



ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Flux Neutronique - Théorie et Mesures

Par

Davide Bertolloto

Pavel Frajtag

et

Gaëtan Girardin

Laboratoire de physique des Réacteurs et de comportement des Systèmes

EPFL-SB-IPEP-LRS

PH-D3-475

Tél. 33378 / 33377

Version 3.2

Septembre 2011

Table des matières

I Notions de physique nucléaire	1
1 Radioactivité : Principes de base	3
1.1 Les types de désintégration radioactive	3
1.1.1 La désintégration α	3
1.1.2 La désintégration β	3
1.1.3 La désintégration γ	5
1.1.4 Les émetteurs de neutrons	5
1.1.5 La fission spontanée et la fission induite	6
1.2 Les lois de désintégration radioactive	6
2 L'origine des substances radioactives	9
2.1 Les substances naturelles	9
2.2 Les substances artificielles	9
3 Interactions des radiations avec la matière	11
3.1 Interaction des particules chargées	11
3.1.1 Cas des particules lourdes	12
3.1.2 Cas des particules légères	12
3.2 Interaction des particules neutres	13
3.2.1 Sections efficaces et coefficient d'atténuation	13
3.2.2 Cas des photons	14
3.2.3 Cas des neutrons	16
4 Notions de radioprotection : doses	19
4.1 KERMA et dose absorbée	19
4.2 Dose équivalente	20
4.3 Dose effective	20
4.4 Valeurs limites	21
5 Détection des rayonnements	23
5.1 Généralités	23
5.2 Le détecteur proportionnel à ionisation	23
5.3 Le spectromètre au germanium	26

II Notions de physique des réacteurs	29
6 Fusion et fission, la réaction en chaîne	31
7 La théorie de la diffusion	35
7.1 Flux et courants	35
7.2 Equation du bilan neutronique	36
7.3 La loi de Fick	37
7.4 L'équation de la diffusion	38
7.5 Condition critique dans un milieu multiplicateur	38
8 Théorie de la cinétique ponctuelle	41
8.1 Etablissement des équations	41
8.2 Trois remarques importantes	42
8.3 L'équation de Nordheim	43
9 Fonctionnement et contrôle d'un réacteur	47
9.1 Constitution d'un réacteur	47
9.1.1 Du centre vers l'extérieur	47
9.1.2 Le coeur plus en détail	47
9.2 Contrôle et sécurité d'un réacteur	48
9.2.1 Contrôle	48
9.2.2 Sécurité	48
9.3 Les différents types de réacteur de puissance et production d'électricité . .	49
9.4 Le réacteur CROCUS	50
III Travail proposé	51
10 Première séance : premier jour	53
11 Deuxième séance : matinée du deuxième jour	57
12 Troisième séance : après-midi du deuxième jour	59
13 Quatrième séance : troisième jour	63
A Résolution de l'équation de la diffusion	67
A.1 Résolution pour une source ponctuelle en milieu infini et homogène	67
A.2 Résolution pour un réacteur cylindrique	67
B Règles élémentaires du calcul d'erreur	71
B.1 L'erreur composée	71
B.2 Loi de propagation des erreurs	72
Bibliographie	75

Liste des tableaux

3.1	Parcours des protons et des particules α dans l'eau	12
4.1	Valeurs de w_R pour quelques rayonnements	20
4.2	Valeurs de w_T pour quelques organes ou tissus	21
5.1	Principes fondamentaux de la détection et principaux instruments	23
10.1	Caractéristiques de la source Pu-Be	54
13.1	Paramètres cinétiques du réacteur Crocus	64
13.2	Taux de comptage à prendre en compte pour la mesure	65

Première partie

Notions de physique nucléaire

Chapitre 1

Radioactivité : Principes de base

1.1 Les types de désintégration radioactive

On dit qu'une substance est radioactive lorsque son noyaux se désintègre spontanément en émettant des radiations. Les éléments de cette substance particulière sont appelés radio-isotopes ou radionucléides. Les radiations émises sont de plusieurs types distincts, énumérés ci-après. Nous constaterons que les désintégrations radioactives sont en fait des réactions nucléaires particulières que nous écrirons en utilisant une notation symbolique empruntée à la chimie.

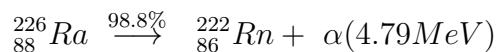
1.1.1 La désintégration α

Les rayons α sont constitués de noyaux d'hélium de charge $+2e$, où e est la charge électronique. La particule α est monoénergétique ; son énergie est en général de quelques MeV. La désintégration α concerne principalement les éléments lourds du tableau des radionucléides et elle s'écrit en notation symbolique de la manière suivante :



Dans ce qui précède, nous avons noté pour un élément X quelconque, Z le nombre atomique, A le nombre de masse ; le symbole * signifie que le noyau est instable. Comme exemple de désintégration α , nous pouvons citer le radium qui décroît selon deux modes différents :

1.



2.



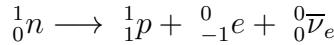
Cette transition est suivie par une émission γ , dont nous parlerons par la suite.

1.1.2 La désintégration β

Les rayons β , que l'on classe en β^- et β^+ , sont respectivement des électrons et des positrons. Ces particules, issues du noyau, ont des énergies nettement supérieures à celles

des électrons atomiques. Lors d'une réaction nucléaire, l'énergie emportée par la particule β n'est pas unique ; elle forme un spectre continu.

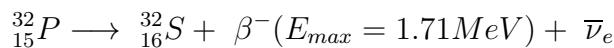
Au cours de la désintégration β^- , le noyau émet un antineutrino en plus de l'électron. On admet en fait que l'électron β^- est créé par la transformation dans le noyau d'un neutron en proton selon le schéma suivant :



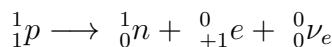
Par conséquent, cette désintégration concerne les noyaux dont le nombre de neutrons est relativement élevé. Grâce à l'antineutrino, le principe de conservation de l'énergie est respecté ; de plus, sa présence permet d'expliquer la continuité du spectre d'énergie des électrons β^- . Le noyau fille possède le même nombre de nucléons que son parent, ce qui donne en représentation symbolique :



L'énergie de la particule β^- est située entre quelques keV et environ 2 MeV. Quant à la masse de l'antineutrino, elle est presque nulle et son interaction avec la matière est insignifiante. Comme exemple de désintégration β^- , nous pouvons citer le phosphore 32, décroissant sur le soufre 32.



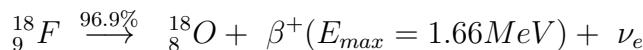
Au cours de la désintégration β^+ , un proton du noyau se transforme en un neutron, émettant un positron et un neutrino selon un schéma voisin de celui présenté ci-dessus :



L'importance et la fonction du neutrino sont les mêmes que précédemment. Cette réaction concerne des noyaux dont le nombre de protons est relativement élevé. Le noyau fille possède le même nombre de nucléons, ce qui se note symboliquement :



L'énergie maximale du positron est également comprise entre quelques keV et environ 2 MeV. Un exemple est donné ci-après.

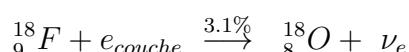


Après avoir été ralentie dans la matière, la particule β^+ s'annihile avec un électron atomique, donnant lieu à deux rayons γ de 0.511 MeV chacun partant dans des directions opposées.

En concurrence avec la désintégration β^+ , nous trouvons la capture électronique (EC). Lors de ce processus, un électron d'une couche profonde, en général la couche K, est absorbé dans le noyau et un neutrino est émis. En notation symbolique, nous avons :



Les couches électroniques se stabilisent ensuite par émission de rayonnement de fluorescence (rayonnement X). Un exemple de capture électronique est donnée ci-dessous.

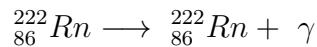


1.1.3 La désintégration γ

Les rayonnements γ sont des photons, tout comme les rayons X, mais beaucoup plus énergétiques. Le spectre photonique est discret, car il correspond à la différence d'énergie entre les niveaux du noyau fils ; il représente ainsi un moyen univoque d'identification de chaque radio-isotope. La plupart des émissions γ suivent instantanément un processus d'émission α ou β laissant l'élément final dans un état excité. La notation symbolique d'une telle désexcitation est la suivante :



Comme exemple de désintégration γ , nous pouvons citer le cas du radon 222, dont nous avons déjà parlé ci-dessus :



Il se peut aussi que l'émission du photon soit retardé ; dans ce cas, nous parlons de transition isomérique. Le noyau fils possède un état excité de longue période appelé état métastable. Le téchnécium 99 fait partie de ces éléments. Son état excité métastable, noté ${}_{43}^{99m}Tc$, ayant une demi-vie de 6 heures, se désintègre en émettant des photons soit de 0.1427, soit 0.0022 et 0.1405 MeV.

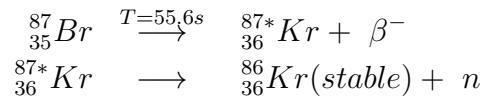
Signalons pour terminer qu'il est possible que le rayonnement γ émis lors de la désintégration du noyau fils soit suffisamment énergétique pour éjecter un électron du cortège électronique. Ce dernier porte le nom d'électron Auger et l'ensemble du phénomène celui de conversion interne. Voici sa représentation symbolique :



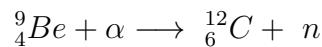
Ce processus est concurrentiel à l'émission de rayonnement γ .

1.1.4 Les émetteurs de neutrons

Il existe un petit nombre de nuclides provenant d'une désintégration β^- qui émettent un neutron pour se stabiliser. Dans un réacteur de fission, ces neutrons émis, fondamentaux pour la sécurité de l'installation, portent le nom de neutrons différés ou retardés. Quant aux éléments, on les appelle des précurseurs. Le krypton 87 est un de ces éléments.



Signalons également la relation de désintégration du béryllium qui permit à Chadwick de mettre en évidence la présence du neutron en 1933 :



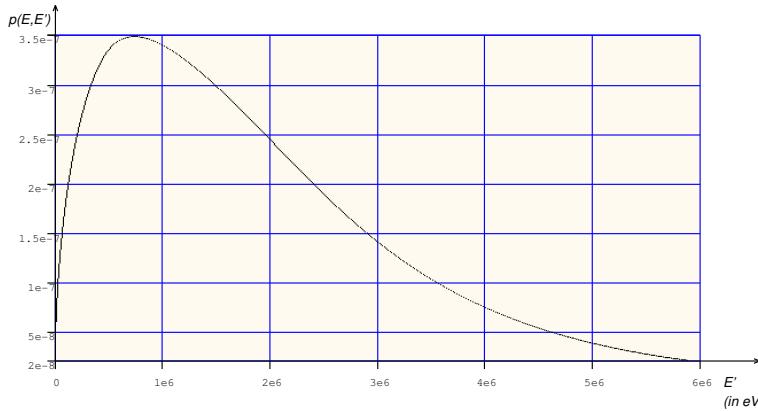
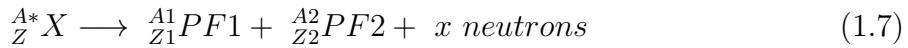


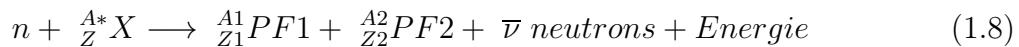
FIGURE 1.1 – Spectre de fission des neutrons

1.1.5 La fission spontanée et la fission induite

Dans le cas de noyaux très lourds, artificiels pour la plupart, il se peut que les forces électrostatiques entre protons soient supérieures aux forces nucléaires. Dans ce cas, le noyau se scinde en deux parties, appelées fragments de fission, et émet un certain nombre de neutrons. Ce processus se note :

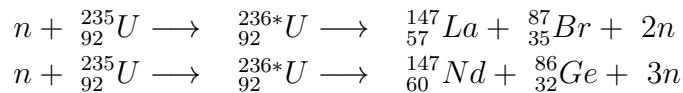


Ce processus de fission spontanée est à ne pas confondre avec les processus de fission induite par un neutron. C'est sur ce dernier processus que sont fondés les réacteurs nucléaires. Dans ce cas, un atome fissile, tel l'uranium 235, est brisé par un neutron en deux produits de fission ; un certain nombre $\bar{\nu}$ de neutrons, appelés neutrons prompts, sont également émis. En clair, cette réaction s'écrit :



Comme nous le verrons dans le chapitre 3.2.3, l'énergie libérée lors de la fission est de 207 MeV. Quant aux neutrons prompts, leur énergie d'émission la plus probable est de 0.75 MeV et leur énergie moyenne vaut environ 2 MeV. Le spectre de fission est représenté sur la figure 1.1.

Voici deux exemples de fission émettant respectivement 2 et 3 neutrons. A noter que le nombre moyen de neutrons émis est de 2.5. Ce chiffre comprend autant les neutrons prompts que retardés.



1.2 Les lois de désintégration radioactive

Tous les noyaux radioactifs ne se désintègrent pas à la même vitesse. On appelle activité A d'une substance radioactive son taux de désintégration, c'est-à-dire le nombre de noyaux

détruits par unité de temps. Dans le cas où une seule particule est émise par événement, l'activité représente aussi le taux d'émission. La loi fondamentale de la radioactivité s'écrit alors :

$$A = \lambda N \quad (1.9)$$

Où N est le nombre de noyaux à l'instant considéré et λ la constante de désintégration qui se mesure en s^{-1} . Cette constante est indépendante des quantités de matière considérée et ne fait intervenir que les caractéristiques des noyaux.

Si plusieurs modes de désintégration entrent en compétition, on définit les activités partielles A_i qui représentent les sources de rayonnement de chaque type. Chaque mode est caractérisé par une probabilité p_i , telle que $A_i = p_i A$, où la somme des p_i vaut naturellement un. De même que la constante de désintégration λ , les p_i sont des données nucléaires.

L'unité historique de l'activité est le Curie, Ci, qui équivaut à $3.7 \cdot 10^{10}$ désintégrations par seconde. Il s'agissait de l'activité d'un gramme de radium 226. L'unité actuelle est le Bécquerel, Bq, qui vaut une désintégration par seconde.

Considérons une substance radioactive unique et isolée, caractérisée par un nombre de noyaux $N(t)$. Suite aux désintégrations, ce nombre ne peut que décroître, si bien que

$$\frac{dN(t)}{dt} = -A(t) = -\lambda N(t)$$

Cette équation s'intègre facilement et nous avons

$$N(t) = N(0) \exp(-\lambda t) \quad (1.10)$$

$$A(t) = A(0) \exp(-\lambda t) \quad (1.11)$$

Si nous cherchons maintenant le temps $T_{1/2}$, appelé la demi-vie ou la période du radio-isotope, pour lequel le nombre de noyaux a été diminué de moitié, nous trouvons que

$$\frac{N(t)}{N(0)} = \frac{1}{2} = \exp(-\lambda T_{1/2})$$

si bien que

$$T_{1/2} = \frac{\log 2}{\lambda} \quad (1.12)$$

Ce qui précède est valable pour tous les types de radioactivité, que les radio-isotopes soient naturels ou artificiels.

Chapitre 2

L'origine des substances radioactives

2.1 Les substances naturelles

Un certain nombre de substances radioactives sont présentes dans la croûte terrestre depuis la formation de la Terre, il y a environ 5 milliards d'années. Il s'agit en particulier des radioéléments suivants :

1. ^{238}U avec ses produits de filiation ($T_{1/2} = 4.5 \cdot 10^9 a$)
2. ^{235}U avec ses produits de filiation ($T_{1/2} = 0.7 \cdot 10^9 a$)
3. ^{232}Th avec ses produits de filiation ($T_{1/2} = 1.4 \cdot 10^{10} a$)
4. ^{40}K ($T_{1/2} = 1.2 \cdot 10^9 a$)
5. ^{87}Rb ($T_{1/2} = 4.8 \cdot 10^{10} a$)

Les noyaux de ^{238}U et de ^{232}Th forment, par filiation radioactive, du gaz radon ^{222}Rn dans le cas de l'uranium et ^{220}Rn dans le cas du thorium ; ces gaz s'échappent des roches et se retrouvent dans l'atmosphère. Leurs produits de filiation (^{218}Po , ^{214}Pb , ^{214}Bi ou ^{214}Po notamment) principalement émetteurs de rayons α forment des aérosols ou des poussières radioactifs. Lorsqu'ils sont en concentration importante, par exemple dans le sous-sol d'une mine, ces gaz peuvent causer une augmentation des cancers du poumon chez les mineurs. Avec une dose effective moyenne de 1.6 mSv/an¹, l'irradiation causée par le radon est la contribution naturelle la plus importante pour la population.

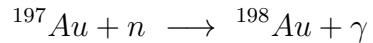
A côté des éléments contenus dans les roches, nous trouvons également un certain nombre de radioéléments produits par l'interaction de la composante neutronique de la radiation cosmique avec l'atmosphère. Les principaux sont le ^{14}C , le 3H , ayant des demi-vies respectives de 5730 et 12.16 ans ainsi que le 7Be , ^{10}Be , ^{22}Na , ^{24}Na et le ^{28}Mg .

2.2 Les substances artificielles

Il existe deux méthodes de production d'isotopes radioactifs : l'activation et la fission. L'activation consiste à bombarder une substance à l'aide de particules de haute énergie et à induire ainsi des réactions nucléaires, dont les particules créées sont radioactives. Elle peut se faire à l'aide de neutrons dans un réacteur : au cours de l'activation, un neutron est absorbé dans le noyau, formant ainsi un élément radioactif. Les noyaux obtenus par

1. Nous reviendrons plus loin sur les unités utilisées en radioprotection.

cette méthode sont riches en neutrons et se désintègrent par émission β^- . Citons à titre d'exemple la réaction suivante :



A noter que ce type de réaction se note également $^{197}Au(n, \gamma)^{198}Au$.

