



ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Projet de semestre
Section de Génie Mécanique

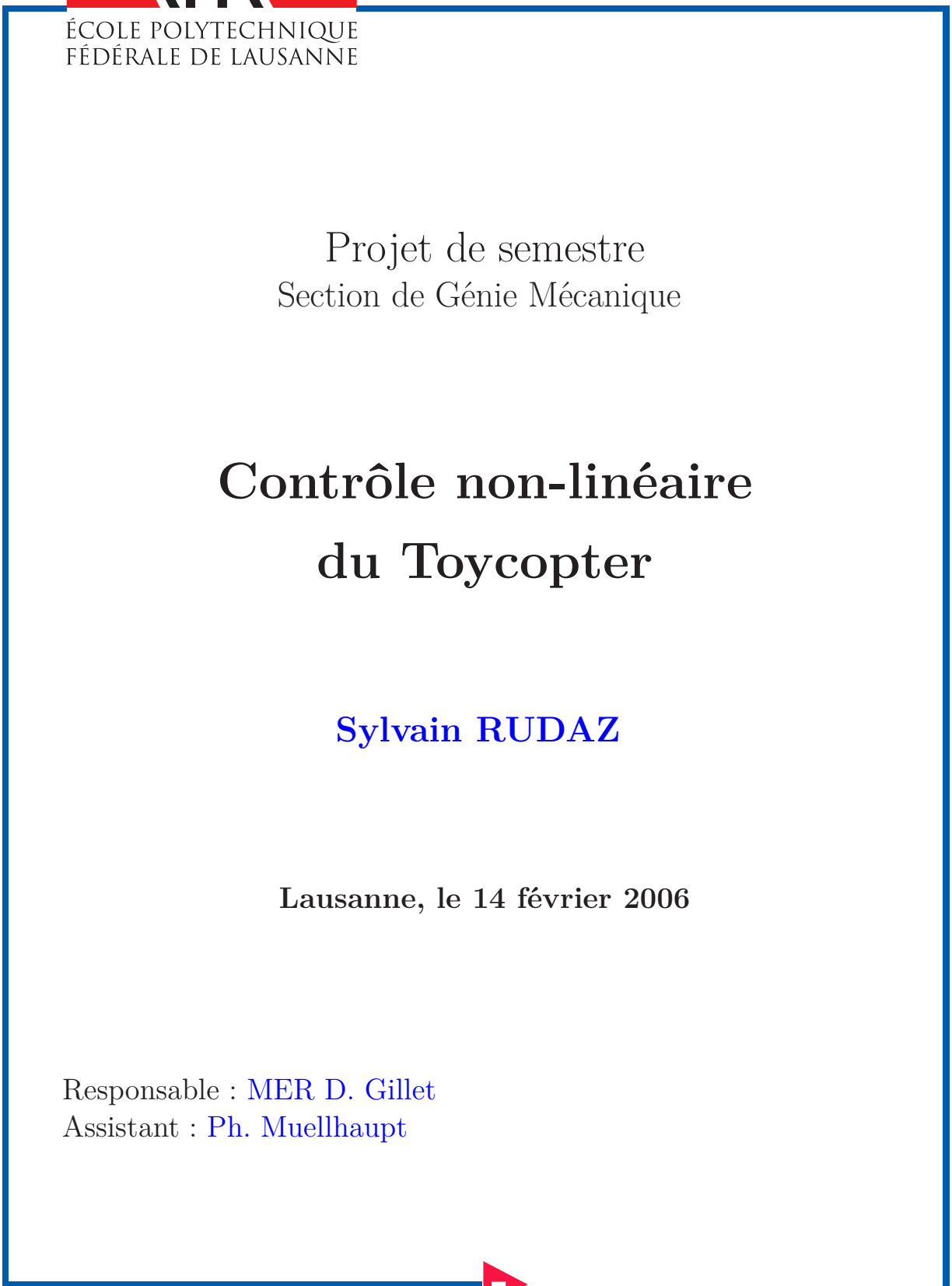
Contrôle non-linéaire du Toycopter

Sylvain RUDAZ

Lausanne, le 14 février 2006

Responsable : [MER D. Gillet](#)

Assistant : [Ph. Muellhaupt](#)



**Laboratoire
d'Automatique**

Avant-propos

Résumé

Le Toycopter est en gros un hélicoptère simplifié en modèle réduit. Il y a cependant deux différences fondamentales : il ne peut pas orienter les pales de ses hélices et il est condamné à rester sur place. On peut par contre jouer sur la vitesse et le sens de rotation des hélices pour le maintenir dans la position souhaitée.

