

Exercice 1 *Transformations de Lorentz*

Un dipôle électrique \mathbf{d} se déplace avec une vitesse \mathbf{v} . Trouver le potentiel \mathbf{A} dans le référentiel du laboratoire et montrer que à l'ordre linéaire en $\beta = |\hat{v}|/c$ il est générée par un dipôle magnétique.

Exercice 2 *Multipoles. Dipole magnétique dû à charges en mouvement*

On considère une distribution de charges q_i ayant masse m_i et vitesse \mathbf{v}_i .

- i) Trouver une expression pour le moment de dipôle magnétique total.
- ii) Pouvez-vous déduire une propriété générale du cas où les particules sont du même type, i.e. $m_i/q_i = \text{const}$?

Exercice 3 *Ondes électromagnétiques*

a) Considérer deux dipôles oscillants séparés par une distance $L \gtrsim \lambda$ (cela signifie que L n'est pas $\ll \lambda$). Quel type de rayonnement donnent-ils ? Est-il un rayonnement de dipôle ? Justifier votre réponse.

b) On considère deux dipôles oscillants :

$$\begin{aligned} d_A &= \operatorname{Re}[d_0 \hat{x} e^{i\omega t}] && \text{placé à } (0, 0, 0) \\ d_B &= \operatorname{Re}[d_0 \hat{y} e^{i\omega t}] && \text{placé à } (0, 0, \lambda/4) \end{aligned}$$

Calculer l'intensité et la polarisation du rayonnement à une grande distance $\mathbf{R} = R\mathbf{n}$, avec :

- i) $\mathbf{n} = \hat{x}$
- ii) $\mathbf{n} = \hat{y}$
- iii) $\mathbf{n} = \hat{z}$

Exercice 4 *Milieu macroscopique*

Soit une charge ponctuelle Q placée à l'origine, entourée du vide. Une couche conductrice sphérique se trouve entre la distance R_0 et $R_1 > R_0$. Une couche diélectrique de permittivité ϵ se trouve entre la distance $R_2 > R_1$ et $R_3 > R_2$. Calculer l'induction électrique \mathbf{D} , le champ électrique \mathbf{E} et la polarisation \mathbf{P} en chaque point de l'espace. Trouver les densités de charge libre ρ et microscopique $\langle \eta \rangle$.

Exercice 5 *Problème de l'électrostatique*

On considère la région $\{z \geq 0\}$. Le potentiel est nulle dans la région $\{z = 0, \rho = \sqrt{x^2 + y^2} > a\}$, pendant que $V = V_0 \neq 0$ pour $\{z = 0, \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \leq a\}$.

- i) Avez-vous besoin de la fonction de Green de Neumann ou Dirichlet? En utilisant une bonne fonction de Green pour ce problème, trouver une expression sous forme intégrale pour le potentiel.
- ii) En utilisant le résultat (i), trouver le potentiel sur l'axe z ($\rho = 0$). Quelle est la forme du potentiel à une grande distance $z \gg a$? (montrer que $V \propto a^2/z^2$)
- iii) Le résultat (ii) signifie que le terme dominante à une grande distance est un dipôle. Montrer que, en toute généralité, le terme de monopole est absent dans le cas où $V \neq 0$ seulement dans une région limitée du plan. Pouvez-vous dire aussi quel est la condition pour avoir un dipôle $\neq 0$?