Il est également possible d'obtenir des émetteurs β^+ en utilisant des particules chargées, comme des protons dans un cyclotron.

Dans un réacteur, des fissions sont induites à l'aide de neutrons. Les produits ainsi obtenus couvrent la gamme des noyaux de A moyen. Lorsque l'on désire un radionuclide particulier, pour des applications médicales notamment, il doit être séparé et purifié.

Chapitre 3

Interactions des radiations avec la matière

Lors de leur passage à travers la matière, les particules constitutives de la radiation interagissent avec les électrons et les noyaux des atomes du milieu. A la suite de ces interactions, une particule peut céder toute son énergie au milieu (absorption) ou elle peut changer de direction (diffusion) avec perte d'énergie (diffusion inélastique) ou sans perte d'énergie (diffusion élastique). Ces interactions conduisent à un transfert d'énergie du rayonnement à la matière.

On distingue deux classes de radiations en fonction de la nature de leur interaction avec la matière :

1. les rayonnements directement ionisants, qui comprennent toutes les particules chargées (électrons, protons, particules α , etc ...) ; ces particules subissent un freinage continu dans la matière, dû à un grand nombre de petites interactions ;
2. les rayonnements non directement ionisants, qui comprennent toutes les particules non chargées (photons, neutrons) ; ces particules subissent des modifications majeures de leur trajectoire et de leur énergie à la suite d'interactions rares, mais importantes. Typiquement, ces particules peuvent parcourir de longues distances sans interaction et disparaître en une seule.

3.1 Interaction des particules chargées

Les particules chargées qui pénètrent dans la matière interagissent avec les électrons proches de leur trajectoire. Les deux particules étant chargées, les interactions sont de type électromagnétique et conduisent à une attraction ou une répulsion. Beaucoup de très petites interactions ont lieu continûment le long de la trajectoire, qui ont comme un effet de freinage permanent des particules chargées. Lorsque ces particules ont perdu toute leur énergie, elles s'arrêtent. Par conséquent, le parcours des particules chargées dans la matière est limité.

Dans la catégorie des particules chargées, on distingue les particules lourdes, typiquement les α et les protons, dont la masse est très supérieure à celle de l'électron et les particules légères, les particules β .

3.1.1 Cas des particules lourdes

Dans le cas des particules chargées lourdes, la trajectoire de la particule est rectiligne. Ceci est dû au fait que la masse des électrons est faible par rapport à celle de la particule incidente et que lors d'une interaction, la direction de celle-ci n'est pas changée. Le freinage des particules chargées lourdes est caractérisé par le pouvoir de ralentissement S défini comme l'énergie perdue par une particule par unité de longueur de sa trajectoire $\frac{dE}{dx}$. Cette grandeur dépend des propriétés de la particule et du milieu :

$$S \sim \frac{Z^2 M}{E} \rho$$

où Z est la charge de la particule incidente,

M est la masse de la particule incidente,

E est l'énergie de la particule incidente,

ρ est la masse volumique du milieu.

En fin de parcours, lorsque E est faible, le pouvoir de ralentissement et l'ionisation produite par la particule lourde augmentent fortement. Il s'agit du pic de Bragg, constituant la base physique de la radiothérapie aux protons.

Dans un faisceau incident parallèle de particules chargées lourdes pénétrant dans la matière, le nombre de particules est constant et chute brusquement à une profondeur correspondant au parcours maximal R . Des valeurs typiques pour ce parcours maximal pour des protons et des particules α sont données pour quelques énergies dans le tableau 3.1.

TABLE 3.1 – Parcours des protons et des particules α dans l'eau

Energie [MeV]	1	10	100
R_p	50 μm	1 mm	10 cm
R_α	5 μm	0.1 mm	1 cm

3.1.2 Cas des particules légères

Dans le cas des électrons, leur trajectoire n'est plus rectiligne, mais subit de brusques changements de direction. Ceux-ci sont dus à des chocs frontaux avec les électrons du milieu. A titre indicatif, les pertes moyennes d'énergie $\frac{dT}{dx}$ par collision sont données par la relation théorique de Bethe (1933) suivante :

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dx} = & -\frac{e^4 \rho z}{8\pi\varepsilon_0 m V^2} \left[\log \left(\frac{mV^2 T}{2I^2(1-\beta^2)} \right) - \left(2\sqrt{1-\beta^2} - 1 + \beta^2 \right) \log 2 \right. \\ & \left. + 1 - \beta^2 + \frac{1}{8} \left(1 - \sqrt{1-\beta^2} \right)^2 \right] \end{aligned}$$

où e est la charge de l'électron, m sa masse ; ρ et z sont respectivement la densité et le numéro atomique du milieu matériel ; I est le potentiel moyen d'excitation par électron ; V

est la vitesse incidente du projectile et T son énergie cinétique ; $\beta = \frac{V}{c}$ où c est la vitesse de la lumière dans le vide.

En plus de cette perte d'énergie par collision, les électrons perdent de l'énergie par émission de rayonnement électromagnétique, appelé rayonnement de freinage ou Bremsstrahlung. Ce rayonnement est produit lorsque la trajectoire de électron est courbée et accélérée à proximité d'un noyau. Ce phénomène est à la base du fonctionnement des tubes à rayons X.

Dans un faisceau incident parallèle d'électrons monoénergétiques qui pénètre dans la matière, le nombre de particules diminue plus ou moins linéairement en fonction de la profondeur à cause de leur trajectoire en zig-zag. La perte d'énergie moyenne due au rayonnement est en première approximation proportionnelle à l'énergie du projectile selon la loi établie par Fermi :

$$\left\langle \frac{dT}{dx} \right\rangle = -\frac{T}{X_0}$$

X_0 est une constante caractéristique du milieu, inversement proportionnelle à z^2 , appelée longueur de rayonnement et qui vaut

$$X_0 = \frac{(4\pi\varepsilon_0)^3 hm^2 c^5}{8\pi e^6 \rho z (z + 1.3) \left[\log\left(\frac{183}{\sqrt[3]{z}}\right) + \frac{1}{8} \right]}$$

3.2 Interaction des particules neutres

3.2.1 Sections efficaces et coefficient d'atténuation

Au contraire de particules chargées, comme les électrons, qui subissent tout au long de leur trajectoire des collisions avec les atomes du milieu et se ralentissent progressivement, les photons et les neutrons parcourront de grandes distances entre deux collisions. Toutefois, ils peuvent perdre en une seule collision une grande partie de leur énergie.

Pour caractériser la probabilité qu'une interaction se produise, on utilise la notion de section efficace (SE). De manière simpliste, imaginons que dans une cible d'épaisseur infinitésimale dx et de surface A, chaque noyau présente une certaine surface σ . La probabilité dP qu'une particule incidente sur la surface A subisse une interaction en traversant une épaisseur de matière dx vaut

$$dP = \frac{\sigma N A dx}{A} = \sigma N dx$$

où N est la densité de noyaux par unité de volume et σ est la section efficace microscopique.

La section efficace se mesure en unité de surface et l'unité couramment utilisée est le barn qui vaut $10^{-24} cm^2$.

Lorsque plusieurs types différents d'interactions sont possibles, on peut définir des probabilités conditionnelles p_i pour que l'interaction soit d'un type particulier défini par l'indice i. Il convient également de définir les sections efficaces partielles $\sigma_i = p_i \sigma$. On a évidemment que la somme des probabilités conditionnelles vaut un, et que la somme des sections efficaces partielles vaut σ . Comme exemple de section efficace partielle, mentionnons

- la section efficace de diffusion σ_s ;
- la section efficace d'absorption σ_a ;
- la section efficace de fission σ_f ;
- la section efficace de capture σ_c ;
- la section efficace totale σ_t , cette dernière étant la somme de toutes les autres ;
- la section efficace de transport σ_{tr} , correspondant à la section efficace totale, mais obtenue par la théorie du transport.

On définit également le taux de réaction, noté R et se mesurant en nombre de réactions par cm^3 et par seconde, comme

$$R = \sigma N \phi$$

où ϕ est le flux de particules par seconde et au travers une surface de $1\ cm^2$. Pour terminer, signalons que le terme σN se note parfois Σ et s'appelle la section efficace macroscopique. Les sections efficaces macroscopiques partielles se définissent comme précédemment.

Le coefficient d'atténuation μ est défini de la façon suivante : soit un nombre N de particules d'énergie E traversant une cible d'épaisseur infinitésimale dx et de densité ρ ; il se produit un nombre dN d'interactions de type quelconque durant la traversée de cette cible; dN est proportionnel à N et à dx selon la loi

$$dN = -\mu \rho N dx$$

et après intégration

$$N(x) = N(0) \exp(-\mu \rho x)$$

Le coefficient de proportionnalité μ représente la probabilité pour un photon de subir une interaction. Notons que ce coefficient est égal à la section efficace macroscopique, divisée par la densité ρ . On a donc

$$\mu = \frac{\Sigma}{\rho} = N_a \frac{\sigma}{m_A}$$

où N_a est le nombre d'Avogadro et m_A la masse atomique du milieu.

3.2.2 Cas des photons

Voyons maintenant les trois processus principaux d'interaction des photons avec la matière et comparons leur sections efficaces.

L'effet photoélectrique

L'effet photoélectrique a été expliqué par Einstein en 1905, ce qui lui a valu le Prix Nobel.

Ce phénomène doit se comprendre comme l'absorption par un atome de la totalité de l'énergie E_γ du photon incident. Cette énergie est transférée à un électron en partie pour l'éjecter de sa couche électronique, le reste étant sous forme d'énergie cinétique T_e . Cette dernière énergie s'exprime alors par $T_e = E_\gamma - W$, où W est l'énergie de liaison entre le noyau et l'électron.

L'effet photoélectrique ne peut donc avoir lieu avec un électron de la couche i que si l'énergie du photon est supérieure ou égale à l'énergie de liaison de cet électron ; cette énergie W est comprise entre 0.01 keV et 100 keV selon l'atome cible et la couche occupée par l'électron. En fait, on constate expérimentalement que ce processus se produit presque uniquement sur des électrons de la couche pour laquelle W est la plus proche de E , par valeur inférieure.

Par conséquent, la section efficace partielle relative à l'effet photoélectrique présente à faible énergie des pics prononcés, les fronts correspondant aux énergies de séparation des divers niveaux atomiques. Au-delà du front correspondant aux électrons de la couche K , la section efficace décroît avec l'énergie. Hall a calculé la section efficace pour des électrons de la couche K : il a trouvé le résultat suivant.

$$\sigma_{ph_K} = \frac{32\pi\sqrt{2}}{3} z^5 \alpha^4 \left(\frac{mc^2}{E} \right)^{\frac{7}{2}}$$

où m est la masse de l'électron, z le numéro atomique du milieu et α la constante de structure fine ($\alpha \cong 1/137$). On notera la dépendance en z^5 et en $E^{-7/2}$ qui favorise le phénomène à basse énergie et dans les milieux lourds.

L'effet Compton

Cet effet a été prédit par Einstein et calculé en 1922 par Compton. Il consiste en la diffusion élastique d'un photon par un électron du milieu. En appliquant la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement, on montre aisément que la relation entre l'énergie du photon diffusé E , l'angle θ sous lequel il est diffusé et l'énergie du photon incident E_γ est :

$$E = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{mc^2}(1 - \cos\theta)}$$

Par conséquent, l'énergie cinétique T acquise par l'électron est :

$$T = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{mc^2}{E_\gamma(1-\cos\theta)}}$$

A noter que cette énergie est maximale lorsque l'angle θ vaut π . Klein et Nishina ont calculé par des méthodes de l'électrodynamique quantique la section efficace différentielle par unité d'angle solide. Ils ont obtenu le résultat suivant :

$$\frac{d\sigma_c}{d\Omega} = \frac{1}{2} \left(\frac{e^2 E}{4\pi\epsilon_0 m c^2 E_\gamma} \right)^2 \left(\frac{E}{E_\gamma} + \frac{E_\gamma}{E} - \sin^2\theta \right)$$

La dépendance en θ de cette expression se trouve dans le rapport de l'énergie du photon diffusé par l'énergie du photon incident et se trouve par l'équation ci-dessus.

Pour trouver la section efficace totale, il faut intégrer cette dernière relation sur tous les angles. Pour un milieu de numéro atomique z , on peut admettre que chaque électron contribue de la même façon. On peut donc écrire que la section efficace totale de l'effet Compton σ_{cpt} vaut le produit de σ_c par z . Cette fonction décroît avec l'énergie plus lentement que dans le cas de l'effet photoélectrique.

Il est important de signaler que les formules ci-dessus ont été calculées pour des électrons libres. En réalité, il faut tenir compte de la liaison de l'électron à l'atome. Pour ce faire, on multiplie la section efficace différentielle par une fonction $S(\theta, \nu, z)$, appelée fonction de diffusion incohérente, où θ est l'angle de diffusion du photon d'énergie initiale $h\nu$ et z le numéro atomique du milieu. Cette fonction S est répertoriée dans les tables pour chaque valeur de z .

La production de paires

Lorsque l'énergie du photon est supérieure à 1.02 MeV, c'est-à-dire que l'énergie E du photon est plus grande que deux fois la masse de l'électron au repos, le photon peut, dans le champ électromagnétique d'un noyau, se matérialiser en une paire électron positron. Bien que ces deux particules soient créées au détriment de l'énergie du photon, ce processus ne peut pas se produire dans le vide pour de simples raisons cinématiques. La section efficace de la production de paires est approximativement donnée par la relation suivante :

$$\sigma_{paires} = z^2 \alpha^2 \left(\frac{he}{mc^2} \right)^2 \left[\frac{28}{9} \ln \left(2 \frac{E}{mc^2} \right) - \frac{218}{7} \right]$$

Dans cette formule, on a posé $\alpha \cong 1/137$ qui est la constante de structure fine. Cette section efficace croît avec l'énergie du photon E . L'électron et le positron produits se propagent dans une direction voisine du photon incident. L'angle moyen que fait la direction de l'un des électrons par rapport à celle du photon incident est approximativement :

$$\langle \theta \rangle \cong \frac{mc^2}{E}$$

Pour finir, signalons que la répartition de l'énergie du photon entre l'électron et le positron s'écarte un peu d'une distribution uniforme.

Atténuation des γ

Si nous représentons graphiquement les coefficients d'atténuation μ (on se souviendra qu'il existe une relation linéaire entre la section efficace et le coefficient d'atténuation) en fonction de l'énergie pour les trois effets évoqués ci-dessus, nous constatons que pour des énergies inférieures à 0.1 MeV, l'effet photoélectrique est dominant ; entre 0.1 et 10 MeV, c'est l'effet Compton qui domine et enfin à plus de 10 MeV, la production de paires l'emporte.

3.2.3 Cas des neutrons

Les neutrons sont habituellement classés selon leur énergie :

- Les neutrons rapides ont une énergie supérieure à 100 keV. Lors de la fission, tous les neutrons sont rapides.
- Les neutrons intermédiaires ont une énergie comprise entre 0.5 eV et 100 keV.
- Les neutrons thermiques ont une énergie inférieure à 0.5 eV. C'est l'énergie d'une particule en équilibre avec son milieu.

Comme les rayonnements γ , les neutrons ne sont pas des radiations directement ionisantes. Ainsi, un faisceau monoénergétique de neutrons subit dans la matière une atténuation exponentielle. Les principaux mécanismes d'interaction sont la capture radiative, la diffusion et la fission nucléaire induite.

Au cours de la capture radiative, le neutron est absorbé dans un noyau ; un rayonnement γ suit en général cette capture. Ce mécanisme est important pour les neutrons thermiques et représente le sort final de la plupart des neutrons émis sous forme de radiation. Certains matériaux présentent des sections efficaces de capture très importantes et sont utilisés pour le contrôle et l'arrêt des réacteurs nucléaires. Parmi ces matériaux, citons notamment le cadmium et le bore.

Au cours de la diffusion, le neutron est dévié lors d'un choc sur le noyau. Si la diffusion est élastique, ce qui se note (n,n) , l'énergie du neutron n'est pas modifiée ; en revanche, si la diffusion est inélastique, (n,n') , une partie de l'énergie du neutron est transférée au noyau sous forme d'énergie cinétique. Ce phénomène est particulièrement important sur l'hydrogène dont la masse est faible. L'eau est en effet souvent utilisée pour ralentir ou thermaliser les neutrons de fission dans un réacteur nucléaire et ainsi faciliter une fission future.

Le troisième type d'interaction important est la fission nucléaire induite. Historiquement, peu après la découverte du neutron par Chadwick en 1932, on procéda à des expériences de transmutation sur l'uranium pour tenter d'obtenir des éléments transuraniens, c'est-à-dire ayant un Z supérieur à 92. Bien que ce processus existe, on ne put le mettre en évidence immédiatement ; par contre, on constata la présence de noyaux de Z intermédiaires. Ceci ne pouvait s'expliquer qu'en admettant que les noyaux d'uranium pouvaient se scinder en deux fragments de masse comparable (Hahn et Strassman, 1939). Globalement, cette réaction s'écrit



avec $\bar{\nu} \cong 2.5$.

Il est surprenant de constater que quelques semaines après l'établissement de la formule ci-dessus, l'idée d'utiliser cette réaction à des fins militaires surgit déjà.

Aux énergies élevées ($E > 10 \text{ MeV}$), les neutrons peuvent produire d'autres réactions nucléaires qui conduisent à l'activation du matériau irradié. À des énergies encore supérieures ($E > 100 \text{ MeV}$), le noyau ayant absorbé le neutron est fragmenté par émission de plusieurs particules ou fragments et de nombreux neutrons. Ce processus s'appelle la spallation.

