

Considérer le protocole « superdense coding », étudié au cours. Nous allons examiner quelles sont les possibilités de Eve d'espionner les deux bits transmis par Alice. Eve n'a à disposition que le qu-bit envoyé par Alice, puisque celui de Bob n'est pas transmis. Supposons que Eve puisse effectuer la mesure d'un observable arbitraire  $E$  sur le qu-bit envoyé par Alice.

1. Calculer la valeur moyenne de  $E$  sur les quatre états possibles dans le protocole. Qu'est-ce qu'on apprend de ce résultat?
2. Considérer la base des états propres de  $E$ ,  $\{|e_1\rangle, |e_2\rangle\}$ . On peut écrire les états d'un qu-bit dans cette base

$$\begin{aligned}|0\rangle &= \cos\theta|e_1\rangle - \sin\theta|e_2\rangle \\ |1\rangle &= \sin\theta|e_1\rangle + \cos\theta|e_2\rangle\end{aligned}$$

Ecrire les quatre états de Bell dans la nouvelle base (pour les deux qu-bits). Quelle est la probabilité pour Eve de mesurer  $e_1$  sur les quatre états de Bell? Qu'est-ce qu'on peut déduire sur la possibilité d'espionner la transmission?