

Exercice 1 Décomposer en produit d'opérateur unitaires à deux niveaux l'opérateur suivant

$$U = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & i & -1 & -i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -i & -1 & i \end{pmatrix}$$

Cet opérateur est un cas spécial de transformée de Fourier quantique, qui est au coeur de l'algorithme de Schor. Essayez d'exprimer cette opération sous forme de circuit quantique.

Exercice 2 Construire un circuit quantique – en utilisant seulement des opérations à un qu-bit et des CNOT (evt à contrôles multiples) – qui effectue l'opération unitaire suivante

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 & 0 & 0 & 0 & d \end{pmatrix}$$