Chapitre 4

Notions de radioprotection : doses

4.1 KERMA et dose absorbée

Au cours de son passage à travers la matière, la radiation agit sur celle-ci en excitant et en ionisant le milieu. Dans le cas d'une radiation non directement ionisante, ces mécanismes ont lieu par l'intermédiaire de production de rayonnement secondaire directement ionisant. La contribution en énergie déposée des effets permanents, comme la thermoluminescence, la modification de structure, est toujours relativement faible et l'effet final de l'irradiation sur la matière est principalement un apport de chaleur.

La grandeur qui décrit la première étape de l'interaction des particules non directement ionisantes avec la matière est le KERMA (*Kinetic Energy Release per unit of Mass*), noté K ; il est défini par le quotient de l'énergie transférée ΔE_a aux particules secondaires (électrons dans le cas des photons et protons dans le cas des neutrons) dans un petit volume de matière par la masse Δm contenue dans ce volume.

$$K = \frac{\Delta E_a}{\Delta m}$$

L'unité du kerma est le Gray, abrégé Gy, 1 Gy valant 1 J/kg.

La grandeur qui caractérise l'action de la radiation sur la matière est la dose absorbée D . Elle est, par définition, le quotient de l'énergie déposée ΔE dans un petit volume de matière par la masse Δm contenue dans ce volume. L'unité de la dose absorbée est aussi le Gray.

$$D = \frac{\Delta E}{\Delta m}$$

Dans l'eau, une dose absorbée de 1 Gy correspond à une élévation de température d'environ $2 \cdot 10^{-4} {}^\circ C$.

En général, le parcours des électrons secondaires produits par les photons est très court et on ne distingue pas les deux étapes de l'interaction des rayonnements non directement ionisants. Ainsi, dans chaque élément de volume, autant de particules chargées pénètrent dans le volume qu'il n'en sort et l'on dit que l'équilibre électronique est réalisé ; dans ce cas, la dose absorbée D est égale au kerma K . Il existe quelques situations où l'équilibre n'est pas assuré et où la distinction entre kerma et dose est nécessaire : dosimétrie à l'entrée des faisceaux de haute énergie dans la matière, utilisation de chambres d'ionisation à paroi mince pour les faisceaux de haute énergie, dosimétrie très proche d'une source.

4.2 Dose équivalente

Les effets biologiques des radiations dépendent du type et de l'énergie des radiations. Cela détermine la répartition microscopique de l'énergie absorbée par la matière vivante et conditionne la gravité des effets biologiques. L'effet principal est la rupture d'un ou des brins de la chaîne d'ADN. L'efficacité biologique relative, abrégée EBR, est utilisée par les radiobiologistes pour comparer les divers types de radiations.

Ainsi, la dose absorbée D ne suffit pas pour quantifier les effets biologiques des radiations. C'est pourquoi, on introduit la notion de dose équivalente, notée H_T à un organe ou tissu T , obtenue en multipliant la dose absorbée moyenne sur l'organe ou le tissu, due au rayonnement R , par un facteur de pondération w_R pour ce rayonnement et en sommant sur les différents rayonnements qui contribuent à l'irradiation.

$$H_T = \sum_R w_R D_{T,R} \quad (4.1)$$

Le facteur w_R est fonction du type et de l'énergie du rayonnement ; quelques valeurs typiques tirées de l'Ordonnance sur la Radioprotection (ORaP) sont présentées dans le tableau 4.1.

TABLE 4.1 – Valeurs de w_R pour quelques rayonnements

Type de rayonnement et domaine d'énergie	w_R
Photons de toute énergie	1
Electrons et muons de toute énergie	1
Neutrons d'énergie inférieure à 10 keV	5
Neutrons de 10 keV à 100 keV	10
Neutrons de 100 keV à 2 MeV	20
Neutrons de 2 MeV à 20 MeV	10
Neutrons d'énergie supérieure à 20 MeV	5
Protons, sans les protons de recul, énergie supérieure à 2 MeV	5
Particules α , fragments de fission, noyaux lourds	20

Tout comme la dose absorbée, la dose équivalente a la dimension d'une énergie par unité de masse. Pour la différentier de la dose absorbée exprimée en Gray, on lui attribue l'unité spéciale du Sievert, abrégée Sv. L'ancienne unité de dose équivalente était le rem, 100 rem valant 1 Sievert.

4.3 Dose effective

Tous les organes du corps ne sont pas sensibles de la même façon lorsqu'ils sont irradiés. Afin de comparer des situations d'irradiation hétérogènes qui conduisent à différentes distributions de la dose équivalente dans l'organisme, on introduit la notion de dose effective E comme la somme pondérée des doses équivalentes H_T aux organes et tissus irradiés.

$$E = \sum_T w_T H_T \quad (4.2)$$

Le facteur de pondération w_T pour l'organe ou tissu T exprime le détriment relatif à cet organe ou tissu, c'est-à-dire la fraction du risque radiologique associée à tissu dans le cas où tous les organes et tissus reçoivent la même dose. Quelques valeurs du facteur w_T sont données dans le tableau 4.2.

TABLE 4.2 – Valeurs de w_T pour quelques organes ou tissus

Organe ou tissu	w_T
Gonades	0.20
Moelle osseuse (rouge)	0.12
Côlon	0.12
Poumon	0.12
Estomac	0.12
Vessie	0.05
Poitrine	0.05
Foie	0.05
Oesophage	0.05
Thyroïde	0.05
Peau	0.01
Surface des os	0.01
Autres	0.05

4.4 Valeurs limites

L'Ordonnance sur la Radioprotection (ORaP) du 22 juin 1994 distingue trois catégories de personnes quant à la valeur limite annuelle de dose : (1) les personnes exposées aux radiations dans l'exercice de leur profession ; (2) les personnes jeunes, les femmes enceintes et allaitantes ; (3) le public.

Dans le cas des personnes exposées aux radiations dans l'exercice de leur profession, la dose effective ne doit pas dépasser 20 mSv par année. Exceptionnellement et avec l'assentiment de l'autorité de surveillance, la dose annuelle limite peut passer à 50 mSv, pour autant que la dose cumulée au cours des 5 dernières années, y compris l'année courante, soit inférieure à 100 mSv. Finalement, la dose annuelle au cristallin doit être inférieure à 150 mSv et celle pour la peau, les mains et les pieds à 500 mSv.

Dans le cas des personnes de moins de 18 ans exposées aux radiations dans l'exercice de leur profession, la limite de dose annuelle est fixée à 5 mSv. Pour les femmes enceintes exposées aux radiations dans l'exercice de leur profession, la dose à l'abdomen ne doit pas dépasser 2 mSv et celle résultant d'une incorporation 1 mSv, depuis le moment où la grossesse est connue jusqu'à son terme. En ce qui concerne les femmes qui allaitent, elle ne doivent pas accomplir des travaux avec des substances radioactives qui présentent un danger d'incorporation ou de contamination.

Finalement, la dose effective reçue par les personnes exposées aux radiations dans des circonstances non liées à l'exercice de leur profession ne doit pas dépasser 1 mSv par année.

Chapitre 5

Détection des rayonnements

5.1 Généralités

La détection des rayonnements est une opération très complexe en soit. De plus, il existe de nombreux principes physiques qui peuvent être utilisés à cet égard. Ceci fait qu'il existe un très grand nombre de détecteurs disponibles sur le marché. Les principes à la base de la détection des rayonnements ainsi que quelques types d'instruments sont donnés dans le tableau 5.1.

TABLE 5.1 – Principes fondamentaux de la détection et principaux instruments

Principe physique	Matière	Exemple de détecteur
Ionisation	Gaz	Chambre à ionisation Compteur proportionnel Compteur Geiger-Müller
	Solide	Détecteur semi-conducteur Spectromètre HPGe
Luminescence	Solide	TLD Scintillateur NaI
	Liquide	Scintillation liquide
Oxydoréduction	Liquide	Dosimètre de Fricke
	Solide	Film photographique
Chaleur	Liquide/Solide	Calorimètre

5.2 Le détecteur proportionnel à ionisation

Un rayonnement pénétrant dans la matière produit des ionisations sous la forme de charges négatives (électrons) et positives (ions associés). Lorsque ces ionisations ont lieu dans un gaz délimité par deux électrodes entre lesquelles une différence de potentiel est appliquée, on observe une migration des charges positives vers la cathode et des charges négatives vers l'anode. En circuit fermé, un ampèremètre indique le courant électrique passant dans le volume de gaz.

Principe de fonctionnement

Une chambre d'ionisation est un détecteur de particules qui détecte le passage d'une particule en mesurant la charge totale des électrons des ions produits lors de l'ionisation du milieu gazeux par la particule. Elles se sont développées suite à l'établissement de la théorie de Bragg–Gray en 1935.

Pour collecter les électrons et les ions avant qu'ils ne se recombinent en atomes dans le gaz, la présence d'un champ électrique est requis pour les séparer et les faire migrer vers les électrodes (anodes et cathodes). Les charges (électrons et ions) en migrant induisent des courants électriques. Ces courants sont ensuite amplifiés et mis en forme par un amplificateur et finalement mesurés.

Le nombre moyen de paires d'électron-ion produit par le passage d'une particule chargée est donné par la formule de Bethe-Bloch. Les charges détectées par l'amplificateur dépendent de plusieurs facteurs, avant tout de la haute tension appliquée pour créer le champ électrique. Une fois que la tension est assez grande pour empêcher les recombinations, les charges d'ionisation migrent quasi intégralement vers les électrodes. On obtient un signal qui reflète la charge totale d'ionisation.

Les détecteurs opérant dans cette région, par exemple les chambres à air liquide ont une excellente résolution en énergie et une très bonne linéarité. Mais les signaux sont assez faibles puisqu'il n'y pas d'amplification des charges dans le détecteur.

Ce type de détecteur mesure la charge déposée par une particule chargée traversant un milieu ionisable, qui peut être un gaz, un liquide, voire un solide, chacun ayant ses avantages, inconvénients et ses applications.

Une particule chargée et suffisamment énergétique est capable d'arracher les électrons des atomes du milieu traversé, c'est le processus d'ionisation. Le nombre moyen de paires d'électrons et d'ions primaires ainsi créées par le passage d'une particule chargée est donné par la formule de Bethe-Bloch :

$$N = -\frac{d}{W} \frac{dE}{dx} \quad (5.1)$$

où d est l'épaisseur du détecteur, et W l'énergie moyenne nécessaire pour créer une paire. Dans les gaz W est de l'ordre de 30 eV.

Dans un détecteur d'ionisation, comme mentionné ci-dessus, le champ électrique E est généré par une paire d'électrodes typiquement de géométrie cylindrique ou plane. Les électrons nouvellement créés se déplacent vers l'anode et les ions, vers la cathode.

Selon le type d'effet voulu, l'anode peut prendre la forme d'un ou plusieurs fil très fin près duquel le champ électrique devient très intense et où les électrons sont accélérés jusqu'à être capables d'ioniser d'autres atomes, créant des électrons secondaires, capables à leur tour d'ioniser des atomes, ceci plusieurs fois de suite. C'est le phénomène d'avalanche. Les électrons, environ mille fois plus rapides que les ions, sont rapidement capturés par l'anode, mais le courant des ions dérivant vers la cathode induit un signal électrique relativement important sur les électrodes, directement mesuré par un pré-amplificateur qui produit le signal électronique. Le signal détecté par l'amplificateur dépend de plusieurs facteurs, et avant tout du champ électrique appliqué entre les électrodes et, dans le cas d'un détecteur à gaz, de la pression.

Ainsi, les différents types de détecteurs se distinguent par la tension appliquée au bornes des électrodes. Dans la région où l'amplitude du signal reçu en échelle logarithmique

est proportionnel à la tension appliquée, il est possible d'établir une relation entre le nombre de particules incidentes ou la quantité d'énergie déposée dans le détecteur et le signal de sortie. Les détecteurs de neutrons fonctionnent dans ce régime. Le gaz utilisé est notamment le fluorure de bore (BF_3) qui réagit avec les neutrons en émettant des particules α , ou l'hélium (3_2He) qui quant à lui émet des protons. Cette réaction est importante pour les neutrons thermiques. Si on veut détecter des neutrons rapides, on est obligé d'abord de les ralentir pour réduire leur énergie par diffusion sur de l'hydrogène. C'est pourquoi les détecteurs de neutrons sont entourés d'une couche de polyéthylène, matière riche en hydrogène.

Les régions opérationnelles des détecteurs à ionisation sont les suivantes :

1. La région de recombinaison : I

Lorsque le champ électrique entre les électrodes est faible, les électrons et les ions peuvent se recombiner en atomes aussitôt après leur création. Seule une petite fraction des charges d'ionisation est détectée par l'amplificateur.

2. La région d'ionisation : II

Une fois que le champ électrique est assez intense pour limiter les recombinaisons, les charges d'ionisation migrent presque intégralement vers les électrodes. On obtient un signal qui reflète la charge totale d'ionisation. Les détecteurs opérant dans cette région, par exemple les chambres à argon (Ar) liquide et les détecteurs à semi-conducteurs (Si, Ge), ont une excellente résolution en énergie et le signal mesuré est proportionnel à la charge déposée avec une bonne linéarité. Les signaux sont assez faibles parce qu'il n'y pas d'amplification des charges dans le détecteur, et des amplificateurs spéciaux à bas bruit sont nécessaires.

3. La région proportionnelle : III, IV

Si le champ électrique est suffisamment intense ($E \sim 10^4$ V/cm), les électrons sont accélérés par le champ électrique et gagnent assez d'énergie pour produire des ionisations secondaires. Puisque la probabilité d'une ionisation secondaire par unité de longueur a est constante pour un champ électrique donné, le nombre total d'ionisations est proportionnel au nombre d'ionisations initiales :

$$N = N_0 e^{\alpha d} \quad (5.2)$$

Le facteur de multiplication est donné par :

$$M = e^{\alpha d} = 10^4 \sim 10^8 \quad (5.3)$$

Les détecteurs opérant dans la région proportionnelle sont généralement des détecteurs à gaz, parce que les gaz permettent d'obtenir un grand facteur de multiplication lors de l'avalanche. L'avantage des chambres proportionnelles est qu'elles n'exigent pas d'électronique à bas bruit. Elles peuvent être utilisées pour les mesures d'énergie, mais la précision est moins bonne à cause de la fluctuation du processus d'amplification et le facteur de multiplication dépend également de plusieurs facteurs tels que tension, température, etc. Les chambres à dérive sont idéales comme traceur devant un calorimètre parce que les particules perdent peu d'énergie dans les gaz. Les avantages des chambres à gaz incluent un nombre relativement faible de fils d'anode, et une bonne résolution spatiale, de l'ordre de $50 \mu\text{m}$, et une construction facile permettant des détecteurs de grande surface.

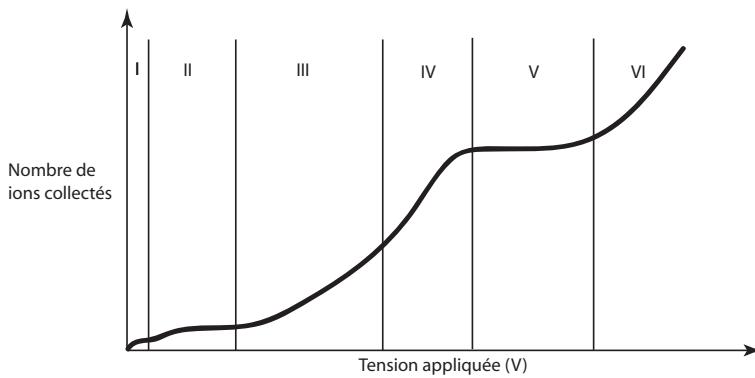


FIGURE 5.1 – Chambre à ionisation. Charges en fonction de la tension appliquée.

4. La région Geiger : V

Lorsque le champ électrique est suffisamment fort, les électrons primaires sont capables d'ioniser d'autres atomes très rapidement et une avalanche très intense se produit. De plus, un grand nombre de photons sont créés dans le processus par désexcitation des atomes. Ces photons initient eux aussi des avalanches d'ionisation par effet photo-électrique, au long du fil d'anode où le champ électrique est le plus intense. Ces avalanches sont suffisamment intenses pour générer une décharge électrique dans le gaz, si puissante qu'elle est audible. C'est le principe du compteur Geiger. La décharge ne s'interrompt que lorsque la charge autour de l'anode écrante suffisamment le champ électrique autour de celle-ci pour que le processus de multiplication ne puisse plus continuer. Pendant ce temps le détecteur n'est plus sensible aux ionisations primaires, et jusqu'à ce que les ions aient migré suffisamment loin de l'anode. C'est l'origine du temps mort dans le compteur Geiger.

Dans une décharge, le courant d'anode est saturé. L'amplitude du signal est donc indépendante des charges primaires. Les compteurs Geiger ne peuvent pas mesurer l'énergie des particules, mais on les utilise pour compter le nombre de particules le traversant, même aux faibles énergies. Ceci est utile pour les mesures de radioactivité. Le taux maximal mesurable est limité par le temps mort.

5. La région de décharge : VI

Une augmentation du champ électrique au-delà de la région Geiger entraîne une décharge continue. Un détecteur n'est plus utilisable dans cette région.