La difficulté de ce genre de système dynamique réside dans le fait qu'il est soumis à des forces fortement non-linéaires telles que des forces aérodynamiques. Viennent s'ajouter tous les efforts apparaissant dans un repère en mouvement (centrifuges, Coriolis). Des couplages inertiels compliquent la maîtrise du contrôle global du système.

L'objectif principal de ce projet a été de simuler sous MatLab® puis implémenter sur le système réel une régulation d'état basée principalement sur l'inversion du modèle linéarisé.

Il a été montré dans ce projet que le Toycopter pouvait être contrôlé en utilisant la méthode proposée. La génération de la commande est toutefois sensible au point de fonctionnement choisi. Ceci est dû aux fortes non-linéarités des équations dynamiques et va de pair avec le choix ardu des pôles imposés en boucle fermée de sorte à avoir un comportement satisfaisant.

Structure du rapport

Le premier chapitre introductif détaillera un peu plus la problématique du projet. Dans le chapitre suivant, toutes les bases théoriques et mathématiques servant à l'élaboration de la commande sont exposées. La troisième partie montre des résultats de simulation faits en employant conjointement les programmes Mathematica® et MatLab® tandis que dans la quatrième, nous parlons de tout ce qui a trait à l'implémentation sur le système réel. Le chapitre cinq évoque quelques idées en ce qui concerne la suite de ce projet. Pour terminer, dans le dernier chapitre, des conclusions seront dressées par rapport à l'ensemble du travail.

Keywords / Mots-clés

non-linear control, state-space regulation, MIMO system, controllability, inverse model
commande non-linéaire, régulation d'état, système MIMO, gouvernabilité, modèle inverse

Table des matières

1	Introduction	1
2	Théorie	2
2.1	Modèle dynamique	2
2.2	Modèle d'état	3
2.3	Commande	5
3	Simulation	6
3.1	Concept de base	6
3.2	Démarche de simulation	6
3.3	Comportement avec gains faibles	7
3.4	Comportement avec gains élevés	9
3.5	Discussion et remarques	10
4	Expérimentation	11
4.1	Démarche d'expérimentation	11
4.2	Régime permanent	12
4.3	Comportement avec gains faibles	12
4.4	Comportement avec gains élevés	12
4.5	Discussion et remarques	15
5	Perspectives et idées d'amélioration	16
5.1	Théorie	16
5.2	Simulation	16
5.3	Expérimentation	16
6	Conclusions	17
6.1	Résumé	17
6.2	Apports personnels	17
A	Elaboration de la commande	18
B	Contenu du CD-ROM	21

Chapitre 1

Introduction

Le système dynamique étudié dans ce projet est une sorte d'hélicoptère de laboratoire. Pour orienter les deux degrés de liberté du Toycopter (fig.1.1), seules les vitesses de rotations des hélices peuvent être commandées. L'orientation des pales reste toujours la même.

Le problème majeur avec le Toycopter, c'est qu'il est fortement non-linéaire. Les termes de couplages inertiels sont également importants. D'une manière générale, il est donc intéressant de comparer différents types de commande.

Un régulateur PD a déjà été implémenté, testé et caractérisé sur le Toycopter [1]. Programmé en C et via une interface Labview®, ce régulateur permet d'atteindre une position quelconque depuis n'importe quel point de départ.

L'idée dans ce projet a été d'élaborer une commande avec un régulateur d'état par inversion du modèle linéarisé. Partant des équations dynamiques, il a fallu simuler le système sur MatLab® puis implémenter le régulateur sur le système réel.

Comme nous le verrons par la suite, il n'est pas évident de trouver un régulateur qui offre un bon comportement. Selon le point de fonctionnement choisi, les conditions initiales ainsi que le choix de la dynamique en boucle fermée, les non-linéarités peuvent faire perdre la stabilité du système.



FIG. 1.1 – Toycopter

Chapitre 2

Théorie

2.1 Modèle dynamique

La méthode de Lagrange peut être élégamment mise en œuvre pour déterminer les équations dynamiques du Toycopter.

