Exercice 1 *Fonction de Green*

Redériver la fonction de Green retardée (cas dynamique) dans l'espace réel à partir de son expression dans l'espace de Fourier donnée au cours. On rappelle

$$G(\mathbf{x},t) = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d\omega d^3\mathbf{k}\tilde{G}(\omega,\mathbf{k})e^{-i\omega t+i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}$$

$$\tilde{G}(\omega,\mathbf{k}) = \frac{1}{k^2-\frac{1}{c^2}\omega^2}$$

Exercice 2 *Équation de continuité*

À partir des expressions pour Φ et $\mathbf{A}$ obtenus en utilisant la fonction de Green retardée :

$$\Phi(\mathbf{x},t) = \int d^3x' \, \frac{\rho(\mathbf{x}',t'=t-\frac{|\mathbf{x}'-\mathbf{x}|}{c})}{4\pi\epsilon_0|\mathbf{x}'-\mathbf{x}|}$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{x},t) = \int d^3x' \, \frac{\mathbf{J}(\mathbf{x}',t'=t-\frac{|\mathbf{x}'-\mathbf{x}|}{c})}{4\pi\epsilon_0 c^2|\mathbf{x}'-\mathbf{x}|}$$

montrer que la condition de Lorenz est équivalent à l'équation de continuité.

Exercice 3 *Polarisation des ondes électromagnétiques*

Préambule

Il est possible d'écrire une onde électromagnétique se propageant selon l'axe z de la façon suivante

$$\begin{aligned} E(\mathbf{x}) &= E_{0x}\cos(kz-\omega t+\Phi)\,\mathbf{e}_x + E_{0y}\cos(kz-\omega t+\Phi+\phi)\,\mathbf{e}_y \\ &= \Re\left[\begin{pmatrix} \frac{E_{0x}}{\sqrt{E_{0x}^2+E_{0y}^2}} \\ \frac{E_{0y}}{\sqrt{E_{0x}^2+E_{0y}^2}}e^{i\phi} \\ 0 \end{pmatrix} \sqrt{E_{0x}^2+E_{0y}^2}\; e^{i(kz-\omega t+\Phi)}\right], \end{aligned}$$

où Φ est la phase de référence de l'onde. Notez que l'onde est transverse puisque ($\mathbf{k}\cdot\mathbf{E} = \mathbf{k}\cdot\mathbf{B} = \mathbf{E}\cdot\mathbf{B} = 0$). Enfin, on voit que l'on peut associer l'information de polarisation de l'onde, au vecteur unité bidimensionnel $\left(\frac{E_{0x}}{\sqrt{E_{0x}^2+E_{0y}^2}}, \frac{E_{0y}}{\sqrt{E_{0x}^2+E_{0y}^2}}e^{i\phi}\right)$ appelé vecteur de *Jones*.

On considère deux ondes électromagnétiques $\mathbf{E}_1$ et $\mathbf{E}_2$ se propageant selon l'axe Oz, de polarisation circulaire opposée et sans décalage de phase.

i) Trouver les vecteurs de Jones des deux ondes $\mathbf{E}_1$ et $\mathbf{E}_2$.

ii) Discuter, en fonction des amplitudes des deux ondes, la polarisation de l'onde totale et le vecteur de Jones lui correspondant.