5.3 Le spectromètre au germanium

Le spectromètre au germanium (semi-conducteur) sert pour détecter les photons. Lorsqu'un faisceau de photons traverse le détecteur, ils interagissent par effet photoélectrique, Compton ou production de paire. L'électron ainsi produit crée un certain nombre de paires électron-trou en perdant son énergie dans le détecteur. Si leur énergie est suffisante, les électrons passent de la bande de valence à la bande de conduction et migrent en raison de la haute tension appliquée au bornes du détecteur. Une impulsion de courant, proportionnelle à l'énergie du photon incident, peut alors être détectée.

Le détecteur au germanium est refroidi à l'azote liquide pour éviter un transfert trop important d'électron à la bande de conduction dû à l'agitation thermique.

Principe de fonctionnement général

Les détecteurs en germanium sont principalement utilisés pour la spectroscopie en physique nucléaire. Les détecteurs au silicium ne peuvent être plus épais de quelques millimètres, cependant le germanium peut avoir une épaisseur sensible de l'ordre du centimètre, et donc être utilisé comme un détecteur absorbant totalement les rayons gamma jusqu'à quelques MeV.

Ces détecteurs sont aussi appelés détecteurs à haute pureté de germanium (HPGe). Avec les techniques de purification actuelles, les cristaux de germanium ne peuvent pas être produits avec une pureté suffisante pour permettre directement leur utilisation comme détecteurs pour la spectroscopie. Les impuretés présentes dans les cristaux et piégées par les électrons et les trous amèneraient une chute drastique des performances des détecteurs. Par conséquent, les cristaux de germanium sont dopés par des ions de lithium (Ge(Li)), afin de produire une région intrinsèque dans laquelle les électrons et les trous seraient en mesure d'atteindre les contacts et de produire un signal. Lorsque les détecteurs de germanium ont d'abord été développés, seuls de très petits cristaux étaient disponibles. De ce fait, l'efficacité de ces détecteurs étaient très faibles.

La technique de la croissance des cristaux s'est largement améliorée ; ce qui permet aux cristaux d'être produits avec des tailles de plusieurs centimètres, typiquement 2" X 2". Néanmoins, les détecteurs HPGe restent très onéreux dans l'ensemble avec des coûts de plusieurs dizaines de CHF.

Les détecteurs HPGe aujourd'hui utilisent encore couramment la diffusion de lithium pour établir un contact ohmique n⁺, et la déposition de bore pour faire un contact p⁺. Les détecteurs coaxiaux avec un contact central n⁺ sont désignés comme des détecteurs de type n, tandis que le type p de détecteurs ont un contact central p⁺. L'épaisseur de ces contacts représente une couche morte autour de la surface du cristal dans lequel les dépositions d'énergie n'entraînent pas de signaux du détecteur. Typiquement l'épaisseur de la couche morte est de plusieurs centaines de micromètres pour une couche de diffusion de Li, et de quelques dixièmes de micromètres pour une couche de déposition de B.

L'inconvénient majeur des détecteurs en germanium est qu'ils doivent être refroidis à la températures de l'azote liquide pour produire des données spectroscopiques utilisables. À des températures plus élevées, les électrons peuvent traverser facilement de la bande de valence du cristal et atteindre la bande de conduction, où ils sont libres d'interagir avec le champ électrique. Le système produit trop de bruit électrique pour être utilisé. Le refroidissement à la température de l'azote liquide (77 K) réduit les excitations thermiques des électrons de valence de sorte que seule une interaction des rayons γ peut donner un électron l'énergie nécessaire pour traverser la bande et atteindre la bande de conduction. Le refroidissement à l'azote liquide est gênant, comme le détecteur nécessite des heures à se refroidir à la température de fonctionnement avant qu'il puisse être utilisé, et ne peuvent pas être autorisés à se réchauffer pendant l'utilisation. De ce fait, les détecteurs sont placés dans des dewar toujours remplis d'azote liquide. Les systèmes commerciaux sont maintenant disponibles et utilisent des techniques avancées de réfrigération pour éliminer le besoin de refroidissement par azote liquide, mais restent chers.

Comparaison avec d'autres types de détecteurs :

Avantages :

- Très bonne résolution en énergie, en particulier dans le cas des détecteurs HPGe utilisés à basse température.
- Détecteurs compacts (puisque solides).
- Précision, bonne résolution spatiale (structuration en pixels et micro-bandes, utilisation des technologies de photolithographie issues de la micro-électronique).

Inconvénients :

- chers
- fragiles
- susceptibles d'être dégradés par les radiations.

Applications : Les détecteurs à semi-conducteur sont utilisés dans les différents domaines où l'on utilise à des rayonnements ionisants, notamment :

- en industrie nucléaire et radioprotection,
- en sciences avec en particulier la physique des particules, la spectrométrie de fluorescence X et la cristallographie.

Notons enfin les différents types de mesures qui peuvent être effectués :

- Mesures en mode énergie : les détecteurs à semi-conducteurs ont une excellente résolution en énergie.
- Mesures de temps : temps de vol de particule, détection de positon.
- Mesures de position, en profitant des technologies de la micro-électronique pour fabriquer des motifs d'électrode précis sur le cristal, par exemple, détecteur au silicium à micro-bandes et détecteur à pixels (CCD).

Deuxième partie

Notions de physique des réacteurs

Chapitre 6

Fusion et fission, la réaction en chaîne

La loi d'Einstein $E = m c^2$ implique que la masse d'un ensemble de nucléons liés (à savoir la masse du noyau) doit être inférieure à la somme des masses des nucléons isolés. Ainsi, pour l'atome ${}^A_Z X$, on a :

$$\Delta m = (Zm_p + (A - Z)m_n) - m(X) = \frac{E_l}{c^2} \neq 0$$

La quantité Δm est appelée le défaut de masse et E_l représente l'énergie de liaison, nécessairement non-nulle.

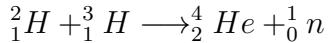
Dans le cas des molécules, les énergies de liaison sont de l'ordre de quelques électrons-volts. Par conséquent, le défaut de masse est presque négligeable et la loi de Lavoisier se trouve vérifiée avec une grande précision. En revanche, pour les noyaux, les énergies de liaison sont au moins de l'ordre du MeV, ce qui fait que le défaut de masse peut atteindre le pour-cent malgré l'importance du dénominateur en c^2 .

Du fait de l'équivalence masse-énergie, les masses des atomes, souvent exprimées en Unités de Masse Atomique (uma), peuvent être transformées en unités énergétiques via la relation $1\text{ uma} \longrightarrow 931\text{ MeV}$. Avec ces unités, les défauts de masse fournissent directement les énergies désirées. Ainsi par exemple, nous pouvons calculer l'énergie de liaison par nucléon en MeV :

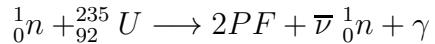
$$\frac{E_l}{A}(\text{MeV}) = 931 \left(\frac{Zm_p + (A - Z)m_n - m(X)}{A} \right)_{\text{uma}}$$

Si nous représentons cette énergie en fonction du nombre de masse, la courbe commence par croître jusqu'à un maximum pour $A \simeq 50$ environ et décroît ensuite régulièrement. Par conséquent, la fusion de noyaux légers ou la fission de noyaux lourds conduisent à des nucléons plus liés, donc à un dégagement d'énergie puisque le nombre de nucléons est conservé.

En guise d'exemple, la fusion de deutérium et de tritium selon la relation :



libère une énergie de 17.6 MeV. De même, la fission d'un atome d'uranium 235 induite par un neutron selon :



donne quant à elle 207 MeV. Cette énergie se répartit en grande partie en énergie cinétique des produits de fission (168 MeV), des $\bar{\nu}$ neutrons prompts (5 MeV), $\bar{\nu} \simeq 2.5$, et des γ prompts (7 MeV). Le reste vient de l'activité des produits de fission qui sont aussi pour la plupart radioactifs. Cette énergie est dissipée sous forme de chaleur dans les barreaux de combustible. Grossièrement, un fluide caloporteur est ensuite chauffé en circulant autour des barreaux ; cette chaleur est enfin convertie en travail mécanique avec une turbine.

Il n'existe que très peu de noyaux fissiles : naturellement, seul l'uranium 235 est disponible. En revanche, il existe des isotopes fissiles artificiels, le plutonium 239 et l'uranium 233, obtenus par capture neutronique sur des noyaux fertiles, respectivement l'uranium 238 et le thorium 232.

Etudions maintenant ce qu'il peut advenir des $\bar{\nu}$ neutrons prompts produits lors de la fission d'un atome d'uranium 235 : étant donné que le bilan de neutrons immédiatement après la réaction est excédentaire, il est possible de mettre en place une réaction stable et entretenue. Il s'agit d'une réaction en chaîne.

L'établissement d'une telle réaction n'est pas simple, puisque tous les neutrons produits ne sont pas utilisables pour une prochaine fission. De fait, il faut équilibrer les pertes et les gains.

Le combustible n'est jamais isolé ; il est entouré par la gaine des barreaux du combustible, par les matériaux de structure du cœur, par le blindage ... Ces matériaux sont souvent absorbeurs de neutrons ; le taux d'absorption se note A. Il se peut également que le neutron fuie du cœur sans interagir ; le taux de fuite se note F. A côté de ces deux taux constituant les pertes, le taux de production de neutrons est caractérisé par les nouvelles fissions. Ce dernier terme s'écrit $\bar{\nu} S_f$ où S_f est le taux de fission.

Par conséquent, la condition pour que la réaction en chaîne soit stable, ou critique s'écrit :

$$\bar{\nu} S_f = A + F$$

On définit le coefficient de multiplication effectif k_{eff} comme le rapport des gains aux pertes.

$$k_{eff} = \frac{\bar{\nu} S_f}{A + F} \quad (6.1)$$

Nous voyons donc que si $k_{eff} < 1$, la réaction est dite sous-critique et la population de neutrons va en diminuant. La réaction en chaîne est sur le point de s'arrêter. En revanche, si $k_{eff} > 1$, la réaction est sur-critique, ce qui signifie que la population neutronique est en augmentation.

Il est possible de moduler k_{eff} en jouant sur les paramètres qui le composent. Le taux de fuite F est proportionnel à la taille du réacteur. Ce paramètre ne peut donc être varié qu'à la conception. Le taux d'absorption A est essentiellement modulable par deux moyens. Il peut être augmenté par des absorbeurs de neutrons, tels le bore ou le cadmium. Ces absorbeurs sont insérés dans le réacteur par les barres de contrôle ou sous forme liquide en cas d'accident. Le taux d'absorption peut être diminué en changeant de modérateur : l'eau lourde (D_2O) a la propriété d'être moins absorbante que l'eau légère, ce qui fait que de l'uranium naturel peut être utilisé comme combustible (réacteurs CANDU). Quant au taux de fission S_f , il peut être augmenté en enrichissant davantage le combustible (c'est-à-dire en augmentant la proportion d'uranium 235), en augmentant le nombre de barres

du cœur ou en réduisant l'énergie des neutrons en les freinant, puisque la section efficace de fission de l'uranium 235 décroît avec l'énergie.

Chapitre 7

La théorie de la diffusion

Dans ce chapitre, nous allons étudier la variation spatiale du flux neutronique, en supposant que le réacteur est dans un régime stationnaire (P constante).

7.1 Flux et courants

Toute la physique des réacteurs repose sur la notion de flux neutronique, qui dépend en toute généralité de la position \vec{r} , de l'énergie E des neutrons, de la direction de propagation $\vec{\Omega}$ et du temps t : $\Phi = \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$. Si cette fonction est connue, toute la neutronique du réacteur est connue. La théorie qui peut prendre en considération tous ces paramètres est la théorie du transport. Cette approche très générale, qui ne sera pas abordée ici, est également utilisée notamment en théorie cinétique des gaz (Boltzmann), en astrophysique (propagation des neutrons dans une étoile) ou en physique des plasmas (transport d'électrons rapides ou d'ions dans un plasma). Les équations qui en résultent ne sont pas solubles analytiquement.

Dans le cadre de la théorie de la diffusion, nous allons faire deux hypothèses simplificatrices pour résoudre le problème analytiquement : nous allons considérer un flux scalaire et monoénergétique.

$$\Phi(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{E=0}^{\infty} \int_{\vec{\Omega}} \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) d\vec{\Omega} dE \quad (7.1)$$

Considérons maintenant des neutrons se propageant suivant une direction $\vec{\Omega}$ et traversant une surface unité dS non nécessairement perpendiculaire à $\vec{\Omega}$. Le nombre de neutrons traversant cette surface par unité de temps suivant la direction $\vec{\Omega}$ est appelé courant angulaire. Si nous supposons des neutrons monoénergétiques, c'est-à-dire que l'intégration sur les énergies a déjà été faite, le courant angulaire s'écrit :

$$J_x(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) = n(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) v \cos \theta = \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) \cos \theta$$

L'indice x signifie que la surface dS est perpendiculaire à l'axe Ox fixe dans l'espace. La grandeur $n(\vec{r}, \vec{\Omega}, t)$ représente la densité neutronique angulaire pour la direction $\vec{\Omega}$ et v leur vitesse.

Le courant total J_x^+ , correspondant aux neutrons allant de gauche à droite, sans référence à leur direction, s'obtient en intégrant sur $\vec{\Omega}$ le courant angulaire, avec la restriction

que la composante sur Ox du vecteur unitaire $\vec{\Omega}$, $\Omega_x = \cos\theta > 0$. On obtient de la même façon le courant J_x^- .

La différence $J_x = J_x^+ - J_x^-$ représente le courant net de neutrons traversant la surface dS par unité de temps. D'après ce qui précède, il s'écrit :

$$J_x(\vec{r}, t) = \int_{4\pi} \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) \Omega_x d\Omega$$

Le courant net J_x exprime donc un bilan neutronique à la traversée d'une surface. De même que les flux scalaires Φ , les courants nets sont des quantités intégrales qui ne dépendent plus des directions et qui peuvent être positifs ou négatifs. Ils ont aussi les mêmes dimensions, des $cm^{-2}s^{-1}$. En procédant de la même façon pour définir J_y et J_z , on arrive finalement à la notion de courant net vectoriel qui est :

$$\vec{J}(\vec{r}, t) = \int_{4\pi} \vec{\Omega} \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) d\Omega \quad (7.2)$$

Dans un système infini et homogène, alimenté par une distribution uniforme de sources, le flux est indépendant de la direction $\vec{\Omega}$. Il en découle que le courant net \vec{J} est nul, comme le montre l'équation précédente. En revanche, dans un système de dimensions finies, le courant net différent de zéro joue un rôle fondamental.

7.2 Equation du bilan neutronique

Considérons un corps de volume V quelconque, de section efficace d'absorption Σ_a , contenant une source volumique de neutrons notée Q. Ces deux grandeurs, ainsi que les flux scalaires Φ et les courants \vec{J} dépendent du temps t et de la position \vec{r} .

Définissons la population de neutrons $P(t)$ à l'instant t comme l'intégrale de la densité neutronique $n(\vec{r}, t)$ sur le volume V. Rappelons aussi que le flux scalaire est relié à cette densité via la vitesse des neutrons. Le bilan de neutrons à l'instant t nous dit que la variation temporelle de la population correspond à la différence entre la production et les disparitions. Ainsi, pour le volume V, nous avons simplement :

$$\frac{d}{dt} P(t) = \int_V \frac{\partial}{\partial t} n(\vec{r}, t) dV = \int_V Q(\vec{r}, t) dV - \int_V \Sigma_a(\vec{r}, t) \Phi(\vec{r}, t) dV - \int_S \vec{J}(\vec{r}, t) \cdot \vec{\nu} dS \quad (7.3)$$

Les membres de droite de cette équation représentent la variation temporelle de la population globale de neutrons. Cette variation résulte des émissions caractérisées par la source Q, auxquelles nous avons soustrait les absorptions et les fuites au travers de la surface S du volume V ($\vec{\nu}$ représente la normale de la surface élémentaire dS ; il remplace l'axe Ox du paragraphe précédent).

En utilisant le théorème de Gauss pour transformer l'intégrale de surface en volume et en regroupant les termes, nous avons :

$$\int_V \left[\frac{\partial n}{\partial t} - Q + \Sigma_a \Phi + \operatorname{div} \vec{J} \right] dV = 0$$

Etant donné que le volume V est quelconque et arbitraire, la nullité de l'intégrale entraîne celle de son intégrant. Ainsi, en remplaçant la densité neutronique n par le flux Φ :

$$\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \Phi(\vec{r}, t) = Q(\vec{r}, t) - \Sigma_a \Phi(\vec{r}, t) - \operatorname{div} \vec{J}(\vec{r}, t) \quad (7.4)$$

Cette équation appelle quelques commentaires. Tout d'abord, elle est rigoureuse, dans ce sens qu'elle pourrait également être obtenue à partir de l'équation du transport. Deuxièmement, elle fait intervenir la section efficace différentielle d'absorption et non la section efficace totale. La raison en est la suivante : la diffusion de neutrons ne constitue pas une destruction mais seulement un ralentissement. Or, dans la théorie monocinétique présentée ici, tous les neutrons appartiennent à la même famille énergétique. Par conséquent, il est normal que le taux de diffusion n'intervienne pas directement dans l'équation du bilan. Troisièmement, les régimes stationnaires sont obtenus en posant $\frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0$; on obtient alors la relation :

$$\operatorname{div} \vec{J}(\vec{r}, t) + \Sigma_a \Phi(\vec{r}, t) = Q(\vec{r}, t) \quad (7.5)$$

Cette équation comporte deux inconnues, \vec{J} et Φ , si bien qu'une deuxième équation est nécessaire.

