1. La matrice P_x correspond au projecteur sur l'état $|x\rangle$. Elle s'écrit donc tout simplement comme

$$P_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

On peut arriver au même résultat en écrivant la représentation spectrale de l'opérateur. Il faut dans ce cas écrire la somme des projecterus sur les deux vecteurs propres $|x\rangle$ et $|y\rangle$, avec coéfficients qui correspondent aux valeurs propres correspondants:

$$P_x = 1 \, \times \, |x\rangle\langle x| \, + \, 0 \, \times \, |y\rangle\langle y|$$

2. Pour l'opérateur $P_{\pi/4}$, la manière la plus simple de calculer sa matrice est à l'aide de la représentation spectrale. Il suffit de remarquer que l'état polarisé selon $\pi/4$ est donné par $|\pi/4\rangle = 2^{-1/2}(|x\rangle + |y\rangle)$. L'opérateur est donc

$$P_{\pi/4} = 1 \, \times \, \frac{1}{2}(|x\rangle + |y\rangle)(\langle x| + \langle y|) \, + \, 0 \, \times \, \frac{1}{2}(|x\rangle - |y\rangle)(\langle x| - \langle y|)$$

d'où on obtient

$$P_{\pi/4} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

3. La probabilité de mesurer la valeur propre a_n d'un observable quelconque A, sur un état $|\psi\rangle$, est donnée par $p(a_n) = |\langle a_n|\psi\rangle|^2$. Dans notre cas nous pouvons calculer la probabilité de mesurer la valeur propre 1 pour les observables P_x et $P_{\pi/4}$ (la probabilité de mesurer 0 suit automatiquement). Par exemple, si $|\psi\rangle = |x\rangle$, et nous mesurons la polarisation selon $\mathbf{x}$, alors $p(1) = |\langle x|x\rangle|^2 = 1$. Si l'état de départ est $|\psi\rangle = 2^{-1/2}(|x\rangle + |y\rangle)$, alors $p(1) = |2^{-1/2}\langle x|(|x\rangle + |y\rangle)|^2 = 1/2$. Les autres résultats suivent facilement

	P_x, 1	P_x, 0	$P_{\pi/4}$, 1	$P_{\pi/4}$, 0
$\lvert x\rangle$	1	0	1/2	1/2
$\lvert y\rangle$	0	1	1/2	1/2
$\lvert\pi/4\rangle$	1/2	1/2	1	0
$\lvert 3\pi/4\rangle$	1/2	1/2	0	1