

## Exemples d'exercices - Semaine 7

### 1 Fréquence d'échantillonnage

Soient  $f_1 > f_2 > 0$  deux fréquences données. Pour chacun des signaux suivants, à quelle fréquence  $f_e$  minimum doit-on échantillonner le signal de manière à garantir une reconstruction parfaite au moyen de la formule d'interpolation ?

- a)  $X_1(t) = \sin(2\pi f_1 t) + \sin(2\pi f_2 t)$
- b)  $X_2(t) = 2 \cos(2\pi f_1 t) - \sin(2\pi f_2 t + \pi/4)$
- c)  $X_3(t) = \sin(4\pi f_1 t) + \sin(2\pi(f_1 + f_2)t)$
- d)  $X_4(t) = \sin(2\pi f_1 t) \cdot \sin(2\pi f_2 t)$

### 2 Interlude musical

Durant une heure, on enregistre un concert de musique à l'aide d'un micro qui échantillonne le son à une fréquence de 44 kHz, et chaque échantillon est quantifié sur 32 bits. Quelle est la taille du fichier audio résultant (si on ignore ici toute autre forme de compression) ?

### 3 Un peu de radio

Dans ce problème, on s'intéresse à la modulation en amplitude (AM). Un signal modulé en amplitude est formé de deux signaux distincts : le signal que l'on désire transmettre  $S(t)$  (du son en général) et l'onde porteuse  $P(t)$ . Dans cet exercice, on désire transmettre une sinusoïde à 1 kHz en utilisant une onde radio porteuse à 300 kHz.

$$\begin{aligned} S(t) &= \sin(2\pi f_s t) & P(t) &= \sin(2\pi f_p t) \\ f_s &= 1 \text{ kHz} & f_p &= 300 \text{ kHz} \end{aligned}$$

Le signal émis par l'émetteur radio est finalement donné par

$$A(t) = S(t)P(t).$$

- a) Justifiez l'utilisation de cette technique. Pourquoi n'est-il pas possible de simplement transmettre le signal  $S(t)$  directement en émettant une onde radio à 1 kHz ?

*Indication :* En pratique, la longueur d'une antenne pour un récepteur radio doit au moins être de l'ordre du quart de la longueur d'onde du signal à recevoir. La relation entre la fréquence  $f$  et la longueur d'onde  $\lambda$  d'une onde électromagnétique est  $c = \lambda f$ , où  $c = 3 \times 10^8$  m/s est la vitesse de la lumière.

- b) Expliquez en détail comment il est possible de récupérer le signal  $S(t)$  à partir de  $A(t)$ . On suppose pour ça qu'on connaît la fréquence  $f_p$ , mais pas forcément la fréquence  $f_s$  (seulement qu'elle est bien plus petite que  $f_p$ ).

*Indication :* On admet que l'on peut additionner et multiplier des signaux ainsi qu'utiliser un filtre passe-bas afin de supprimer certaines fréquences indésirables.