7.3 La loi de Fick

On définit le libre parcours moyen total λ_t pour un neutron comme étant la distance moyenne qu'il parcourt entre deux collisions; on peut montrer que cette distance est inversement proportionnelle à la section efficace macroscopique totale.

$$\lambda_t = \frac{1}{\Sigma_t}$$

Si nous considérons un milieu tel que le libre parcours moyen total λ_t est beaucoup plus petit que toute dimension caractéristique (diamètre du cœur, épaisseur d'un écran de protection, ...) et tel que la section efficace macroscopique de diffusion Σ_s soit plus grande que celle d'absorption Σ_a (milieu plus diffusant qu'absorbant, ce qui justifie l'appellation de théorie de la diffusion), alors les conditions pour l'utilisation de la loi de Fick sont remplies.

Cette loi stipule que les courants nets sont proportionnels aux gradients des densités neutroniques $n(\vec{r})$ ou des flux scalaires $\Phi(\vec{r})$. De plus, les courants sont tels que l'écoulement neutronique s'effectue des zones à forte densité vers les zones à moindre densité. Ainsi, nous avons :

$$\vec{J}(\vec{r}) = -D \operatorname{grad} \Phi(\vec{r}) \quad (7.6)$$

Le coefficient de diffusion D est caractéristique du milieu dans lequel se propagent les neutrons. La théorie du transport montre que ce coefficient est approché par l'expression :

$$D \cong \frac{\lambda_t}{3} = \frac{1}{3\Sigma_t} \quad (7.7)$$

7.4 L'équation de la diffusion

En combinant l'équation du bilan neutronique (7.5) et la loi de Fick (7.6) et en supposant constants le coefficient de diffusion D et la section efficace macroscopique d'absorption Σ_a , nous obtenons l'équation de la diffusion :

$$D \Delta \Phi(\vec{r}) - \Sigma_a \Phi(\vec{r}) + Q(\vec{r}) = 0 \quad (7.8)$$

Il s'agit d'une équation aux dérivées partielles du deuxième ordre de type elliptique. Pour la résoudre, il faut encore connaître une condition aux bords du système. Dans notre cas, nous supposerons que le flux s'annule sur la surface extrapolée obtenue en déplaçant un point quelconque de la surface extérieure d'une petite quantité d suivant la normale. La théorie du transport permet de calculer cette distance extrapolée d et nous avons :

$$d = 0.71 \lambda_t$$

7.5 Condition critique dans un milieu multiplicateur

En l'absence de fuites neutroniques et pour un système homogène, le coefficient de multiplication (6.1) vaudrait :

$$k_\infty = \frac{\bar{\nu} S_f}{A}$$

Dans un tel système de volume V arbitraire, les nombres totaux de fission S_f et d'absorptions A s'écrivent :

$$S_f = \Sigma_f \int_V \Phi(\vec{r}) dV$$

$$A = \Sigma_a \int_V \Phi(\vec{r}) dV$$

Par conséquent, l'expression de k_∞ se simplifie pour n'être plus que :

$$k_\infty = \frac{\bar{\nu} \Sigma_f}{\Sigma_a} \quad (7.9)$$

Pour un réacteur homogène, les flux sont régis par l'équation de la diffusion (7.8). Dans ce cas, la source volumique Q doit être identifiée à une source volumique de neutrons de fission Q_f qui s'écrit :

$$Q_f = \bar{\nu} R_f = \bar{\nu} \Sigma_f \Phi$$

Avec cette source de fission, l'équation de la diffusion devient, en utilisant la définition de k_∞ , en divisant par D et en introduisant la notion d'aire de diffusion $L^2 = D/\Sigma_a$:

$$\Delta \Phi + \left(\frac{k_\infty - 1}{L^2} \right) \Phi = 0$$

Tous les raisonnements qui ont conduit à l'équation de la diffusion supposaient un régime stationnaire. Cette dernière équation correspond donc, en l'absence de sources

supplémentaires, à l'état critique ($k_{eff} = 1$). On est ensuite amené à définir le laplacien matière, contenant toute l'information nucléaire et facteur nécessairement positif, comme :

$$B_m^2 = \frac{k_\infty - 1}{L^2} \quad (7.10)$$

Dès lors, nous écrivons finalement :

$$\Delta\Phi + B_m^2\Phi = 0 \quad (7.11)$$

Il s'agit d'une équation aux valeurs propres dont nous connaissons déjà les solutions, puisque nous connaissons B_m^2 . Nous allons alors résoudre une autre équation, en tenant compte de la géométrie du réacteur, en remplaçant le laplacien matière B_m^2 par le laplacien géométrique B^2 et en imposant que :

$$B_m^2 = B^2$$

lorsque les B^2 seront connus. Cette relation garantira l'état stationnaire avec les paramètres géométriques particuliers au réacteur considéré.

Chapitre 8

Théorie de la cinétique ponctuelle

Dans ce dernier chapitre, nous nous pencherons sur la variation temporelle du flux, dans le cadre d'une théorie simplifiée, appelée cinétique ponctuelle. Par ce biais, nous nous affranchissons des données spatiales. Contrairement à ce qu'on pourrait supposer, l'adjectif ponctuel n'implique pas que le réacteur doit être de taille réduite ; il suffit en fait que les flux soient factorisables, c'est-à-dire que leurs distributions spatiales conservent la même forme au cours du temps, ce qui est vrai dans un état proche de l'état critique.

8.1 Etablissement des équations

Dans ce qui va suivre, nous allons nous pencher sur une grandeur intégrale importante, la population neutronique. Cette dernière grandeur s'écrit, pour des neutrons monocinétiques :

$$N(t) = \int_{\text{Réact.}} n(\vec{r}, t) dV$$

où $n(\vec{r}, t)$ désigne la densité neutronique au point \vec{r} et à l'instant t .

Reprendons encore une fois le même raisonnement en tenant compte des neutrons retardés. Si nous posons $S_p(t)$ la source de neutrons prompts, $S_d(t)$ la source de neutrons différés, $A(t)$ le nombre de neutrons absorbés et $F(t)$ le nombre de neutrons quittant le réacteur, alors la quantité $S_p(t) + S_d(t) - (A(t) + F(t))$ représente la variation de la population neutronique $\frac{dN}{dt}$. Par conséquent, nous écrivons :

$$\frac{dN}{dt} = S_p(t) + S_d(t) - [A(t) + F(t)] \quad (8.1)$$

Rappelons que la fraction de neutrons différés se note β et s'élève à 0.7 % environ. Si $\bar{\nu}S_f$ représente la source de neutrons de fission (sans distinction entre neutrons prompts et retardés), alors le terme $S_p(t)$ s'écrit simplement :

$$S_p(t) = (1 - \beta)\bar{\nu}S_f(t) \quad (8.2)$$

La source $S_d(t)$ est rattachée au nombre $C_i(t)$ de précurseurs de chaque type i auquel correspond un taux de désintégration $\lambda_i C_i$. Comme à toute disparition d'un précurseur correspond l'émission d'un neutron, $\lambda_i C_i$ constitue bien une source de neutrons différés. En considérant tous les types de précurseurs, il vient que :

$$S_d(t) = \sum_i \lambda_i C_i(t) \quad (8.3)$$

Introduisons maintenant quelques grandeurs : le facteur de multiplication effectif $k_e(t)$, le temps de vie des neutrons prompts l , le temps de génération Λ et la réactivité ρ , tels que :

$$k_e(t) = \frac{\bar{\nu} S_f(t)}{A(t) + F(t)} \quad (8.4)$$

$$A(t) + F(t) = \frac{N(t)}{l(t)} \quad (8.5)$$

$$\Lambda(t) = \frac{l(t)}{k_e(t)} \quad (8.6)$$

$$\rho(t) = \frac{k_e(t) - 1}{k_e(t)} \quad (8.7)$$

En utilisant les équations (8.1), (8.2), (8.3), (8.4) et (8.5), nous obtenons une nouvelle équation de la cinétique

$$\frac{dN}{dt} = \frac{(1 - \beta)k_e(t) - 1}{l(t)} N(t) + \sum_i \lambda_i C_i(t) \quad (8.8)$$

Comme nous ne connaissons pas le nombre C_i de précurseurs, il nous faut ajouter une équation de bilan sur ce nombre. Sur les $\bar{\nu} S_f$ neutrons émis, β_i le sont par l'intermédiaire d'un précurseur ; conséquemment, $\beta_i \bar{\nu} S_f$ représente le nombre de noyaux de précurseurs de type i, puisque chaque précurseur émet un seul neutron. Comme le taux de disparition par désintégration s'élève à $\lambda_i C_i(t)$, l'équation de bilan pour le précurseur i s'écrit :

$$\frac{dC_i}{dt} = \beta_i \bar{\nu} S_f - \lambda_i C_i$$

En introduisant les équation (8.4) et (8.5), il vient :

$$\frac{dC_i}{dt} + \lambda_i C_i = \beta_i k_e [A + F] = \beta_i \frac{k_e}{l} N \quad (8.9)$$

Finalement, nous introduisons dans les équations (8.8) et (8.9) les expressions du temps de génération (8.6) et de la réactivité (8.7) pour obtenir les équations de la cinétique ponctuelle.

$$\begin{cases} \frac{dN(t)}{dt} = \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda(t)} N(t) + \sum_i \lambda_i C_i(t) \\ \frac{dC_i(t)}{dt} + \lambda_i C_i(t) = \frac{\beta_i}{\Lambda(t)} N(t) \end{cases} \quad (8.10)$$

8.2 Trois remarques importantes

1. Concernant le temps de vie des neutrons l , pour comprendre sa signification physique, considérons un milieu passif ($k_e = 0$), donc sans neutrons retardés, et un

coefficient l indépendant du temps. Dans ce cas, l'équation (8.8) s'intègre et nous avons :

$$N(t) = N(0) \exp\left(-\frac{t}{l}\right)$$

Pour des temps t grands devant l , les neutrons disparaissent ; l mesure donc leur temps de vie dans le système face aux absorptions et aux fuites. Cette loi est identique à celle de la décroissance radioactive et $1/l$ joue le rôle de constante de désintégration.

2. Revenons à l'équation (8.8), sans considérer les neutrons retardés ($C_i = 0$) et en supposant k_e et l constants. L'équation s'intègre alors facilement pour donner :

$$N(t) = N(0) \exp\left(\frac{k_e - 1}{l} t\right)$$

Nous y voyons bien que si $k_e > 1$, la population croît, alors qu'elle décroît dans le cas contraire. Pour les réacteurs thermiques, les temps de vie sont au plus de l'ordre de 10^{-3} secondes. Ainsi, si le réacteur est surcritique de 0.5 % seulement ($k_e = 1.005$), la population neutronique croît comme $\exp(5t)$, ce qui fait qu'au bout d'une seconde, elle est multipliée par un facteur 148 ! Ainsi, sans les neutrons différés, le réacteur serait difficilement contrôlable.

3. Considérons maintenant un régime stationnaire : $N(t) = N(0)$ et $C_i(t) = C_i(0)$; dans ce cas, le système (8.10) devient :

$$\begin{cases} 0 = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} N(0) + \sum_i \lambda_i C_i(0) \\ \lambda_i C_i(0) = \frac{\beta_i}{\Lambda} N(0) \end{cases}$$

En reportant la deuxième équation dans la première et en notant que $\beta = \sum_i \beta_i$, nous avons l'identité :

$$\frac{\rho}{\Lambda} N(0) = 0$$

Ceci implique que la seule solution intéressante est :

$$\begin{cases} \rho = 0 & \text{avec } N(0) \text{ arbitraire} \\ \lambda_i C_i(0) = \frac{\beta_i}{\Lambda} N(0) \end{cases}$$

Conséquemment, les régimes stationnaires correspondent bien aux réactivités nulles ; de plus, les neutrons retardés n'ont aucune influence sur les résultats : c'est la raison pour laquelle nous n'en avions pas tenu compte dans le développement du chapitre précédent.

8.3 L'équation de Nordheim

Considérons à l'instant $t = 0$ l'introduction brutale d'une réactivité ρ demeurant constante par la suite. Un tel saut peut correspondre notamment au mouvement brusque

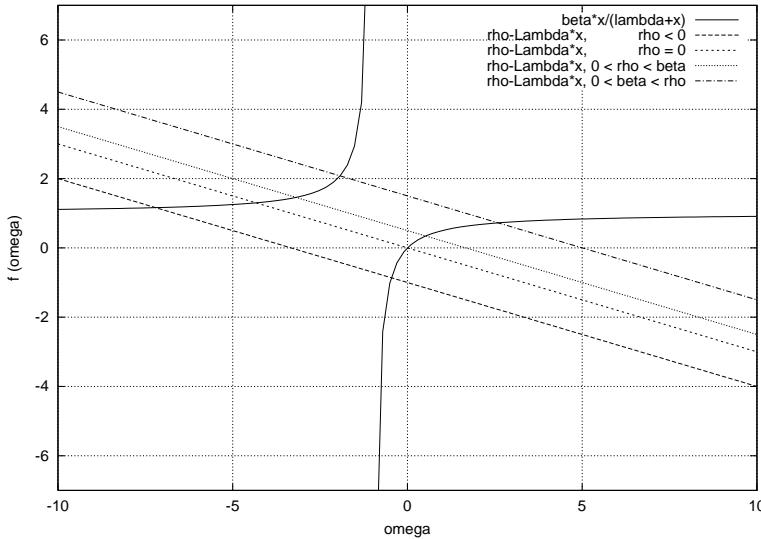


FIGURE 8.1 – Résolution graphique de l'équation caractéristique de Nordheim.

d'une barre de contrôle. Le temps de génération Λ étant lui aussi indépendant du temps, les équations (8.10) se résolvent rigoureusement par un transformation de Laplace. La population de neutrons en fonction du temps s'écrit enfin :

$$\frac{N(t)}{N(0)} = \sum_j B_j \exp(\omega_j t) \quad (8.11)$$

Les B_j sont des constantes et les ω_j doivent satisfaire l'équation caractéristique importante de Nordheim :

$$\rho - \Lambda\omega = \sum_i \frac{\beta_i \omega}{\lambda_i + \omega} \quad (8.12)$$

Considérons pour ce qui suit un seul groupe de précurseurs ; dans ce cas, il n'y a que deux solutions possibles pour ω . Dans la figure 8.1, nous avons représenté graphiquement cette équation caractéristique pour différentes valeurs de réactivité.

Nous voyons que si la réactivité est négative, c'est-à-dire que $k_e < 1$, selon la relation (8.7), nous avons deux solutions négatives pour l'équation caractéristique ; par conséquent, la population neutronique évolue en diminuant au cours du temps. Lorsque la réactivité est nulle, nous avons une solution nulle et une solution négative ; ainsi, après une période transitoire, la population reste constante. Finalement, si la réactivité est positive, nous avons une solution négative et une positive ; la population augmente alors exponentiellement. Cette croissance peut être contrôlée si la réactivité n'est pas trop grande, typiquement, si elle est inférieure à la proportion de neutrons retardés. Dans ce cas nous disons que le réacteur est sur-critique différé, car son comportement est régi par les neutrons différés. Dans le cas contraire, nous disons qu'il est sur-critique prompt. Lors de l'élaboration d'un projet de réacteur, on fait en sorte que toute introduction intempestive de réactivité demeure inférieur à β par des systèmes de verrouillage adéquats.

Nous avons vu que lorsque nous sommes en présence d'une réactivité positive, la population neutronique, après la phase transitoire où la solution négative intervient, se

comporte comme $\exp(\omega_+ t)$. On définit alors la période stable du réacteur comme :

$$T = \frac{1}{\omega_+} \quad (8.13)$$

Cette période est la constante de temps fondamentale d'un réacteur sur-critique.

Chapitre 9

Fonctionnement et contrôle d'une centrale nucléaire

Le but de ce chapitre est de donner quelques informations concernant la conception d'un réacteur et ses moyens de contrôle, contrôle, ainsi que d'aborder la production d'électricité au l'énergie libérée par la réaction de fission. Nous verrons aussi quelques types différents de réacteurs, notamment les réacteurs à eau légère et à eau lourde.

9.1 Constitution d'un réacteur

9.1.1 Du centre vers l'extérieur

Si nous parcourons le réacteur du centre vers l'extérieur, nous rencontrons d'abord le cœur, partie approximativement cylindrique contenant le combustible. Ce dernier étant gainé, il n'entre pas en contact avec le fluide caloporteur. La gaine constitue donc la première barrière de protection. En dehors du cœur se trouve le réflecteur, dont le rôle est de diminuer les fuites de neutrons et les moyens de contrôle. Tout ces éléments sont contenus dans une cuve ; lorsque la cuve doit tenir une certaine pression, on parle plutôt de caisson. Le caisson est en principe en acier. Comme tel, il assure une protection thermique de l'extérieur en atténuant les divers rayonnements émanants du cœur : il s'agit donc de la deuxième barrière de protection. A la suite de cet écran, se trouve l'écran biologique en béton, ou la troisième barrière de protection, dont le rôle est d'atténuer rayonnement jusqu'à une valeur acceptable dans le sens de l'Ordonnance sur la Radioprotection [3] pour les personnes extérieures.

Le réacteur (caisson et écrans biologiques) sont inclus dans une quatrième barrière, appelée enceinte de confinement. Cette barrière ne joue que peu de rôle en marche normale ; elle augmente en revanche la sécurité de l'installation en cas de relâchement accidentel de radioactivité ou contre des dangers extérieurs : ouragans, chutes d'avion, tremblements de terre, ...

