

Exercice 1 Construire un circuit quantique qui réalise une porte logique quantique agissant sur un qu-bit $|\psi\rangle$ et n qu-bits de contrôle $|x_1 \cdots x_n\rangle$. La porte logique doit appliquer l'opérateur U à $|\psi\rangle$ seulement si les qu-bits de contrôle sont dans un état donné de la base computationnelle $|a_1 \dots a_n\rangle$.

Exercice 2 Construire un $C^2(U)$ qui applique le U sous la condition que les deux qu-bits en entrée soient dans un état intriqué $|\beta_{00}\rangle = (|00\rangle + |11\rangle)/\sqrt{2}$.

Exercice 3 Construire un circuit quantique qui réalise la porte logique $C^n(U)$ à partir de portes de Toffoli et d'un $C(U)$. Suggestion: utiliser des qu-bits de travail, qui seront initialisés à des valeurs données. Se rappeler que, pour réaliser le $C^n(U)$, il faut faire une opération AND entre les n qu-bits de contrôle.