Les grandeurs ci-dessous apparaissant dans la figure 2.1 :

ψ : élévation [rad]

ϕ : azimut [rad]

ω_m : vitesse du rotation du moteur avant [$\frac{rad}{s}$]

ω_r : vitesse du rotation du moteur arrière [$\frac{rad}{s}$]

En négligeant les contributions telles que frottement sec ou de type "stick-slip", nous obtenons [1] :

$$\begin{aligned} I_\psi \ddot{\psi} + I_r \dot{\omega}_r &= C_m \omega_m |\omega_m| - C_{r1} \omega_r |\omega_r| - C_\psi \dot{\psi} + I_m \omega_m \dot{\phi} \cos \psi \\ &\quad + \frac{1}{2} I_c \dot{\phi}^2 \sin(2\psi) + G_s \sin \psi + G_c \cos \psi \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} (I_\phi + I_c \sin^2(\psi)) \ddot{\phi} &= C_r \omega_r |\omega_r| \sin \psi - C_{m1} \omega_m |\omega_m| \sin \psi - C_\phi \dot{\phi} \\ &\quad - I_m \omega_m \dot{\psi} \cos \psi - I_c \dot{\psi} \dot{\phi} \sin(2\psi) - I_m \dot{\omega}_m \sin \psi \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\dot{\omega}_m = v_m \quad (2.3)$$

$$\dot{\omega}_r = v_r \quad (2.4)$$

Pour une meilleure compréhension de la physique du modèle, voici l'explication des termes apparaissant ci-dessus :

$I_r \dot{\omega}_r$ et $I_m \dot{\omega}_m \sin \psi$: contre-couples inertiels le long de ψ et de ϕ

$G_s \sin \psi$ et $G_c \cos \psi$: effet de la gravité (centre de gravité \neq centre de rotation)

$\frac{1}{2} I_c \dot{\phi}^2 \sin(2\psi)$: effet centrifuge le long de ψ

$I_m \omega_m \dot{\phi} \cos \psi$: effet de Coriolis le long de ψ

$I_c \dot{\psi} \dot{\phi} \sin(2\psi)$ et $I_m \omega_m \dot{\psi} \cos \psi$: effets de Coriolis le long de ϕ

$C_m \omega_m |\omega_m|$ et $C_r \omega_r |\omega_r| \sin \psi$: couples aérodynamiques (contributions directes)

$C_{m1} \omega_m |\omega_m| \sin \psi$ et $C_{r1} \omega_r |\omega_r|$: couples aérodynamiques (termes de couplage)

$C_\psi \dot{\psi}$ et $C_\phi \dot{\phi}$: frottements visqueux

v_m et v_r : couples électromagnétiques

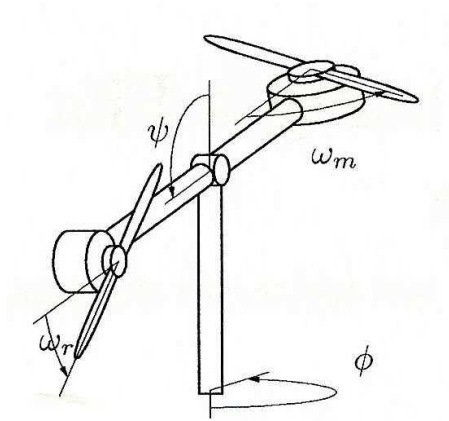


FIG. 2.1 – Modèle du Toycopter

Toujours selon [1] et en considérant les équations d'un moteur à courant continu, nous obtenons également les relations suivantes :

$$K_m u_m = I_m v_m + F_m \omega_m + C_{m1} \omega_m |\omega_m| \quad (2.5)$$

$$K_r u_r = I_r v_r + F_r \omega_r + C_{r1} \omega_r |\omega_r| \quad (2.6)$$

où apparaissent les tensions appliquées au moteurs avant (u_m) et arrière (u_r) en fonction des couples électromagnétiques v_m et v_r .

En regardant les équations, nous voyons directement la complexité introduite par les termes de couplages d'une part et les non-linéarités d'autre part. Notons au passage que les différents coefficients ont été identifiés et qu'ils sont par conséquent entachés d'une certaine erreur. En particulier, la densité de l'air environnant peut changer d'un jour à l'autre.

Pour plus de détails concernant la modélisation, se référer à [1].