9.1.2 Le cœur plus en détail

Dans la plupart des cas, le combustible se trouve à l'état solide (métallique ou oxyde), dans une gaine, sous forme de barreaux cylindriques. Actuellement, les combustibles sont

enrichis, soit avec de l'uranium 235, soit avec un mélange d'uranium 235 et de plutonium 239 (combustible MOX), permettant l'utilisation du plutonium. L'échauffement des barreaux provient principalement du ralentissement en leur sein des produits de fission. Aussi, la présence d'un fluide caloporteur est nécessaire pour refroidir les barreaux. Par conséquent, le cœur d'un réacteur n'est pas homogène, à la différence des modèles présentés dans les chapitres précédents. Rappelons aussi que pour optimiser les chances de fission, les neutrons doivent être ralentis, puisque la section efficace de fission pour l'uranium est supérieure à basse énergie. La présence d'un modérateur entre les barreaux est donc également nécessaire. Notons cependant que ce type de réacteur est dit à spectre thermique. Bien qu'il soit le plus répandu, il existe aussi des systèmes à spectre rapide. Nous en dirons quelques mots par la suite. Lorsque le modérateur est liquide, il peut aussi jouer le rôle de caloporteur. Les barres de combustibles sont réparties régulièrement ; avec la fraction de modérateur et de caloporteur qui leur est rattachée, elles constituent le réseau. Les parties du réseau s'appellent les cellules et la distance entre les axes de deux cellules contigües se nomme le pas du réseau. Pour terminer, signalons que tous les barreaux n'ont pas le même enrichissement, afin d'obtenir une distribution de puissance plus plate et d'uniformiser le taux de combustion des barres.

9.2 Contrôle et sécurité d'un réacteur

Le contrôle d'un réacteur correspond à l'ensemble des mesures qui doivent être prises pour le maintenir critique. D'autre part, les éléments de sûreté servent à arrêter le réacteur en cas de fonctionnement anormal. Les moyens principaux sont les barres de pilotage, les enrichissements divers, les poisons consommables, les barres de sécurité et l'empoisonnement du cœur par un absorbant. En marche, la réactivité du réacteur peut être modifiée de manière externe par l'opérateur ou de manière interne par la variation des diverses températures ou le taux de combustion des matières fissiles.

9.2.1 Contrôle

Les barres de pilotage ou de contrôle, contenant soit un absorbant, soit un élément fissile, sont insérées en permanence dans le cœur et permettent les ajustements fins de la puissance. Pour passer d'une puissance à une autre, il suffit de changer la position de ces barres pour ajouter ou retirer de la réactivité. Lorsque le nouveau palier est atteint, les barres de pilotage reprennent leur position initiale pour assurer à nouveau l'état critique.

Un poison consommable est un absorbeur de neutron qui disparaît avec l'irradiation, afin de compenser la décroissance naturelle de réactivité due à l'épuisement du combustible. Le poison consommable est le plus souvent utilisé sous forme solide dans le combustible. Ce poison a l'avantage d'allonger l'exploitation du combustible.

9.2.2 Sécurité

Les barres de sécurité, souvent en carbure de bore ou en cadmium, ont une fonction toute différente. En marche normale, elles sont placées en dehors du cœur et elles chutent rapidement en cas d'accident par gravité pour arrêter la réaction en chaîne. Quant au poison soluble, il est répandu dans le cœur en cas d'accident.

9.3 Les différents types de réacteur de puissance et production d'électricité

Dans un réacteur à eau légère (LWR, Light Water Reactor), l'eau sert à la fois de modérateur et de caloporteur. Le combustible est en général de l'oxyde d'uranium avec un taux d'enrichissement en ^{235}U de 2 – 4 %. Les deux types principaux de réacteurs à eau légère sont le réacteur à eau pressurisée (PWR, Pressurised Water Reactor) et à eau bouillante (BWR, Boiling Water Reactor). La différence principale entre ces deux filières est relative au mode de récupération de l'énergie calorique : dans le réacteur bouillant, le caisson joue aussi le rôle de chaudière, alors qu'un générateur de vapeur est ajouté dans le réacteur pressurisé.

Il existe également des filières de réacteurs utilisant l'uranium naturel. Parmi ceux-là, citons le modèle canadien CANDU (CANada Deuterium-Uranium), ayant de l'eau lourde (D_2O) comme modérateur et caloporteur (mais dans un circuit séparé) et le trop célèbre modèle russe RBMK (Reaktori Bolshoi Moshchnosti Kanalnye). Dans ce dernier, le graphite, refroidi par de l'hélium et de l'azote, joue le rôle de modérateur ; le caloporteur est de l'eau. Ces deux filières ont pour désavantage que l'eau lourde et surtout le graphite ont un pouvoir modérateur bien moins important que l'eau légère ; par conséquent, ces réacteurs ont des dimensions très importantes. Par contre, les avantages de l'eau lourde ou du graphite résident dans la moindre absorption des neutrons, permettant ainsi l'utilisation de l'uranium naturel et un renouvellement du combustible en marche.

Comme autre filières, signalons le réacteur à haute température refroidi au gaz (HTGR, High Temperature Gas cooled Reactor), utilisant du combustible très enrichi (93 %), du graphite comme modérateur et du gaz comme caloporteur ; le réacteur à sel fondu (MSR, Molten Salt Reactor), ayant du fluorure d'uranium et de thorium comme combustible et comme caloporteur, ainsi que du graphite comme modérateur.

Les réacteurs rapides ou surgénérateurs utilisent en plus de l'oxyde d'uranium, de l'oxyde de plutonium comme combustible. La surgénération, qui permet une production de fissiles (^{239}Pu) plus grande que sa consommation (^{235}U et ^{239}Pu) n'est en effet accessible qu'avec un spectre de neutrons rapides. Ainsi, le caloporteur pour ces réacteurs doit avoir un effet modérateur très faible. Dans cette optique, on choisit notamment du sodium liquide, du plomb ou du gaz.

Notons aussi le développement actuel de systèmes couplant un accélérateur de protons et un réacteur sous-critique (ADS) qui doit permettre à moyen terme l'utilisation comme combustible des actinides mineurs. Pour l'instant, ces derniers sont constituants majeurs des déchets de longue durée.

La production d'électricité avec un réacteur de puissance se fait de la même façon pour toutes les filières. Essentiellement, le caloporteur chauffé dans le cœur transmet sa chaleur à un fluide secondaire ne circulant pas dans les zones où il pourrait être irradié. Ce dernier passe ensuite au travers d'une turbine, dans laquelle l'énergie thermique est transformée en énergie mécanique et ensuite électrique via un alternateur. On estime l'efficacité d'une centrale nucléaire entre 30 et 40 %.

Lorsque la réaction en chaîne ne peut plus être entretenue de manière satisfaisante et qu'il n'y a plus une réserve suffisante de réactivité, à cause de l'épuisement de la matière fissile et de la disparition des poisons consommables, le combustible doit être remplacé. Les barreaux retirés (on remplace en général un tiers des barreaux par an) passent ensuite par

une usine de retraitement des déchets, telle celle de La Hague en France ou Sellafield au Royaume Uni. Le but du retraitement est de récupérer la matière fissile encore utilisable, aussi bien l'uranium que le plutonium formé. Ces derniers retourneront sous une forme ou une autre dans le cycle du combustible. Deuxièmement, il s'agit d'isoler certains sous-produits intéressants qui pourront être utilisés notamment en médecine. Finalement, le retraitement permet de trier les déchets selon leur activité pour un entreposage futur.

9.4 Le réacteur CROCUS

Le réacteur CROCUS est un réacteur de recherche et d'enseignement dont la puissance est limitée à 100 W. Il fait partie des réacteurs dits de puissance nulle. Son cœur est constitué de deux types d'assemblages de combustible : 336 barreaux d'oxyde d'uranium (UO_2) au centre entouré par 176 barreaux d'uranium métallique (Um). Le réflecteur d'eau légère a un rayon extérieur de 65 cm. L'eau joue aussi le rôle de modérateur.

Le pilotage en puissance du réacteur se fait par deux barres d'aluminium cylindrique contenant du carbure de bore ou par variation de la hauteur du modérateur.

La sécurité est assurée par deux barres cruciformes, disposées au centre du cœur, contenant du cadmium et par la possibilité d'évacuer la totalité du modérateur dans des vases d'expansion situés autour du cœur.

Finalement, le réacteur est placé au centre d'une épaisse enceinte en béton blindé. Cette enceinte protège l'environnement extérieur et les personnes des rayonnements ionisants et protège, également, l'installation de détériorations.

Troisième partie

Travail proposé

Chapitre 10

Première séance : premier jour

Le but de cette séance est de déterminer par l'expérience et par le calcul et la distribution radiale du flux neutronique dans l'installation nucléaire CARROUSEL située dans la halle, à l'aide de différentes chambres d'ionisation. L'interpolation numérique de cette distribution permettra d'obtenir une valeur expérimentale pour la longueur de diffusion des neutrons émis par la source dans l'eau. Cette valeur sera finalement comparée avec la valeur calculée à partir des tables de sections efficaces.

Préalable requis : Lecture de la notice, comprendre le fonctionnement d'une chambre d'ionisation.

Résultats escomptés : Détermination des gaz dans les différents détecteurs, spectres des chambres d'ionisation, détecteur le plus approprié pour effectuer la mesure radiale de flux, distribution radiale du flux neutronique dans CARROUSEL et longueurs de diffusion expérimentale et théorique. Compréhension de l'effet de bord des détecteurs utilisés.

L'installation nucléaire CARROUSEL : CARROUSEL est un récipient cylindrique d'environ 1.5 m de diamètre et d'une hauteur de 1.8 m, rempli d'eau déminéralisée. Une source cylindrique de Pu-Be est placée en son centre. Le plutonium ^{239}Pu est un radio-isotope avec une demi-vie d'environ $2.4 \cdot 10^4$ années et émettant des particules α à 5 MeV environ. En utilisant du beryllium 9Be comme cible pour ces particules énergétiques, la réaction suivante se produit :



Les neutrons qui résultent de cette interaction ont un spectre compris entre l'énergie thermique 0.025 eV et 11 MeV. La présence de l'eau autour de la source permet de ralentir les neutrons non encore thermique à cette énergie.

La source est préparée de telle sorte que l'émetteur α et la cible soient intimement mélangées ; ainsi, les particules α ne seront pas arrêtées avant d'arriver sur la cible. Les caractéristiques de la source Pu-Be sont indiquées dans le tableau 10.1.

Identification des détecteurs (première partie) : Nous disposons de quatres détecteurs remplis avec deux sortes de gaz différents : de l'hélium 3He et du fluorure de bore BF_3 . Chacun de ces détecteurs est alimenté par une haute tension différente qu'il

conviendra de respecter lors de l'expérience. En présence de neutrons, les réactions suivantes se passent dans ces gaz :

(1) Pour l'hélium :

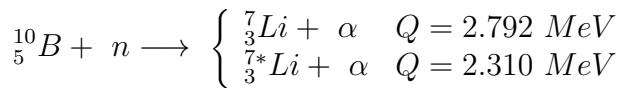


L'énergie libérée durant cette réaction est de 0.764 MeV ; pour des raisons de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement, on peut déduire que le proton emporte 0.573 MeV et le tritium 0.191 MeV .

TABLE 10.1 – Caractéristiques de la source Pu-Be

Diamètre	33.27 mm
Longueur	69 mm
Intensité	$8.6 \cdot 10^6 \text{ n/sec}$
Energie maximale des neutrons	10.6 MeV
Energie moyenne des neutrons	3 – 5 MeV
Energie des γ associés	4 – 5 MeV
Poids de plutonium	83 g
Composition	Pu 239 91.76 % Pu 240 7.52 % Pu 241 0.69 % Pu 242 0.03 %

(2) Quant au bore, ses réactions sont les suivantes, avec les énergies libérées dans chaque cas :



Si des neutrons thermiques induisent la réaction, 94 % environ des réactions produisent du lithium dans l'état excité et seulement 6 % dans l'état fondamental. Toujours pour des raisons de conservation d'énergie et de quantité de mouvement, la particule α emporte 1.47 MeV et l'atome de lithium 0.84 MeV.

Il s'agit maintenant d'identifier quel gaz appartient à quel détecteur afin de trouver le meilleur détecteur pour les expériences suivantes. Pour chaque détecteur, on procédera comme suit :

1. Utiliser à convenance les deux bancs de mesure ou un seul. Enclencher l'électricité des appareils.
2. Placer le détecteur au plus près de la source et enclencher les divers instruments, ainsi que le PC pour l'acquisition des spectres en début de séance.
3. Monter la chaîne de détection (identifier les différents éléments "NIM" et effectuer le branchement nécessaire) et appliquer la tension correspondant au détecteur. Régler le gain d'amplification pour avoir un signal compris entre 0 et 10 V sur l'oscilloscope. Contrôler et le cas échéant, régler le gain de la sonde (sonde X1) sur l'oscilloscope. La

majorité des pics seront compris entre 6 et 7 V. Les pics, moins fréquents, atteindront 10 V. Il est important de remarquer qu'en cas d'amplification trop importante, le spectre en énergie sera tronqué.

4. Ouvrir une session "TP" sur le PC et enregistrer le spectre au moyen du PC connecté à la chaîne de mesure. Le logiciel d'acquisition est MAESTRO. Procéder d'abord à l'initialisation du programme en établissant la connexion avec la carte. Sauvegarder les spectres dans un format convenable, par exemple ASCII.
5. Expliquer le spectre trouvé sur la base de la lecture du chapitre 14 de [2] et comprendre les effets de bord en particulier.

Atténuation du flux dans l'eau (seconde partie) : La mesure du flux en fonction de la distance se fait à l'aide du détecteur le plus adéquat, déterminé lors de l'expérience précédente. Une interpolation de ces résultats permettra de déduire une valeur expérimentale de la longueur de diffusion L. La mesure du flux se fait en enregistrant le nombre de coups détectés et le temps nécessaire pour obtenir ce nombre de coups. Le flux est proportionnel au rapport de ces deux grandeurs, la surface du détecteur étant constante durant l'ensemble des mesures. Mesurer de manière précise la distance entre le détecteur (centre du cylindre) et la source (centre de l'axe en aluminium). Gérer au mieux le temps à disposition sachant que les derniers points de mesure sont sensiblement plus longs.

1. Placer la sonde choisie le plus près possible de la source et vérifier les réglages de gain. Tracer rapidement un spectre différentiel du signal en déplaçant une fenêtre symétrique de 1 V sur la plage 0 à 10 V. La distribution de dN/dV permet de déterminer le seuil du bruit de fond. Fixer la "lower window" à la tension déterminée pour s'affranchir du bruit de fond.
2. Déterminer le nombre de coups minimal à enregistrer pour avoir une incertitude relative inférieure à 1 %, sachant que la détection des neutrons est un phénomène statistique régi par la loi de Poisson.
3. Placer le détecteur au plus loin de la source. Mesurer la distance entre le centre du détecteur et le centre de la source ; commencer l'acquisition. Durant les longues mesures, résoudre l'équation de la diffusion pour une source ponctuelle en milieu infini et homogène, selon l'annexe A.1.
4. Mesurer une quinzaine de points et reporter le flux en fonction de la distance. En fait, ce n'est pas le flux qui est mesuré, mais le nombre de coups dans le détecteur de surface constante par unité de temps. Est-ce un problème pour les mesures ?
5. Déduire expérimentalement la longueur de diffusion L pour l'installation CARROU-SEL. Calculer un L théorique à l'aide des tables de sections microscopiques fournies. Comparer et discuter les éventuelles différences. Refaire le calcul en tenant compte, cette fois, du spectre des neutrons en provenance de la source Pu-Be.

Simulation Monte Carlo (partie optionnelle bonus) : Il est possible dans cette troisième partie de simuler l'expérience qui vient d'être effectuée avec un code dit de Monte Carlo. Nous proposons d'utiliser le code MCNPX développé par Los Alamos pour déterminer par simulation la longueur de diffusion L. Le code est installé sur un ordinateur présent dans le laboratoire. La méthode de Monte Carlo consiste, premièrement, à simuler

la géométrie du problème étudié et ensuite de simuler le parcours des particules à l'intérieur de cette géométrie. Lorsqu'une particule rencontre, par trajectoire, un atome du problème simulé, une interaction a lieu. La nature de l'interaction est décidée par le tirage d'un nombre aléatoire. Ce nombre est ensuite comparé aux sections efficaces microscopiques, lues dans une librairie pour le type d'interaction (par exemple, capture, diffusion élastique, etc). Pour obtenir une valeur physique d'un paramètre, il est clairement nécessaire de répéter le processus un nombre suffisamment élevé de fois pour obtenir une bonne statistique. Il est ainsi courant de simuler le parcours de centaines de millions de particules sur une géométrie. Cette méthode a été inventé dès les années 40 mais n'était pas applicable avec la puissance de calcul disponible.

1. Le but premier est de comprendre comment entrer les données nécessaires (surfaces, volumes et composition des volumes) dans MCNPX. Pour se faire, un exemple comprenant une géométrie simple est disponible dans le répertoire contenant le code. Les instructions sont passées au code par l'intermédiaire de cartes. Finalement, il est nécessaire d'inclure en fin du jeu de données les paramètres que nous voulons étudier, comme par exemple, le flux neutronique à un certain endroit de la géométrie. Des instructions spécifiques, appelées "tallies" sont à inclure.
2. Lancer le code avec l'exemple donné et comprendre, dans l'essentiel, la géométrie et l'indexation des volumes.
3. Modifier le jeu de données pour modéliser grossièrement l'installation CARROU-SEL. On considérera une géométrie cylindrique des dimensions indiquées précédemment dans la notice, remplie d'eau et avec une source de Pu-Be en son centre. Introduire les caractéristiques de la source (spectre).
4. Calculer les valeurs nécessaires avec MCNPX pour en déduire la longueur de diffusion. En particulier, on aura besoin du flux de neutron et de taux de réactions. Comparer la valeur obtenue par la simulation avec les deux valeurs déjà obtenues (expérimentale et théorique). Que peut-on conclure ?
5. Refaire la simulation avec une source de neutrons uniquement thermiques et à nouveau calculer la longueur de diffusion.
6. Analyser et discuter les résultats obtenus.

