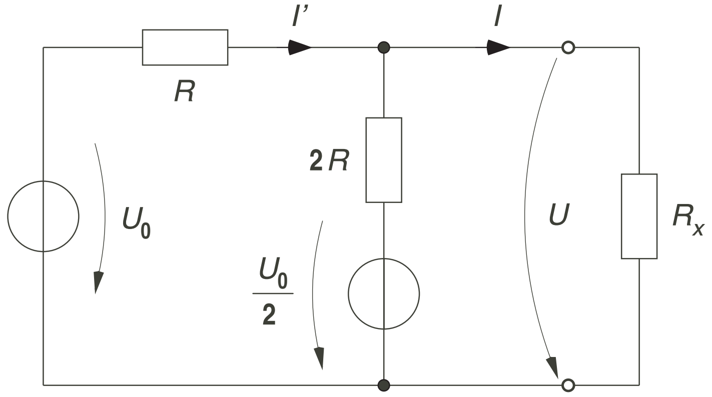
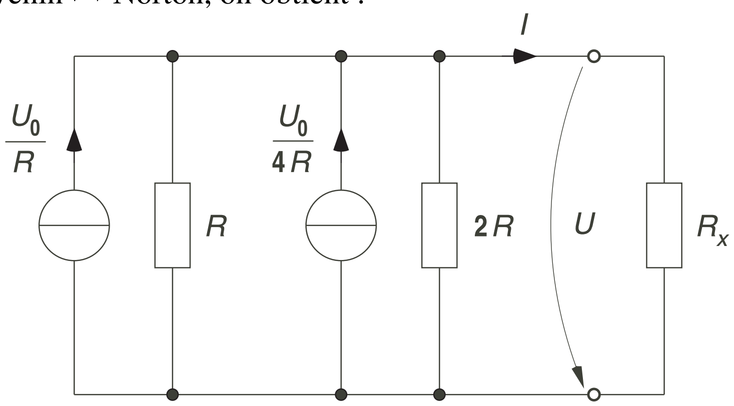
# Théorèmes de Thévenin et de Norton – Corrigé Exercice 4

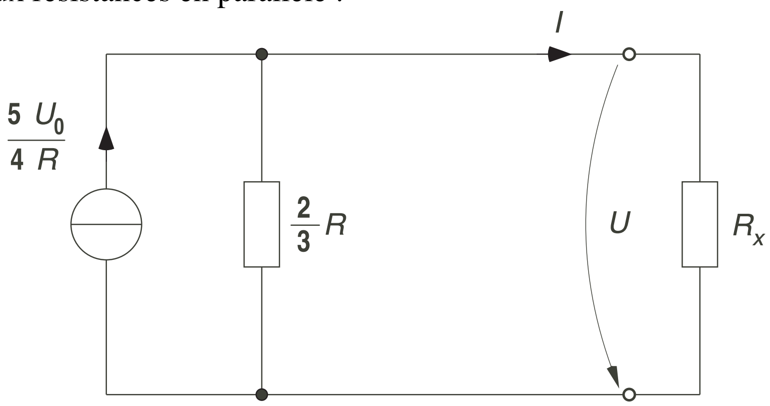
Le circuit donné était le suivant :



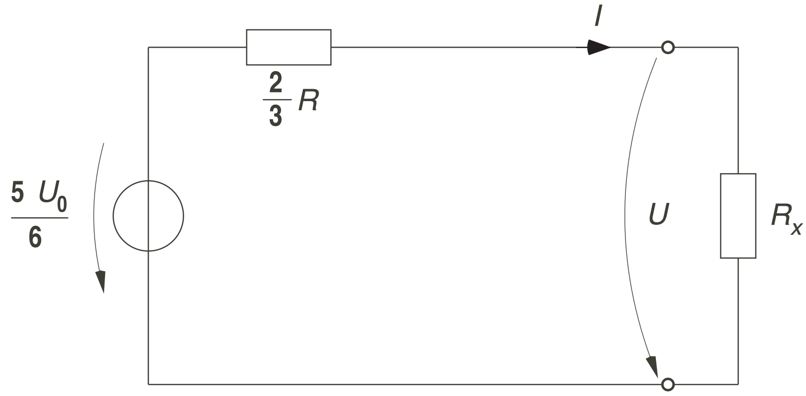

On peut remplacer les sources de tension réelles par des sources de courant réelles. Selon l'équivalence Thévenin $\mapsto$ Norton, on obtient :




Deux sources de courant en parallèle s'additionnent (en respectant leur sens). On simplifie également les deux résistances en parallèle :



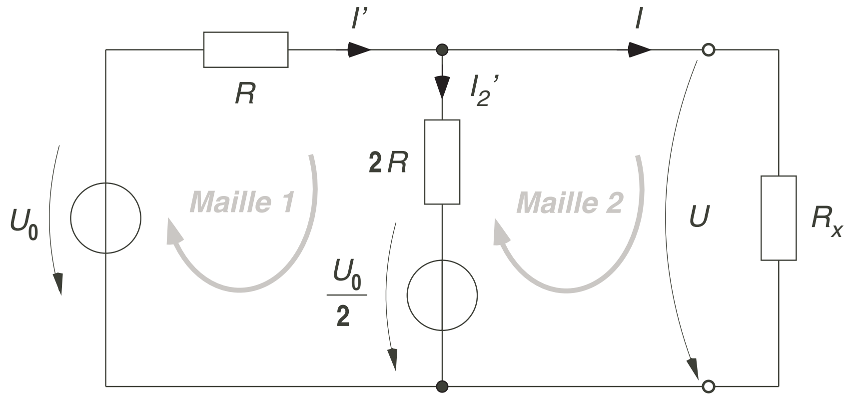
En appliquant la transformation Norton $\mapsto$ Thévenin, on obtient :




