ELECTRODYNAMIQUE **Série 13** 9 Décembre 2015

Exercice 1 *Particule dans un champ électromagnétique constant*

On considère le mouvement d'une particule de masse m et de charge e dans le champ électromagnétique défini par:
$\mathbf{B} = (0, 0, B)^T$ et $\mathbf{E} = (0, E, 0)^T$, avec $B > E/c$.

i) Trouver la trajectoire de la charge dans le cas non-relativiste.

ii) Trouver la trajectoire de la charge dans le cas relativiste en utilisant un boost dans un référentiel annulant le champ électrique.

Exercice 2 *Formule de Larmor relativiste*

On propose d'appliquer la formule de Larmor relativiste vue au cours. Soient les champs $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ et $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$. Calculer l'énergie rayonnée par unité de temps $\frac{d\mathcal{E}}{dt}$ d'une particule chargée en fonction de sa vitesse. Considérer pour simplifier les vitesses suivantes:

i) $\mathbf{v} \parallel \mathbf{E}$

ii) $\mathbf{v} \parallel \mathbf{B}$

iii) $\mathbf{v} \parallel \mathbf{E} \times \mathbf{B}$; Dans le cas d'un accélérateur circulaire (synchrotron), avec $\mathbf{E} = 0$, vérifier que les pertes d'énergie sont proportionnelles à $\mathcal{E}^4$. [*Indication*: Utiliser le rayon de Larmor $\rho = \frac{m\gamma v}{qB}$, et l'approximation relativiste $v \sim c$].

Exercice 3 *Diffusion Thomson de Radiation*

Dans ce problème, on va calculer le section efficace de diffusion de la lumière dès un particule chargée dans la limite non-relativiste. On considère une onde éléctromagnétique plane monochromatique, d'une seule fréquence ω, qui incide contre une particule libre de charge e et masse m. On peut écrire le champ éléctromagnétique comme:

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \epsilon E_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - \omega t)}. \tag{1}$$

i) Trouver la puissance instantanée rayonnée par la charge pour unité d'angle solide et convertir ce résultat en la puissance *moyenne* temporelle pour unité d'angle solide, $\langle \frac{dP}{d\Omega} \rangle$.

ii) On introduit maintenant le concept de section efficace de diffusion, qui est definie comme:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\text{Energie rayonnée/unité de temps/unité d'angle solide}}{\text{Flux d'énergie incidente / unité de surface/ unité de temps}}, \tag{2}$$

Convertir $\langle \frac{dP}{d\Omega} \rangle$ trouvé en i) en la section efficace de diffusion et calculer la section de diffusion totale.

iii) Généraliser les résultat précédent en calculant la section efficace de radiation pour une onde incidente non-polarisée. On devrait obtenir la formule de Thomson pour la diffusion de photons dès une charge libre:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2}\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2 \cdot \left(1 + \cos^2\theta\right), \tag{3}$$

où θ est l'angle entre la radiation rayonnée et l'axe de propagation defini par $\mathbf{k}$.

iv) Quand est-ce que l'approximation non-relativiste cesse d'être valide?