

**Exercice 1** *Transformations de Lorentz*

Un dipôle électrique  $\mathbf{d}$  se déplace avec une vitesse  $\mathbf{v}$ . Trouver le potentiel  $\mathbf{A}$  dans le référentiel du laboratoire et montrer que à l'ordre linéaire en  $\beta = |\mathbf{v}|/c$  il est généré par un dipôle magnétique.

**Exercice 2** *Multipoles. Dipole magnétique dû à charges en mouvement*

On considère une distribution de charges  $q_i$  ayant masse  $m_i$  et vitesse  $\mathbf{v}_i$ .

- i) Trouver une expression pour le moment de dipôle magnétique total.
- ii) Pouvez-vous déduire une propriété générale du cas où les particules sont du même type, i.e.  $m_i/q_i = \text{const}$  ?

**Exercice 3** *Ondes électromagnétiques*

a) Considérer deux dipôles oscillants séparés par une distance  $L \gtrsim \lambda$  (cela signifie que  $L$  n'est pas  $\ll \lambda$ ). Quel type de rayonnement donnent-ils ? Est-il un rayonnement de dipôle ? Justifier votre réponse.

b) On considère deux dipôles oscillants:

$$\begin{aligned} d_A &= \text{Re}[d_0 \hat{x} e^{i\omega t}] && \text{placé à } (0, 0, 0) \\ d_B &= \text{Re}[d_0 \hat{y} e^{i\omega t}] && \text{placé à } (0, 0, \lambda/4) \end{aligned}$$

Calculer l'intensité et la polarisation du rayonnement à une grande distance  $\mathbf{R} = R\mathbf{n}$ , avec:

- i)  $\mathbf{n} = \hat{x}$
- ii)  $\mathbf{n} = \hat{y}$
- ii)  $\mathbf{n} = \hat{z}$

**Exercice 4** *Milieu macroscopique*

Soit une charge ponctuelle  $Q$  placée à l'origine, entourée du vide. Une couche conductrice sphérique se trouve entre la distance  $R_0$  et  $R_1 > R_0$ . Une couche diélectrique de permittivité  $\epsilon$  se trouve entre la distance  $R_2 > R_1$  et  $R_3 > R_2$ . Calculer l'induction électrique  $\mathbf{D}$ , le champ électrique  $\mathbf{E}$  et la polarisation  $\mathbf{P}$  en chaque point de l'espace. Trouver les densités de charge libre  $\rho$  et microscopique  $\langle \eta \rangle$ .

**Exercice 5** *Problème de l'électrostatique*

On considère la région  $\{z \geq 0\}$ . Le potentiel est nulle dans la région  $\{z = 0, \rho = \sqrt{x^2 + y^2} > a\}$ , pendant que  $V = V_0 \neq 0$  pour  $\{z = 0, \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \leq a\}$ .

- i) Avez-vous besoin de la fonction de Green de Neumann ou Dirichlet? En utilisant une bonne fonction de Green pour ce problème, trouver une expression sous forme intégrale pour le potentiel.
- ii) En utilisant le resultat (i), trouver le potentiel sur l'axe  $z$  ( $\rho = 0$ ). Quelle est la forme du potentiel à une grande distance  $z \gg a$ ? (montrer que  $V \propto a^2/z^2$ )
- iii) Le resultat (ii) signifie que le terme dominante à une grande distance est un dipole. Montrer que, en toute generalité, le terme de monopole est absent dans le cas où  $V \neq 0$  seulement dans une région limitée du plan. Pouvez-vous dire aussi quel est la condition pour avoir un dipôle  $\neq 0$ ?