Systèmes dynamiques —— Contrôle continu, Mai 2011

Nom:

Prénom:

Ex.	1	2	3	4	Total

Exercice 1 (Modélisation, fonction de transfert) (**1 point**)

Soit le modèle d'état:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

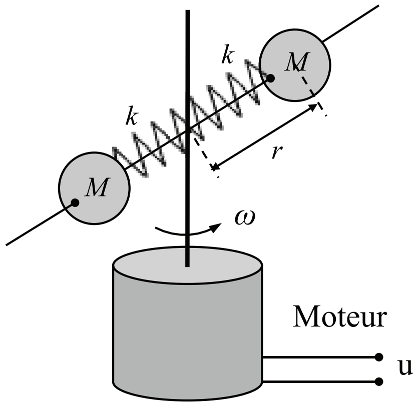
a. Proposer un circuit RLC en série qui réalise ces équations d'état sachant que les variables d'état correspondent à des grandeurs physiques du circuit RLC. Justifier votre choix.

b. Identifier les valeurs numériques des paramètres du système proposé.

c. Calculer la fonction de transfert du système $\dfrac{Y(s)}{U(s)}$.

Exercice 2 (Modèle d'état, linéarisation) (**2 points**)

Le dispositif mécanique de stabilisation de la vitesse d'un entraînement est représenté ci-dessous:



Lorsque la vitesse du moteur augmente, les deux sphères s'écartent de l'axe de rotation sous l'effet de la force centrifuge. L'augmentation de l'inertie qui en résulte s'oppose à la cause du mouvement.

Soit $r_0 = 0.02[m]$ la position radiale du centre des sphères à l'arrêt et r cette même position lorsque le système est en rotation. Le déplacement sans frottement des sphères sur leur support est régi par l'équation:

$$M\ddot{r}(t) = M\omega^2(t)r(t) - k[r(t) - r_0] \text{ , où } k = 12.5[N/m]$$

L'inertie de chacune des sphères de masse $M = 0.1[kg]$ et de rayon $c = 0.01[m]$ par rapport à l'axe de rotation du moteur est donnée par:

$$I(r) = \frac{2}{5}Mc^2 + Mr^2(t)$$

Le mouvement de ce système peut être grossièrement décrit par la relation:

$$2I(r)\dot{\omega}(t) = -a\omega(t) + bu(t) \text{ , où } a = 2 \text{ et } b = 1$$

L'entrée de ce système est la tension d'alimentation $u(t)$ et sa sortie la vitesse angulaire du moteur $\omega(t)$.

a. Décrire la dynamique de ce système par un modèle d'état.

b. Déterminer la tension $\overline{u}$ à appliquer pour maintenir la vitesse à $10[rad/sec]$. Calculer l'état du système au point de fonctionnement spécifié par $\overline{u}$.

c. Linéariser le modèle d'état autour du point de fonctionnement obtenu au point b.

Exercice 3 (Stabilité, conditions initiales) (**1 point**)

Soit le système dynamique décrit par l'équation différentielle suivante:

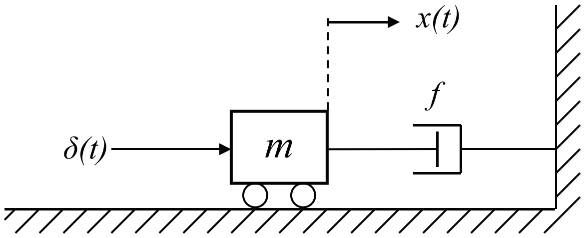
$$\ddot{y}(t) - \dot{y}(t) = u(t)$$

a. Le système est-il stable*? Justifier.

b. Soit $u(t) = e^{-2t}$ pour $t \geq 0$ et $y(0) = 0$. Montrer que la sortie $y(t)$ diverge sauf si $\dot{y}(0)$ est bien choisi. Calculer cette valeur de $\dot{y}(0)$.

** système dont tous les pôles ont une partie réelle négative*

Exercice 4 (Réponse impulsionnelle) (**1 point**)



La masse m de la figure ci-dessus, initialement au repos, est mise en mouvement par une force impulsionnelle $\delta(t)$.

a. Calculer la réponse $x(t)$.

b. Déterminer la vitesse initiale de la masse m à l'aide du théorème de la valeur initiale.