

Exercice 1 *Seconde quantification pour un système périodique*

Soit N particules libres sans spin de masse m dans une boîte de longueur L à une dimension avec des conditions aux bords périodiques.

1. Ecrire le Hamiltonien grâce aux opérateurs d'impulsion et de position.
2. Quelles sont les valeurs des énergies propres E_n pour $N = 1$? (cette fois, $n \in \mathbf{Z}$)
Donner les fonctions d'ondes $\psi_n(x)$ associées.
3. Quel est l'état fondamental du système de N particules et l'énergie correspondante pour des bosons ? Pour des fermions ? Pour une densité de particules ρ , déterminer l'énergie de Fermi à la limite thermodynamique.
4. Calculer l'énergie d'un état à N particules en distinguant les cas de bosons et de fermions.
 - (a) à partir du Hamiltonien de la première question de la série 11 et des $\psi_n(x)$,
 - (b) à partir du Hamiltonien et de la fonction d'onde en 2de quantification (trouvés au 1er exercice de la série 11).
5. Considérons maintenant les mêmes particules, dans la même boîte, mais cette fois soumises à un potentiel $U(x)$ et avec interaction entre paires de particules $V(x - y)$.
Ecrire le Hamiltonien en seconde quantification, en fonction de U et V .