## ❑ Exercice 1

Soit le système représenté par la fonction de transfert:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{10 + s}{2s^2 + 4s + 1}$$

a) Le rapport d'amplitude est donné par le gain statique:

$$K = \lim_{s \to 0} G(s) = 10$$

b) Le rapport d'amplitude et le déphasage sont donnés par:

$$|G(j\omega)| = \frac{|10 + j\omega|}{|(1 - 2\omega^2) + 4j\omega|} = \frac{\sqrt{100 + \omega^2}}{\sqrt{(1 - 2\omega^2)^2 + (4\omega)^2}}$$

$$\begin{aligned} arg[G(j\omega)] &= arg[10 + j\omega] - arg[(1 - 2\omega^2) + 4j\omega] \\ &= arctan\left(\frac{\omega}{10}\right) - arctan\left(\frac{4\omega}{1 - 2\omega^2}\right) \\ &= arctan\left(\frac{\omega}{10}\right) - \left[\pi - arctan\left(\frac{-4\omega}{1 - 2\omega^2}\right)\right] \end{aligned}$$

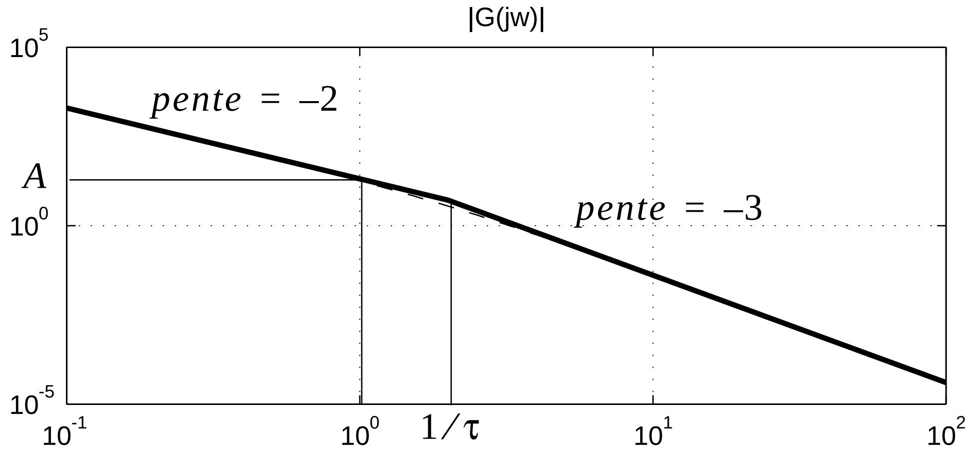
Pour $\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi \cdot 1 = 6.28\ [rad/s]$ :

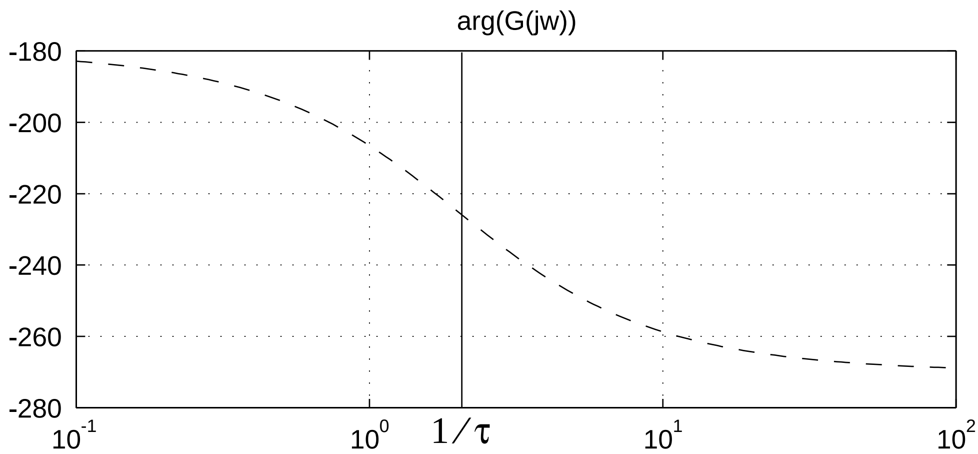
$$|G(j\omega_0)| = 0.144$$

$$arg[G(j\omega_0)] = -2.27\ [rad]$$

❑ **Exercice 2**

a) Le diagramme de Bode (exact en pointillé et asymptotique en gras) est:



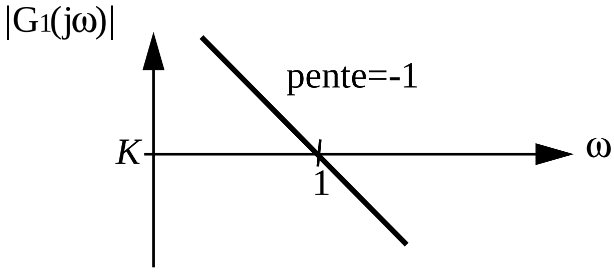




b) La réponse impulsionnelle est, par définition, la transformée de Laplace inverse de la fonction de transfert.

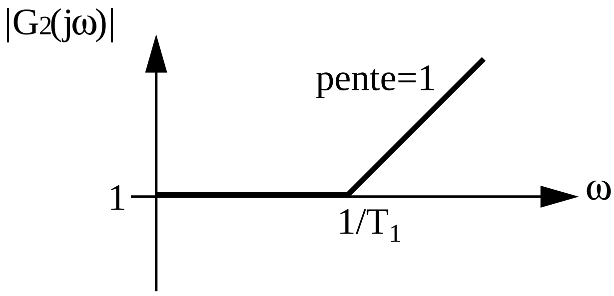
$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}[G(s)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{A}{s^2(\tau s+1)}\right] = A[t - \tau(1 - e^{-t/\tau})] \qquad t \geq 0$$

## ❑ Exercice 3

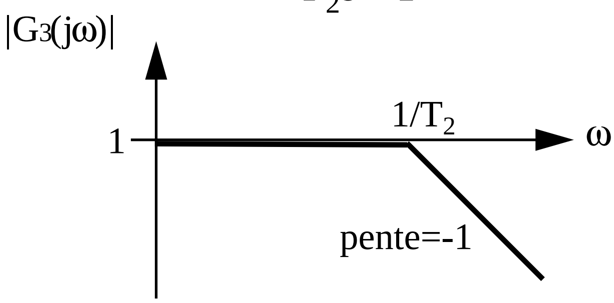
a) 1ère composante: $G_1(j\omega) = \dfrac{K}{s}$ où $K$ est à déterminer




2ème composante: $G_2(j\omega) = (T_1 s + 1)$




3ème composante: $G_3(j\omega) = \dfrac{1}{T_2 s + 1}$




Pour déterminer $K$, on considère les deux premières composantes à hautes fréquences $(s \to \infty)$ qui doivent donner $A$:

$$\lim_{s \to \infty} \frac{K(T_1 s + 1)}{s} = KT_1 = A \quad \Rightarrow \quad K = \frac{A}{T_1}$$

La fonction de transfert du système est ainsi:

$$G(s) = G_1(s)G_2(s)G_3s) = \frac{A}{T_1}\,\frac{(T_1 s + 1)}{s(T_2 s + 1)}$$

b) On en déduit la réponse impulsionnelle:

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}[G(s)] = \frac{A}{T_1}\left[1 + \left(\frac{T_1 - T_2}{T_2}\right)e^{-(t/T_2)}\right] \qquad t \geq 0$$