Physique Mathématique I: groupes et symétries discrets (hiver 2005-2006)
Série 4: Représentations irréductibles des groupes abéliens.

Considérer un groupe fini abélien H d'ordre h.

(i) Montrer que toutes les représentations irréductibles $\Gamma^{(i)}$ ont dimension $l_i = 1$. De cette manière, une représentation irréductible $\Gamma^{(i)}$ associe à chaque élément x du groupe un nombre $\Gamma^{(i)}(x) = \alpha_x^{(i)} \in \mathbb{C}$. Pour un groupe fini, une représentation est toujours équivalente à une représentation unitaire. Pour les représentations irréductibles unitaires, quelles restrictions on a sur les $\alpha_x^{(i)}$?

(ii) Montrer que le nombre N_Γ de représentations irréductibles non-équivalentes est égal à h, l'ordre du groupe.

(iii) Dériver toutes les représentations irréductibles des deux groupes abéliens d'ordre $h = 4$.

(iv) Plus en général, dériver toutes les représentations irréductibles d'un groupe cyclique d'ordre h quelconque.