Fin de séance :

1. Débrancher les détecteurs et enlever les câbles entre les modules NIM.
2. Prendre avec vous les données enregistrées sur les ordinateurs utilisés (spectres en particulier)

Chapitre 11

Deuxième séance : matinée du deuxième jour

Le but de cette deuxième séance est de comprendre la distinction fondamentale entre un détecteur de neutrons et un détecteur gamma : si le principe reste le même, le premier n'enregistre que l'énergie déposée dans le détecteur ; avec le second, il est possible de relier cette énergie déposée avec l'énergie incidente du photon et de faire de la spectroscopie.

Résultats escomptés : Calibration de la chaîne de détection et courbe d'efficacité du détecteur au germanium. Discuter des différences avec les mesures de la première séance (chambre à ionisation).

Calibration du détecteur : La calibration du détecteur sert à attribuer à chaque canal de mesure sa bonne valeur énergétique.

1. Mettre en place la source d'europium 152 et enclencher les appareils de mesure en particulier le système d'acquisition DSA-1000 de Canberra. Démarrer une session "TP" sur le PC et ouvrir le logiciel GENIE-2000 "Gamma acquisition and analysis". Ensuite, dans le menu "file" → Opendatasource → Select source → DET01 ou DET02 suivant la chaîne de mesure utilisée. Ceci permet de mettre en communication la chaîne de mesure avec le PC. Procéder ensuite à la mise sous tension du détecteur, en ouvrant le menu "MCA" → Adjust → Select HVPS → Status ON. Ceci montera progressivement la haute tension à la valeur pré-réglée dans le détecteur. Remarque : cette opération prend quelques secondes pendant lesquelles, il n'est pas possible de procéder à d'autres réglages.
2. Déterminer les paramètres de gain "Coarse gain", "Fine gain" et "S-fine gain" de manière à couvrir tout le spectre énergétique de l'europium 152. Il est ainsi nécessaire d'avoir un spectre de référence et d'en repérer les pics principaux.
3. Faire une brève analyse du temps mort (dead time) du détecteur, qui est une fonction, notamment, de la distance entre la source et le détecteur. Placer la source de manière à avoir un temps mort pas trop élevé, i.e. env. 1.5 %. Un temps mort trop élevé indique que le détecteur sature en raison d'une trop forte activité.
4. Acquérir un spectre détaillé de l' ^{152}Eu : il servira aussi pour la mesure de l'efficacité plus tard. Typiquement la mesure prendra 30 minutes. Ne pas régler le gain durant

l'acquisition. Noter les paramètres de gains utilisés. Comprendre les notions de "live time" et "real time" affiché par le software d'analyse GENIE-2000.

5. Chercher les lignes énergétiques les plus importantes de l' ^{152}Eu et en déterminer les énergies.
6. Calibrer la chaîne de mesure à l'aide de minimum trois lignes intenses. Ceci est réalisé au moyen du menu "Calibrate" → Energy calibration only. Vérifier la calibration avec d'autres lignes. Utiliser le menu "Show energy calibration" pour évaluer de la pertinence de cette action.

Calcul de l'efficacité du détecteur en fonction de l'énergie : L'efficacité du détecteur est définie comme le rapport pour une ligne d'énergie E du nombre de photons détectés au nombre de photons émis à cette énergie. Le numérateur est en fait l'aire sans le bruit de fond sous un pic particulier ou le nombre de coups enregistrés pour ce pic, divisé par le temps d'acquisition. Ces grandeurs sont calculées par le programme. Le dénominateur est le produit de l'activité de la source le jour de l'expérience $A(t)$ par la probabilité d'émission d'un photon à l'énergie du pic considéré $p(E)$. Ainsi,

$$\eta(E) = \frac{\frac{N(E)}{t}}{A(t)p(E)} \quad (11.1)$$

Le calcul va se faire au moyen des lignes de fortes intensité de la source d'europium 152.

1. A la fin de l'acquisition, calculer l'aire nette sous les pics à l'aide du programme. Cette grandeur fournira le numérateur de la formule de l'efficacité. Effectuer dans le menu "Analyze" → Function → Peak area with report. Ceci va générer une analyse des pics détectés. Un fichier .pdf sera disponible. Le spectre peut être enregistré en format .tka, i.e. format ASCII.
2. Calculer l'activité du jour de la source connaissant sa demi-vie ($T_{1/2} = 13.33 \pm 0.01$ ans) et son activité initiale.
3. Comprendre les schémas de désintégration des radio-isotopes présentés dans les *Tables of Isotopes* et calculer quelques probabilités d'émission $p(E)$. Comparer le résultat avec les tables obtenues par internet à l'adresse :

<http://nucleardata.nuclear.lu.se/nucleardata/toi/radSearch.asp>.

4. Faire un graphique et évaluer l'erreur en chaque point. Interpréter le résultat.
5. Discuter du comportement physique de l'efficacité aux limites $E \rightarrow 0$ et $E \rightarrow \infty$.

Finalement, à la fin de l'expérience, il est demandé de déclencher la haute tension dans le détecteur. La procédure se fait de la même manière que pour l'enclenchement.

Chapitre 12

Troisième séance : après-midi du deuxième jour

La troisième séance consiste à mesurer la distribution radiale et axiale du flux neutronique dans le réacteur nucléaire CROCUS. Ces mesures se font en déplaçant une chambre à fission miniature, appelée TRAX (*TRanslateur Axial et Radial*), entre les barreaux du combustible au moyen d'une commande informatisée utilisant Labview. Bien qu'elle ajoute quelques fissions lorsqu'elle est plongée dans le cœur en raison du dépôt fissile, cette sonde reste globalement absorbante par modification de la modération et en raison des matériaux absorbants. La distribution mesurée pourra ainsi être comparée à la distribution théorique.

Préalable requis : Avant d'entreprendre ces mesures, il est nécessaire d'avoir résolu l'équation de la diffusion pour un réacteur cylindrique. On utilisera pour cela les indications de l'annexe A.2. La compréhension du fonctionnement d'une chambre à fission est aussi importante.

Résultats escomptés : Distribution axiale et radiale du flux neutronique dans le cœur et la distance extrapolée d . Comparaison avec les distributions théoriques pour un réacteur cylindrique sans réflecteur.

Suppression du bruit de fond : La sonde placée dans le cœur mesure autant les neutrons que tout le rayonnement du cœur, si elle n'est pas réglée de manière adéquate. En fait, une telle sonde peut être employée du fait que l'amplitude des impulsions créées par les produits de fission est très nettement supérieure à celle des autres rayonnements. Par conséquent, l'ajout d'un discriminateur permet de s'affranchir des impulsions non désirées.

1. Lorsque le réacteur est critique à faible puissance, i.e. $P < 1 \text{ W}$, noter la hauteur d'eau. Cette valeur servira de référence pour l'étude de la variation de réactivité due à la présence de la sonde TRAX.
2. Démarrer une session "TP" sur le PC de commande de la sonde TRAX et utiliser le programme correspondant. S'assurer que l'alimentation des moteurs (Rack PXI) est enclenchée avant d'enclencher le PC.

3. Placer la sonde TRAX au centre du cœur ($H_{coeur} = 953.1$ mm) et régler le gain de telle sorte que tout le signal soit compris entre 0 et 10 V sur l'oscilloscope. Expliquer le signal observé sur l'oscilloscope. Lorsque le réacteur est à nouveau critique, noter la nouvelle hauteur d'eau. *Option : la mesure du niveau d'eau peut être répétée pour d'autre position de la sonde.*
4. Régler ensuite une fenêtre symétrique de 1 V et compter le nombre de coups par seconde entre 0 et 10 V en déplaçant cette fenêtre. Représenter graphiquement et trouver de là le voltage inférieur du spectre neutronique et régler le discriminateur en conséquence.

Lorsque la sonde est insérée, le réacteur est perturbé, puisque la sonde absorbe une petite fraction des neutrons. Par conséquent, à chaque déplacement, l'opérateur ajustera le niveau d'eau pour compenser la perturbation et la mesure ne sera faite qu'une fois la criticité à nouveau atteinte. De plus, le flux détecté varie avec la puissance. Le cas idéal serait que chaque mesure soit prise à la même puissance. Or, il est difficile de la maintenir constante avec les modifications de hauteur d'eau. Pour s'affranchir de ces problèmes lors des mesures, le flux de la sonde TRAX est divisé par le flux d'une sonde fixe. Les valeurs calculées sont par conséquent des valeurs relatives.

Les mouvements de la sonde se font sur autorisation de l'opérateur du réacteur.

Mesure du flux axial : première partie

1. Calculer le nombre de coups minimal pour avoir une précision inférieure à 1 %, en sachant que la distribution est de type Poisson. En principe, un temps de comptage de 30 s est suffisant pour obtenir le nombre de coups souhaités. Dans le cas contraire, augmenter le temps de comptage.
2. Faire environ 15 mesures du taux de comptage provenant de la sonde mobile et de la sonde de référence, en variant axialement la position de la sonde. Faire quelques mesures plus haut que le niveau d'eau. S'assurer du comportement "physique" des mesures obtenues.
3. Noter pour chaque point la hauteur d'eau nécessaire à la criticité. L'effet en réactivité pourra être calculé lors de la quatrième séance.
4. Reporter $\frac{\phi(z)}{\phi_{ref}(z)}$ et interpoler ce résultat par la fonction adéquate. Utiliser par exemple Matlab disponible sur un des ordinateurs en salle de commande au besoin.
5. Déduire de cette interpolation la distance extrapolée du réacteur. Les valeurs précises déterminées pour le réacteur CROCUS sont de 3.85 cm et 3.48 cm pour les distances extrapolées inférieures et supérieures respectivement. Calculer le buckling du réacteur.

Mesure du flux radial : seconde partie La procédure est ici identique à celle utilisée pour la mesure du flux axial. Avant de commencer les mesures, vérifier les réglages d'amplification et le discriminateur (SCA).

1. A l'aide d'une coupe horizontale du cœur, affichée dans la salle, déterminer les positions (r) des mesures. Le réacteur CROCUS comprend 11 assemblages d'oxyde d'uranium (UO_2) au centre, avec un pas de 18.37 mm et 3 assemblages d'uranium métallique de pas 29.17 mm à l'extérieur.

2. Placer la source au centre du coeur ($r=0$). Faire une mesure entre chaque pas du réseau des barres de combustible afin d'obtenir à chaque position les mêmes conditions de géométrie.
3. Noter également en chaque point la hauteur d'eau. Peut-on en déduire une conclusion intéressante ?
4. Faire quelques mesures dans le réflecteur afin de comprendre l'effet du réflecteur.
5. En fonction du temps à disposition, faire quelques mesures entre deux pas du réseau depuis deux positions déjà investiguées. Tracer la distribution correspondante et discuter le résultat. A quel endroit le flux de neutron est le plus important ? Pourquoi ?
6. *Facultatif avec bonus* en partant de la distribution radiale calculée pour un réacteur cylindrique en théorie de la diffusion, effectuer un fit des mesures dans la région du coeur interne seulement.

Chapitre 13

Quatrième séance : troisième jour

Le but de la quatrième séance est de comprendre le comportement cinétique du réacteur CROCUS. Pour ce faire, des mesures ainsi qu'une simulation de l'évolution de la puissance de réacteur seront effectuées.

Premièrement, le temps d'attente nécessaire pour que les solutions transitoires des équations de la cinétique soient négligeables va être calculé. Ensuite, il s'agira de mesurer les périodes stables du réacteur pour diverses hauteurs d'eau et d'étalonner en réactivité le réacteur via l'équation de Nordheim. En d'autres termes, il s'agit de voir comment varie la réactivité ρ en fonction d'une variation ΔH de hauteur d'eau en mesurant la pente de l'évolution temporelle de la population de neutrons.

Préalable requis : Avoir compris les bases du fonctionnement d'un réacteur en général et la théorie cinétique ponctuelle en particulier.

Résultats escomptés : Réactivité en fonction du niveau d'eau et temps d'attente pour s'affranchir des solutions transitoires en fonction d'un ϵ donné.

Calculs cinétiques (matin) : Ces calculs ont pour but de calculer le temps nécessaire pour être sûr que les solutions transitoires – les solutions ayant des périodes ω négatives – sont négligeables par rapport à la solution stable croissante – la seule solution ayant une période stable positive. Il y a deux façons de procéder : les étudiants connaissant Maple, Mathematica, Matlab ou autre peuvent résoudre le problème dans son ensemble (Matlab n'est pas très pratique pour la résolution de polynômes) ; les autres utiliseront les tableaux des solutions de l'équation de Nordheim fournis et programmeront le reste du problème dans un langage de leur choix.

1. Calculer en première approximation la réactivité en fonction de l'inverse de la hauteur d'eau au carré, sachant que la dépendance est linéaire (cette hypothèse sera démontrée théoriquement et par l'expérience), que la réactivité pour une hauteur d'eau de 1000 mm est de 200 pcm et que l'état critique correspond à 953.1 mm d'eau.
2. Calculer pour différentes hauteurs d'eau les ω_i , solutions de l'équation de Nordheim (8.12), avec les β_i , λ_i et Λ donnés dans le tableau 13.1. Repérer l'unique solution positive ω_+ .

TABLE 13.1 – Paramètres cinétiques du réacteur Crocus

Type de précurseur	Probabilité d'émission	β_i	λ_i [1/s]
<i>Neutrons retardés provenant de la fission de l'uranium 235</i>			
1	0.0350076	$2.36102 \cdot 10^{-4}$	$1.3336 \cdot 10^{-2}$
2	0.1806982	$1.21868 \cdot 10^{-3}$	$3.2739 \cdot 10^{-2}$
3	0.1725102	$1.16346 \cdot 10^{-3}$	$1.2078 \cdot 10^{-1}$
4	0.3867823	$2.60858 \cdot 10^{-3}$	$3.0278 \cdot 10^{-1}$
5	0.1585751	$1.06948 \cdot 10^{-3}$	$8.4949 \cdot 10^{-1}$
6	0.0664266	$4.48001 \cdot 10^{-4}$	$2.8530 \cdot 10^{-0}$
<i>Neutrons retardés provenant de la fission de l'uranium 238</i>			
7	0.0130000	$1.38702 \cdot 10^{-5}$	$1.3230 \cdot 10^{-2}$
8	0.1370000	$1.46170 \cdot 10^{-4}$	$3.2120 \cdot 10^{-2}$
9	0.1620000	$1.72844 \cdot 10^{-4}$	$1.3900 \cdot 10^{-1}$
10	0.3880000	$4.13972 \cdot 10^{-4}$	$3.5900 \cdot 10^{-1}$
11	0.2250000	$2.40061 \cdot 10^{-4}$	$1.4100 \cdot 10^{-0}$
12	0.0750000	$8.00203 \cdot 10^{-5}$	$4.0300 \cdot 10^{-0}$
Temps de génération Λ [s]	$5.06413 \cdot 10^{-5}$		

3. Calculer les coefficients B_i de l'équation (8.11) sachant qu'ils s'expriment sous la forme :

$$B_i = \frac{\Lambda + \sum_{j=1}^{12} \frac{\beta_j}{\omega_i + \lambda j}}{\Lambda + \sum_{j=1}^{12} \frac{\beta_j \lambda j}{(\omega_i + \lambda j)^2}} \quad (13.1)$$

4. Représenter graphiquement l'évolution temporelle de la population en toute généralité (8.11) et en ne considérant que la racine positive ω_+ :

$$\frac{N(t)}{N_0} = B_+ \exp(\omega_+ t) \quad (13.2)$$

5. Calculer le temps tel que le rapport entre la solution détaillée (8.11) et simplifiée (13.2) soit inférieur à un pourcent et un pour mille. Représenter graphiquement la réactivité en fonction de ce temps.

Mesures de la période stable du réacteur (après-midi) : Pour effectuer l'étalonnage en réactivité du réacteur, l'opérateur du réacteur augmente brusquement la hauteur d'eau ; après la période transitoire, la population neutronique évolue de manière régulière. La population neutronique dans le coeur du réacteur est difficilement mesurable. Cependant, le flux en un certain endroit évolue de la même façon que la population ; c'est cette dernière grandeur qui sera mesurée, à l'aide d'une chambre à fission. Le fonctionnement de cette chambre est semblable à celui d'une chambre d'ionisation : le nombre de neutrons

thermiques est estimé en comptant les impulsions dans le gaz causées par le passage des produits de fission provenant de la fine couche d'uranium 235 entourant le détecteur.

1. Quel sera le signe de la réactivité ρ après l'augmentation de la hauteur d'eau ?
2. Comment évolue la population neutronique ou le flux dans ces conditions ?
3. Préparer un tableau pour relever le temps des différents taux de comptage donnés ci-après (tableau 13.2). Les mesures seront effectuées entre 960 mm et 1000 mm d'eau par pas de 5 mm.
4. L'opérateur stabilise le réacteur à très basse puissance (environ 50 mW). La hauteur d'eau pour l'état critique est d'environ 953.1 mm. Passer brusquement à 960 mm et mesurer le temps nécessaire pour avoir les taux de comptage indiqués dans le tableau 13.2. Enclencher le chronomètre au moment où le taux de comptage atteint 300 cps ; ceci permet de s'affranchir du léger transitoire provoqué par le changement de conditions. Ne pas oublier de changer l'échelle du détecteur pour la mesure du taux de comptage !

