Physique statistique IV (été 2010)
Corrigé 1: l'effet Hall classique

En présence d'un champ magnétique et d'un champ électrique uniformes, la force agissant sur un électron est

$$\mathbf{F} = -e\left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{p}}{mc} \times \mathbf{H}\right) . \tag{1}$$

D'après la théorie de Drude, l'équation pour l'impulsion moyenne $\mathbf{p}(t)$ devient

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -e\left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{p}}{mc} \times \mathbf{H}\right) - \frac{\mathbf{p}}{\tau} . \tag{2}$$

Dans le régime stationnaire l'impulsion ne dépend pas du temps et nous avons

$$\begin{aligned} 0 &= -eE_x - \omega_c p_y - \frac{p_x}{\tau} , && (3)\\ 0 &= -eE_y + \omega_c p_x - \frac{p_y}{\tau} , && (4)\\ \omega_c &= \frac{eH}{mc} . && (5) \end{aligned}$$

Ici nous avons défini la fréquence de cyclotron ω_c. Celle-ci est la vitesse angulaire caractérisant la trajectoire d'une charge dans un champ magnétique uniforme. En multipliant (**??**) et (**??**) par $-\frac{ne\tau}{m}$ nous avons deux équations pour les composantes j_x et j_y de la densité de courant:

$$\begin{aligned} j_x + \omega_c \tau j_y &= \sigma_0 E_x , && (6)\\ j_y - \omega_c \tau j_x &= \sigma_0 E_y , && (7)\\ \sigma_0 &= \frac{ne^2\tau}{m} . && (8) \end{aligned}$$

Nous voyons que dans ce cas la conductivité est un tenseur 2×2 donné par

$$\hat{\sigma} = \sigma_0 \begin{pmatrix} 1 & \omega_c\tau \\ -\omega_c\tau & 1 \end{pmatrix}^{-1} \tag{9}$$

Ceci implique que, en présence d'un champ magnétique, un champ électrique dans une direction induit aussi un courant dans la direction orthogonale. Ce courant est le résultant de la trajectoire dite *cycloïde* qu'une charge parcourt dans des champs électrique et magnétique uniformes et des collisions qui "coupent" cette trajectoire après un temps moyen τ et donc après un parcours angulaire moyen $\omega_c\tau$.

Si on suppose que la barrette est insérée dans un circuit électrique par les deux extrémités le long de l'axe x, dans le régime stationnaire le courant j_y doit être égal à zéro. On peut imaginer que, à la clôture du circuit, il y a un régime transitoire pendant lequel une densité de courant j_y s'établit dans la barrette. Ce courant fait accumuler les électrons d'un côté de la barrette. Cet excès de charge produit un champ électrique qui repousse d'autres électrons. Dans le régime stationnaire le flux d'électrons dans la direction y tombe à zéro et seulement le courant dans la direction x du circuit survit. De (**??**) et (**??**) on a donc

$$\begin{aligned} j_x &= \sigma_0 E_x \,, && (10) \\ E_y &= -\frac{\omega_c \tau}{\sigma_0} j_x = -\frac{H}{nec} j_x \,, && (11) \end{aligned}$$

d'où

$$\rho_H = \frac{E_y}{j_x} = -\frac{H}{nec} \tag{12}$$

et

$$R_H = \frac{\rho_H}{H} = -\frac{1}{nec} \tag{13}$$

Le coefficient R_H peut être mesuré directement et, d'après la théorie de Drude, dépend seulement de la densité et des constantes fondamentales e et c. Remarquez que e entre dans l'expression pour R_H avec son signe. La mesure permet donc de déterminer le signe des porteurs de courant.

A part cela, la quantité R_H est importante puisque elle ne dépend pas du temps de relaxation τ qui est la quantité indéterminée dans le modèle de Drude. Une comparaison de la valeur mesurée de R_H avec le résultat théorique permet donc de tester la validité du modèle de Drude. En particulier, la quantité $-\frac{1}{necR_H}$ doit valoir 1 pour R_H dérivé du modèle de Drude. Si on utilise la valeur expérimentale de R_H, on obtient une valeur de $-\frac{1}{necR_H}$ proche de 1 dans le cas des métaux alcalins. Les autres métaux, par contre, comportent une déviation considérable. Parfois une dépendance de $-\frac{1}{necR_H}$ en H est observée, avec des cas de changement de signe, qui corresponderaient à un changement du signe de la charge des porteurs.

L'insuccès du modèle de Drude dans la description du coéfficient de Hall est dû à l'approximation d'électrons libres et au traitement classique de la dynamique d'un électron dans un champ magnétique. Pour plus de détails, voir le Chapitre 16 du livre de Ashcroft et Mermin.