A ce niveau de simplification, on trouve finalement :

$$I = \frac{\frac{5\,U_0}{6}}{R_x + \frac{2}{3}R} \qquad \text{et :} \qquad U = R_x \cdot I = R_x \cdot \frac{\frac{5\,U_0}{6}}{R_x + \frac{2}{3}R}$$

Lors des étapes de simplification successives précédentes, le courant *I'* a été englobé dans le résultat final et n'est plus accessible. Il faut donc retourner au schéma initial pour le calculer.




On applique la loi de Kirchhoff à la maille 1 :

$$-U_0 + RI' + 2RI_2' + \frac{U_0}{2} = 0 \qquad \text{donc :} \qquad \frac{U_0}{2} = RI' + 2RI_2'$$

On applique la loi de Kirchhoff au nœud du circuit :

$$I' = I_2' + I$$

Il en découle que :

$$\frac{U_0}{2} = RI' + 2R\left(I' - I\right) = RI' + 2RI' - 2RI$$

Et finalement : $\dfrac{U_0}{2} = 3RI' - 2RI$ ................................................................ Eq. (1)

On applique la loi de Kirchhoff à la maille 2 :

$$-\frac{U_0}{2} - 2RI_2' + R_x I = 0 \qquad \text{donc :} \qquad \frac{U_0}{2} = R_x I - 2RI_2'$$

On applique la loi de Kirchhoff au nœud du circuit :

$$I' = I_2' + I$$

Il en découle que :

$$\frac{U_0}{2} = R_x I - 2R\left(I' - I\right) = R_x I - 2RI' + 2RI$$

Finalement : $$\frac{U_0}{2} = \left(R_x + 2R\right)I - 2RI' \quad \text{.......... Eq. (2)}$$

De l'équation (1), on extrait l'expression de *I'* :

$$\frac{U_0}{2} = 3RI' - 2RI \qquad \mapsto \qquad I' = \frac{\frac{U_0}{2} + 2RI}{3R} \quad \text{.......... Eq. (3)}$$

A partir des équations (2) et (3), on recherche l'expression de *I* :

$$\frac{U_0}{2} = \left(R_x + 2R\right)I - 2RI' \qquad \mapsto \qquad \frac{U_0}{2} = \left(R_x + 2R\right)I - 2R \cdot \frac{\frac{U_0}{2} + 2RI}{3R} \qquad \mapsto$$

$$\frac{U_0}{2} = \left(R_x + 2R\right)I - \frac{U_0 + 4RI}{3} \qquad \mapsto \qquad \frac{U_0}{2} = \left(R_x + 2R - \frac{4}{3}R\right)I - \frac{U_0}{3}$$

Finalement, il vient :

$$\frac{5\ U_0}{6} = \left(R_x + \frac{2}{3}R\right)I \qquad \mapsto \qquad I = \frac{\frac{5\ U_0}{6}}{R_x + \frac{2}{3}R} \quad \text{.......... Eq. (4)}$$

Pour la tension *U*, on a l'expression suivante :

$$U = R_x \cdot I \quad \text{.......... Eq. (5)}$$

En introduisant l'équation (4) dans l'équation (3), l'expression finale de *I'* devient :

$$I' = \frac{\frac{U_0}{2} + 2RI}{3R} = \frac{\frac{U_0}{2} + 2R\left(\frac{\frac{5\ U_0}{6}}{R_x + \frac{2}{3}R}\right)}{3R} = \frac{U_0}{6R} + \frac{5\ U_0}{9\left(R_x + \frac{2}{3}R\right)} \quad \text{.......... Eq. (6)}$$

Les expressions de $I$, $U$ et $I'$ pour les trois valeurs de la résistance de charge $R_x = 0$, $R$ ou $\infty$ sont données par :

1. Pour $R_X = 0$

$$I = \frac{5\ U_0}{4\ R} \qquad U = 0 \qquad I' = \frac{U_0}{R}$$

2. Pour $R_X = R$

$$I = \frac{U_0}{2\ R} \qquad U = \frac{U_0}{2} \qquad I' = \frac{U_0}{2\ R}$$

3. Pour $R_X = \infty$

$$I = 0 \qquad U = \frac{5\ U_0}{6} \qquad I' = \frac{U_0}{6\ R}$$

Notons finalement que pour le cas $R_x = \infty$, l'expression de la tension $U$ n'est pas définie car elle vaut : $U = R \cdot I = \infty \cdot 0$. Il faut considérer la maille 1 seule, la maille 2 disparaissant. L'expression de $U$ devient :

$$U = 2RI_2' + \frac{U_0}{2} \qquad \text{mais : } \quad I_2' = I' \qquad \text{car : } \quad I = 0\,.$$

Donc :

$$U = 2R\left(\frac{U_0}{6\ R} + 0\right) + \frac{U_0}{2} = \frac{5\ U_0}{6}$$

•