TABLE 13.2 – Taux de comptage à prendre en compte pour la mesure

Gamme de mesure	Taux de comptage (cps)
1 k	400 500 600 700 800
3 k	1000 1500 2000 2500
10 k	3000 4000 5000 6000 7000 8000
30 k	10000 15000 20000 25000
100 k	30000 40000 50000 60000 70000 80000

5. Effectuer plusieurs mesures de ce type jusqu'à 1000 mm d'eau en rabaissez le niveau de puissance à son niveau initial, par exemple avec les barres de contrôle.
6. Calculer pour chaque variation de hauteur d'eau la période stable du réacteur et la réactivité correspondante, via l'équation de Nordheim et les paramètres cinétiques du réacteur CROCUS donnés dans le tableau 13.1. Tenir compte des temps calculés pour s'affranchir des transitoires au moment de la détermination de la période stable.
7. Représenter la réactivité en fonction de la hauteur d'eau et de l'inverse du carré de la hauteur d'eau. Comparer le résultat à celui supposé pour la première partie.
8. Montrer que la réactivité est une fonction linéaire de l'inverse du carré de la hauteur d'eau. Utiliser pour celà le résultat de la résolution de l'équation de la diffusion pour un réacteur cylindrique nu et homogène.
9. Discuter la justesse des mesures expérimentales connaissant les temps calculés dans la première partie.
10. NB. Il est également possible d'utiliser le système d'acquisition DSA-1000 utilisé cette fois-ci en mode MCS (Multi-Channel Scaling) pour enregistrer l'évolution temporel de la population neutronique.

Annexe A

Résolution de l'équation de la diffusion

A.1 Résolution pour une source ponctuelle en milieu infini et homogène

Soit à résoudre l'équation

$$D \Delta \Phi - \Sigma_a \Phi + Q = 0 \quad (\text{A.1})$$

Comme la source est supposée ponctuelle, Q est nulle partout, sauf à l'origine où elle vaut Q neutrons par seconde.

1. Introduire l'aire de diffusion $L^2 = D/\Sigma_a$.
2. Transformer le laplacien en coordonnées sphériques.

Rappel : le laplacien en coordonnées sphériques s'écrit

$$\Delta = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \quad (\text{A.2})$$

3. Introduire la fonction $X(r) = r\Phi(r)$ et résoudre. Supprimer la condition non physique.
4. Condition de bord en $r = 0$: considérer le courant net $J(r)$ de neutrons à travers une sphère de rayon infinitésimal r autour de Q . Relier ce courant au flux via la loi de Fick. Montrer finalement que le flux s'écrit dans ce cas

$$\Phi(r) = \frac{Q}{4\pi D} \frac{e^{-\frac{r}{L}}}{r} \quad (\text{A.3})$$

A.2 Résolution pour un réacteur cylindrique

Soit un réacteur cylindrique de rayon R et de hauteur H . Rappelons que l'équation à résoudre est :

$$\Delta \Phi + B^2 \Phi = 0 \quad (\text{A.4})$$

1. Montrer que l'hypothèse de criticité du réacteur implique que $B^2 > 0$.

2. Transformer le laplacien en coordonnées cylindriques en tenant compte de la symétrie azimutale du réacteur.

Rappel : le laplacien en coordonnées cylindriques s'écrit

$$\Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (\text{A.5})$$

3. Supposer la séparation des variables et poser

$$\Phi(r, z) = \psi(r) \theta(z) \quad (\text{A.6})$$

$$B^2 = \alpha^2 + \beta^2 \quad (\text{A.7})$$

4. Imposer les conditions de bord que le flux ne s'annule pas directement au bord, mais sur une surface extrapolée à une distance d du bord du réacteur. Ainsi, en supposant un réacteur de rayon R et de hauteur H ,

$$\Phi\left(r, \frac{H}{2} + d\right) = 0 \quad (\text{A.8})$$

$$\Phi(R + d, z) = 0 \quad (\text{A.9})$$

On montre que $d = 0.71 \lambda_t$ où $\lambda_t = \frac{1}{\Sigma_t}$ est le libre parcours moyen des neutrons dans le réacteur.

5. Commencer par la dépendance en z et chercher la solution physique possible.
 6. Continuer par la dépendance en r et montrer, en faisant le changement de variable $u = \alpha r$, que

$$u^2 \frac{d^2 \psi}{du^2} + u \frac{d\psi}{du} + u^2 \psi = 0 \quad (\text{A.10})$$

Il s'agit d'une équation de Bessel d'ordre 0.

7. Chercher la solution physique possible.
 8. Etudier le cas où l'équation A.7 est remplacée par l'expression

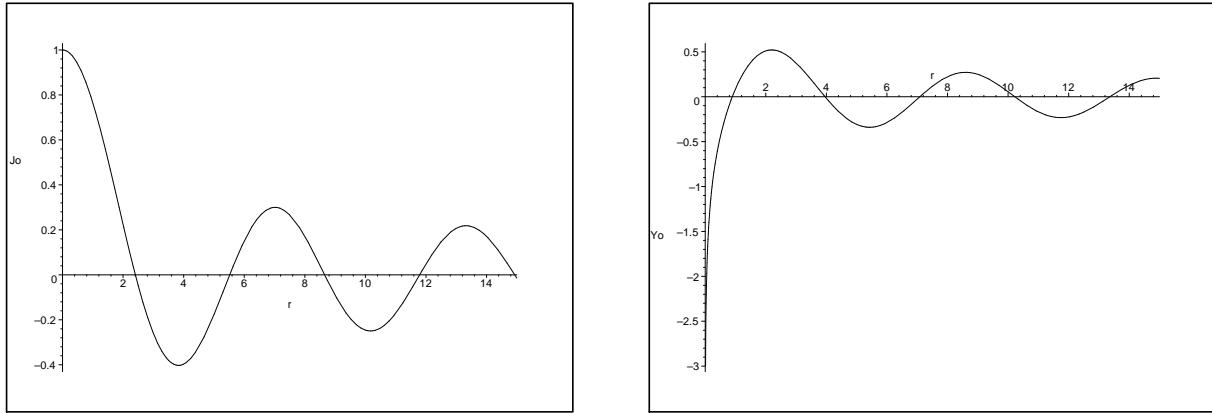
$$B^2 = -\alpha^2 - \beta^2 \quad (\text{A.11})$$

Note sur les équations de Bessel Une équation de Bessel a la forme générale suivante :

$$r^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + r \frac{\partial \psi}{\partial r} + (r^2 - \nu^2) \psi = 0 \quad (\text{A.12})$$

La solution d'une équation de Bessel est une superposition linéaire des deux fonctions de Bessel notées habituellement $J_\nu(r)$ et $Y_\nu(r)$, ν étant l'ordre de l'équation de Bessel :

$$\Psi_\nu(r) = \sum_m (C_m J_\nu(r) + D_m Y_\nu(r))$$


 FIGURE A.1 – Fonctions de Bessel $J_0(r)$ et $Y_0(r)$.

où $J_\nu(r)$ et $Y_\nu(r)$ sont les séries de Bessel données par les expressions suivantes.

$$\begin{aligned} J_\nu(r) &= \left(\frac{1}{2} r\right)^\nu \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(-\frac{1}{4} r^2\right)^k}{k! \Gamma(\nu + k + 1)} \\ Y_\nu(r) &= -\frac{\left(\frac{1}{2} r\right)^{-\nu}}{\pi} \sum_{k=0}^{\nu-1} \frac{(\nu - k - 1)!}{k!} \left(\frac{1}{4} r^2\right)^k + \\ &\quad + \frac{2}{\pi} \ln\left(\frac{1}{2} r\right) J_\nu(r) - \\ &\quad - \frac{\left(\frac{1}{2} r\right)^\nu}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \{\psi(k+1) + \psi(\nu+k+1)\} \frac{\left(-\frac{1}{4} r^2\right)^k}{k! (\nu+k)!} \end{aligned}$$

Dans ces expressions nous avons noté Γ la fonction Gamma d'Euler et ψ la fonction psi (digamma), définies respectivement par

$$\begin{aligned} \Gamma(r) &= \int_0^\infty t^{r-1} e^{-t} dt \quad \text{où } \Re(r) > 0 \\ \psi(r) &= \frac{d[\ln \Gamma(r)]}{dr} \end{aligned}$$

Une représentation graphique des fonctions de Bessel d'ordre 0 est donnée dans la figure A.1.

Dans le cas où l'équation de Bessel est de la forme

$$r^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + r \frac{\partial \psi}{\partial r} - (r^2 + \nu^2) \psi = 0 \quad (\text{A.13})$$

les solutions sont appelées *fonctions de Bessel modifiées*; elles sont notées $I_\nu(r)$ et $K_\nu(r)$. Ces dernières fonctions, peu différentes de $J_\nu(r)$ et $Y_\nu(r)$ sont données par les expressions suivantes :

$$I_\nu(r) = \left(\frac{1}{2} r\right)^\nu \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{4} r^2\right)^k}{k! \Gamma(\nu + k + 1)}$$

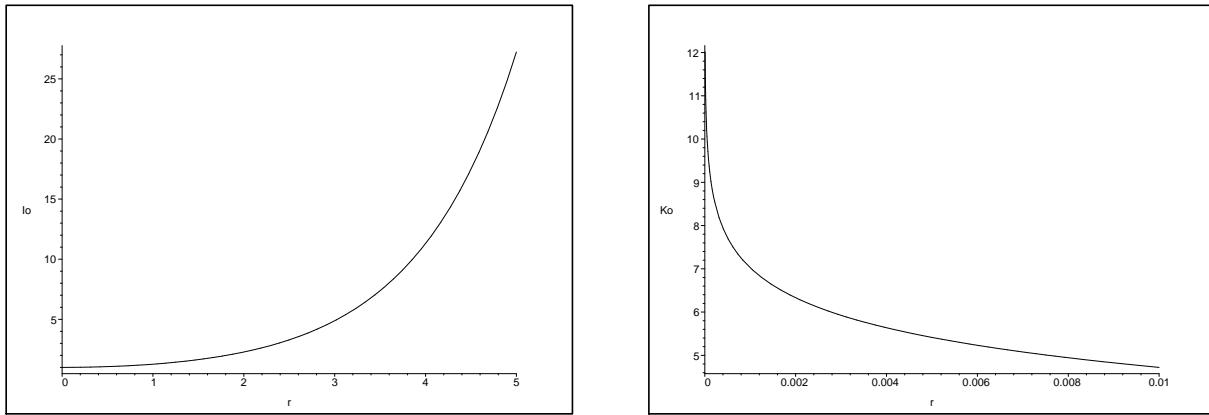


FIGURE A.2 – Fonctions de Bessel $I_0(r)$ et $K_0(r)$.

$$\begin{aligned} K_\nu(r) = & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} r \right)^{-\nu} \sum_{k=0}^{\nu-1} \frac{(\nu - k - 1)!}{k!} \left(-\frac{1}{4} r^2 \right)^k + \\ & + (-1)^{\nu+1} \ln \left(\frac{1}{2} r \right) I_\nu(r) + \\ & + (-1)^\nu \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} r \right)^\nu \sum_{k=0}^{\infty} \{ \psi(k+1) + \psi(\nu+k+1) \} \frac{\left(\frac{1}{4} r^2 \right)^k}{k! (\nu+k)!} \end{aligned}$$

Une représentation graphique des fonctions de Bessel modifiées d'ordre 0 est donnée dans la figure A.2.

Tout comme $Y_\nu(r)$, la fonction $K_0(r)$ diverge à l'origine. En revanche, la divergence pour $I_\nu(r)$ est pour les r tendant à l'infini.

Annexe B

Règles élémentaires du calcul d'erreur

Soit x le résultat d'une mesure quelconque. Dans la théorie du calcul d'erreur, on distingue l'*erreur absolue*, notée habituellement Δx et ayant les mêmes unités que x de l'*erreur relative*, notée $\frac{\Delta x}{x}$ et exprimée en %.

Par exemple, on dit que la longueur d'une barre est

- $L = 32.5 \pm 0.4 \text{ cm}$
- ou $L = 32.5 \text{ cm} \pm 1\%$

B.1 L'erreur composée

Dans bien des cas, nous sommes appelés à calculer l'incertitude sur une fonction comprenant plusieurs grandeurs dont on connaît la valeur et l'erreur, soit par une seule mesure, soit par estimation, soit parce qu'elle est donnée par le fabricant. Dans ce cas, le calcul d'erreur sur la fonction composée se calcule comme suit. Soit une fonction G dépendant de plusieurs variables (x_1, \dots, x_n) ; l'*erreur composée* ΔG se calcule en prenant la série de Taylor du premier ordre de la fonction G :

$$\begin{aligned}\Delta G &= \frac{\partial G}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial G}{\partial x_n} \Delta x_n \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial G}{\partial x_i} \Delta x_i\end{aligned}$$

Comme il faut toujours connaître l'erreur maximale entachant un résultat, il convient de prendre les valeurs absolues de chacun des termes du développement. Ainsi, la formule pour l'erreur composée devient

$$\Delta G = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial G}{\partial x_i} \right| \Delta x_i \tag{B.1}$$

Cette formule permet de calculer les expressions simples de calcul d'erreur pour la somme, la différence, le produit et le rapport de grandeurs. Voici des exemples pour une fonction G à deux variables x et y .

$$\begin{aligned} G = x + y & \quad \Delta G = \Delta x + \Delta y \\ G = x - y & \quad \Delta G = \Delta x + \Delta y \\ G = x \cdot y & \quad \frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y} \\ G = \frac{x}{y} & \quad \frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y} \end{aligned}$$

Prenons pour illustration le calcul de l'activité d'une source. Elle est définie comme

$$A = A_0 \exp[-\lambda(t - t_0)] = A_0 \exp\left[-\frac{\ln 2(t - t_0)}{T_{1/2}}\right]$$

Le calcul de l'erreur sur cette activité dépend des incertitudes sur l'activité initiale de la source A_0 fournie par le fabricant, sur la demi-vie du radio-isotope $T_{1/2}$ déduite de la valeur des tables et sur le temps séparant les deux mesures $\tau = t - t_0$ estimée au jugé. Ainsi, $A = A(A_0, T_{1/2}, \tau)$. En application de la formule B.1, nous avons

$$\Delta A = \frac{\partial A}{\partial A_0} \Delta A_0 + \frac{\partial A}{\partial T_{1/2}} \Delta T_{1/2} + \frac{\partial A}{\partial \tau} \Delta \tau$$

En effectuant le calcul, nous avons que l'erreur relative sur l'activité est

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta A_0}{A_0} + \left(\frac{\ln 2 \tau}{T_{1/2}} \right) \left(\frac{\Delta T_{1/2}}{T_{1/2}} + \frac{\Delta \tau}{\tau} \right)$$

B.2 Loi de propagation des erreurs

Considérons le cas d'une fonction comportant plusieurs variables, elles-mêmes calculées par un ensemble de mesures. Par exemple, le nombre de coups comptés par un détecteur en un certain temps. Ainsi, nous aurons pour chacune de ces variables une moyenne et un écart type. Dans ce cas, l'erreur sur la fonction doit tenir compte de ces écarts types : on dit que l'erreur doit être *propagée*. Cette erreur propagée se calcule comme suit : reprenons notre fonction G . Chaque variable a une erreur ou un écart type (écart maximal à la moyenne) noté σ_i . Connaissant ces écart types, la variance, ou le carré de l'écart type, sur la fonction G , σ_G^2 se calcule par une formule approximative basée sur un développement de Taylor.

$$\begin{aligned} \sigma_G^2 &= \left(\frac{\partial G}{\partial x_1} \right)^2 \sigma_1^2 + \dots + \left(\frac{\partial G}{\partial x_n} \right)^2 \sigma_n^2 + 2 \operatorname{cov}(x_1, x_2) \frac{\partial G}{\partial x_1} \frac{\partial G}{\partial x_2} + \dots + \\ &\quad 2 \operatorname{cov}(x_1, x_n) \frac{\partial G}{\partial x_1} \frac{\partial G}{\partial x_n} + \dots + 2 \operatorname{cov}(x_{n-1}, x_n) \frac{\partial G}{\partial x_{n-1}} \frac{\partial G}{\partial x_n} \\ &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial G}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_i^2 + \sum_{i \neq j} \operatorname{cov}(x_i, x_j) \frac{\partial G}{\partial x_i} \frac{\partial G}{\partial x_j} \end{aligned} \tag{B.2}$$

Les facteurs de covariance $\operatorname{cov}(\cdot, \cdot)$ sont liés à la corrélation de chaque paire de variable. Il y a donc autant de covariances que de paires de variables. Rappelons pour mémoire que la covariance de deux variables aléatoires se calcule en connaissant les espérances E des deux variables aléatoires et de leur produit :

$$\text{cov}(x, y) = E(xy) - E(x)E(y)$$

Cependant, si chaque variable est le résultat d'une mesure indépendante, ce qui est le plus souvent le cas en physique, les variables ne sont pas corrélées et les covariances sont nulles.

Bibliographie

- [1] J. Ligou, *Introduction au génie nucléaire*, Presses Polytechniques Universitaires Romandes, 1997.
- [2] G. F. Knoll, *Radiation detection and measurement*, John Wiley and Sons, 1979.
- [3] *Ordonnance sur la Radioprotection (ORaP)*, 1994.
- [4] *Cours de formation pour experts en radioprotection*, Institut de Radiophysique Appliquée, Lausanne, 2001.
- [5] *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables*, edited by M. Abramowitz and I. A. Stegun, Dover Publications, Inc, New York 1972.
- [6] <http://wikipedia.org>