Systèmes dynamiques —— Contrôle continu, Mai 2009

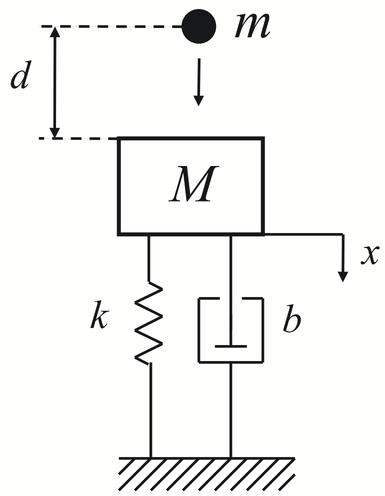
Nom:

Prénom:

Ex.	1	2	3	4	Total
1					

Exercice 1 (Modélisation, 1 point)

Soit le système dynamique représenté ci-dessous où $M = 1$ kg, $m = 0.1$ kg, $b = 4$ Ns/m, $k = 125$ N/m et $d = 1$ m.



Il s'agit d'une balle en acier m, lâchée d'une hauteur d, qui tombe sur le centre d'une masse M. La balle est ensuite rattrapée après le premier rebondissement qui est supposé élastique. Le système est initialement ou repos $x(0) = 0$ et $\dot{x}(0) = 0$.

Puisque $M \gg m$, la quantité de mouvement que la grande masse M acquiert juste après le choc élastique est $p(0) = 2mv$ avec $v = \sqrt{2gd}$ la vitesse de la balle juste avant le choc.

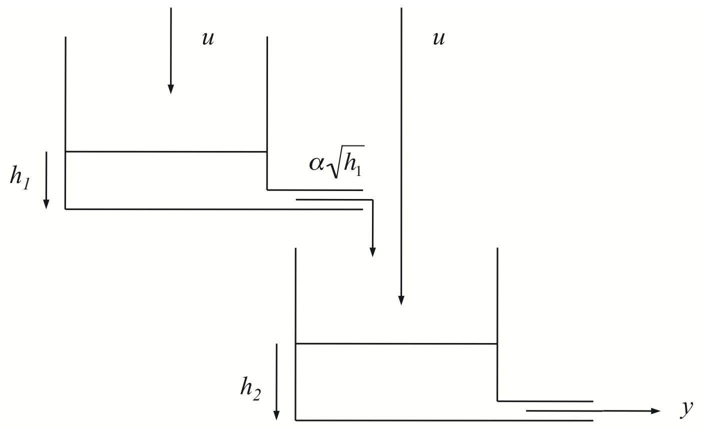
a. Montrer que la force exercée par le choc sur la masse M est $2mv\delta(t)$.

b. Ecrire l'équation dynamique du système.

c. Calculer le mouvement $x(t)$ de la masse M après sa collision avec la balle.

Exercice 2 (Modélisation, linéarisation, 1 point)

Soit le système de deux réservoirs identiques présenté ci-dessous:



· Le débit massique d'entrée u est le même pour les deux réservoirs.
· Le débit massique de sortie y est égal à $\alpha\sqrt{h}$.

a. Ecrire les équations dynamiques du système.

b. Calculer le point de fonctionnement stationnaire $(\bar{h}_1, \bar{h}_2)$ en fonction du débit d'entrée constant $\bar{u}$.

c. Proposer un modèle d'état linéaire autour de ce point de fonctionnement.

Exercice 3 (Fonction de transfert, valeur initiale, 2 points)

Soit le moteur à courant continu dont la dynamique est décrite par les équations différentielles:

$$u(t) = k\omega(t) + Ri(t) + L\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}i(t)$$

$$J\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\omega(t) = ki(t) - f\omega(t)$$

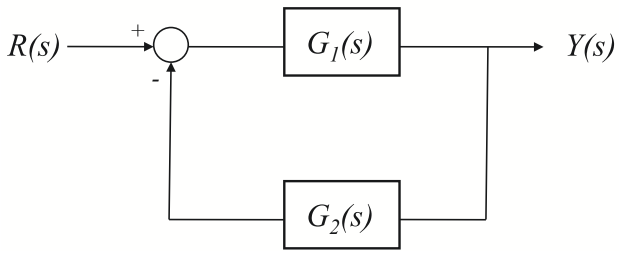
L'entrée du système est la tension d'alimentation $u(t)$.
Les grandeurs $i(t)$ et $\omega(t)$ sont respectivement le courant d'induit et la vitesse angulaire.
J, R, L, k et f sont des paramètres physiques.

a. Déterminer la tension d'alimentation à imposer pour maintenir une vitesse angulaire constante $\bar{\omega}$, ainsi que le courant correspondant dans l'induit du moteur.

b. Déterminer la fonction de transfert qui régit la dynamique de ce système autour de son point de fonctionnement nominal, la grandeur mesurée étant la vitesse angulaire $\omega(t)$.

c. Le moteur fonctionnant à vitesse nominale $\bar{\omega}$ est brusquement court-circuité en $t = 0$, c'est-à-dire que $u(t) = 0$ pour $t \geq 0$.
Quelle est la valeur de l'accélération angulaire $\dot{\omega}(t)$ à l'instant initial $t = 0$?

Exercice 4 (Systèmes connectés, 1 point)



Le système de commande représenté sur la figure ci-dessus est constitué d'un système $G_1(s)$ décrit par le modèle d'état suivant:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -8 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

et d'un système $G_2(s) = K$ avec $K > 0$.

a. Déterminer la fonction de transfert $G_1(s)$, ses pôles et ses zéros.

b. Déterminer la fonction de transfert du système complet $Y(s)/R(s)$ en fonction de $G_1(s)$ et $G_2(s)$.

c. Est-ce que le système complet est stable* ? Evaluer la valeur finale de la réponse indicielle du système en fonction de K.

** système dont tous les pôles ont une partie réelle négative*