

L'énergie d'un spin soumis à un champ magnétique \mathbf{B} est donnée par

$$E = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$$

où $\boldsymbol{\mu} = (1/2)\gamma\mathbf{S}$ est le moment magnétique exprimé en fonction du spin \mathbf{S} .

1. Ecrire l'opérateur Hamiltonien en présence d'un champ magnétique de la forme

$$\mathbf{B} = B_0\mathbf{z} + B_1(\mathbf{x} \cos \omega t - \mathbf{y} \sin \omega t)$$

On définit les fréquences de Larmor $\hbar\omega_0 = \gamma B_0$ et de Rabi $\hbar\omega_1 = \gamma B_1$

2. Considérer l'état arbitraire dépendant du temps

$$|\psi(t)\rangle = \lambda(t)|0\rangle + \mu(t)|1\rangle$$

où les états $|0\rangle$ et $|1\rangle$ sont les états propres de la composante S_z du spin. Ecrire les équations différentielles qui régissent la dépendance du temps de $\lambda(t)$ et $\mu(t)$. Effectuer après les changements de variables $\lambda(t) = \tilde{\lambda}(t)e^{i\omega_0 t/2}$ et $\mu(t) = \tilde{\mu}(t)e^{-i\omega_0 t/2}$.

3. Montrer qu'on peut réduire le problème à la solution d'une équation différentielle de deuxième ordre pour $\tilde{\lambda}(t)$. Ecrire la solution générale de cette équation.
4. Calculer l'évolution de l'état dans le cas avec conditions initiales $\tilde{\lambda}(0) = 1$ et $\tilde{\mu}(0) = 0$. Etudier la probabilité de trouver le spin dans l'état $|1\rangle$ à l'instant t . Comment varie cette probabilité en fonction de ω ?