échantillon est de taille finie, il faut bien sûr tenir compte de ses surfaces. Par exemple, il est évident que les courants associés au vortex doivent être parallèles au bord. Ceci a essentiellement deux conséquences.

- D'une part, le vortex doit toujours sortir de l'échantillon perpendiculairement à la surface [32]. Si cette surface est quelque peu rugueuse, cette condition de bord peut faire apparaître des forces donnant l'*ancrage de surface* (figure 8 a).
- D'autre part, un vortex parallèle à une surface sera "attiré" par celle-ci s'il en est très proche. En effet, les courants habituellement circulaires l'entourant sont alors déformés pour être parallèles au bord. Ceci peut être modélisé de façon analogue aux problèmes d'électrostatique, où l'on introduit la notion de charge image. On considère

un vortex image fictif, de sens opposé au vortex étudié et situé symétriquement par rapport à la paroi (donc à l'extérieur de l'échantillon). Par interaction électromagnétique, ces deux vortex opposés s'attirent (figure 8 b). Toutefois, il faut ajouter à cette interaction attractive la force de gradient de champ (répulsive) dû à l'écrantage du champ magnétique à l'intérieur de l'échantillon sur une distance λ (c.f. équation (I.5)). En combinant ces deux contributions, on obtient l'interaction connue sous le nom de *barrière de surface* ou *barrière de Bean-Livingston* [33].

Finalement, les effets de la forme de l'échantillon sont regroupés sous le nom de *barrière géométrique*. D'une part, la forme des angles de l'échantillon peut influencer le champ de pénétration (pour lequel le premier vortex est créé) par "compression" des lignes de flux à l'extérieur. D'autre part, la courbure macroscopique de la surface perpendiculaire aux vortex peut donner lieu à un effet de tension de ligne s'ajoutant à la force de Lorentz et au gradient de champ, ce qui change la forme des cycles de magnétisation [34].

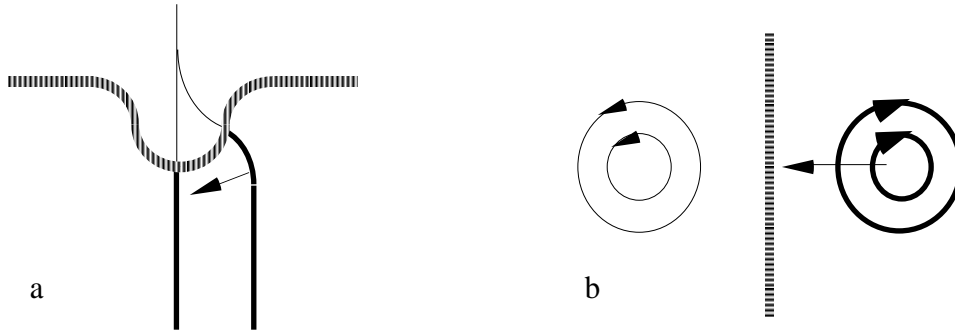


Fig. 8 : Deux effets de la condition de bord sur le courant.

- a. Ancrage de surface : certaines configurations d'un vortex sont énergétiquement plus favorables que d'autres (longueur et courbure minimales) en raison d'aspérités de la surface. Il en résulte une force de rappel.
- b. Interaction avec le vortex image : le vortex placé au sein du matériau (à droite) ressent l'effet de la surface comme si un vortex fictif de sens opposé l'attirait de l'autre côté de celle-ci.

Si le vortex se déplace sous l'action d'une force de Lorentz, une force vient s'ajouter aux interactions statiques mentionnées ci-dessus : il s'agit d'une force de type frottement visqueux, que l'on peut associer à la dissipation d'énergie accompagnant un vortex en mouvement présentée à la section I.1.

Outre les interactions entre un vortex isolé et l'échantillon supraconducteur, il faut aussi considérer les interactions entre vortex. La principale est l'influence électromagnétique entre les densités de courant et les distributions de champ magnétique de chaque vortex. Pour des vortex parallèles, cette interaction est fortement répulsive; elle est attractive pour des vortex antiparallèles et nulle dans le cas de vortex orthogonaux. On peut montrer que, dans un échantillon exempt de tout défaut, ces répulsions conduisent à la formation d'un réseau de vortex triangulaire, nommé *réseau d'Abrikosov* [15]. Les interactions

électromagnétiques au sein de ce réseau impliquent qu'un vortex ancré (par un défaut de volume ou en surface) fait ressentir son site d'ancrage aux autres vortex. Ceci complique la description des forces d'ancrage mentionnées ci-dessus : l'efficacité de ces forces dépend alors de l'état du réseau de vortex. Remarquons aussi que les propriétés de ce réseau sont fortement influencées par l'anisotropie dans le cas des supraconducteurs HTc.

L'autre interaction entre vortex est l'*effet de cœur* dû au recouvrement des zones à paramètre d'ordre réduit au centre des vortex. Cette interaction faisant intervenir l'énergie de condensation est toujours attractive (elle est de la même nature que l'ancrage sur les impuretés du volume de l'échantillon, autrement dit un vortex joue le rôle d'impureté pour les autres vortex). Elle est en général dominée par les interactions électromagnétiques, sauf pour des configurations de vortex quasi-perpendiculaires.

À la section I.1, on a vu que la disparition des forces d'ancrage donnait lieu à la définition de la ligne d'irréversibilité. On comprend mieux maintenant pourquoi l'étude de cette ligne est très délicate : les différents phénomènes physiques influençant le comportement des vortex se superposent, donnant lieu à des dépendances de la force d'ancrage en fonction de toutes sortes de paramètres très complexes (champ magnétique, température, position, courant, fréquence, et les directions des grandeurs vectorielles pour les matériaux anisotropes). De plus, selon la méthode expérimentale utilisée (mesure de résistivité, courbes d'hystérèse, etc.), certains de ces phénomènes peuvent se répercuter de façon plus ou moins évidente sur les résultats.

L'étude du diagramme de phase (H, T) des supraconducteurs HTc est donc un problème très intéressant, demandant à ce jour encore beaucoup de travail. Toutefois, comme le sujet de cette expérience ne porte pas directement sur ce problème, on ne donnera pas plus de détails sur cette matière. De très bons articles de revue sur la physique du réseau de vortex existent dans la littérature [35].

Annexe 2 :

Nonlinear A.C. susceptibility response near the irreversibility line

by L. Civale, T.K. Worthington, L. Krusin-Elbaum and F. Holtzberg, in *Magnetic Susceptibility of superconductors and other spin systems*, edited by R.A. Hein, T.L. Francavilla and D.H. Liebenberg, Plenum Press, New York and London, 1991.