2.2 Modèle d'état

Pour ce projet, nous nous sommes proposés de mettre en œuvre une régulation d'état. Nous choisissons comme état :

$$\mathbf{x} = (\psi, \dot{\psi}, \phi, \dot{\phi}, \omega_m, \omega_r)^T \quad (2.7)$$

Nous définissons également le vecteur d'entrée \mathbf{v} et le vecteur de sortie \mathbf{y} :

$$\mathbf{v} = (v_m, v_r)^T \quad (2.8)$$

$$\mathbf{y} = (\psi, \phi)^T \quad (2.9)$$

La notation de l'entrée (\mathbf{v} plutôt que \mathbf{u} comme dans la plupart des ouvrages de la littérature) a été préférée afin d'éviter une confusion avec les entrées du système réel \mathbf{u} qui sont des tensions (voir les relations (2.5) et (2.6)).

Partant des relations (2.1) à (2.4), nous obtenons les équations d'état sous forme canonique :

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 = & \frac{1}{I_\psi} [C_m x_5 |x_5| - C_{r1} x_6 |x_6| - C_\psi x_2 + I_m x_5 x_4 \cos x_1 \\ & + \frac{1}{2} I_c x_4^2 \sin(2x_1) + G_s \sin x_1 + G_c \cos x_1 - I_r v_r] \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\dot{x}_3 = x_4 \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_4 = & \frac{1}{I_\phi + I_c \sin^2(x_1)} [C_r x_6 |x_6| \sin x_1 - C_{m1} x_5 |x_5| \sin x_1 - C_\phi x_4 \\ & + I_m x_5 x_2 \cos x_1 - I_c x_2 x_4 \sin(2x_1) - I_m v_m \sin x_1] \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\dot{x}_5 = v_m \quad (2.14)$$

$$\dot{x}_6 = v_r \quad (2.15)$$

Nous linéarisons ensuite ces équations autour d'un point de fonctionnement :

$$\bar{\mathbf{x}} = (\bar{\psi}, 0, \bar{\phi}, 0, \bar{\omega}_m, \bar{\omega}_r)^T \quad (2.16)$$

L'interprétation de ce point de fonctionnement est simple. Si nous voulons que le Toycopter reste à une position désirée $(\bar{\psi}, \bar{\phi})$ il suffit de résoudre les équations (2.5) et (2.6) pour trouver $\bar{\omega}_m$ et $\bar{\omega}_r$ qui sont les vitesses (constantes) des hélices permettant de rester dans cette position.

Pour l'élaboration du modèle linéaire, nous avons besoin de définir des variables-écarts :

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}} = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6)^T \quad (2.17)$$

$$\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{v} - \bar{\mathbf{v}} = (\tilde{v}_1, \tilde{v}_2)^T \quad (2.18)$$

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}} = (\psi, \phi)^T \quad (2.19)$$

de sorte que les équations d'état linéarisées se présentent sous la forme standard :

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}(\bar{\mathbf{x}})\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{B}(\bar{\mathbf{x}})\tilde{\mathbf{v}} \quad (2.20)$$

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{C}(\bar{\mathbf{x}})\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{D}(\bar{\mathbf{x}})\tilde{\mathbf{v}} \quad (2.21)$$

Notons au passage que $\bar{\mathbf{v}} = \mathbf{0}$ puisque les deux hélices tournent à vitesse constante en régime permanent. Donc $\tilde{v}_1 = v_m$ et $\tilde{v}_2 = v_r$.

Les matrices $\mathbf{A}(\bar{\mathbf{x}})$, $\mathbf{B}(\bar{\mathbf{x}})$, $\mathbf{C}(\bar{\mathbf{x}})$ et $\mathbf{D}(\bar{\mathbf{x}})$ sont des jacobienues de taille (6x6), (6x2), (2x6) et (2x2) respectivement et exhibent les formes suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{A} := \mathbf{A}(\bar{\mathbf{x}}) &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \mathbf{B} := \mathbf{B}(\bar{\mathbf{x}}) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & * \\ 0 & 0 \\ * & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \mathbf{D} := \mathbf{D}(\bar{\mathbf{x}}) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \mathbf{D} := \mathbf{D}(\bar{\mathbf{x}}) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Les étoiles, introduites dans les différentes matrices pour alléger l'écriture, représentent des termes non nuls et différents de 1. En observant la matrice \mathbf{A} , nous remarquons à nouveau les différents termes de couplages. Comme pour beaucoup de systèmes, il n'y a pas d'influence directe de l'entrée sur la sortie ($\mathbf{D} = \mathbf{0}$).

2.3 Commande

La matrice \mathbf{B} définie dans la section précédente peut être écrite $\mathbf{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2)$ où \mathbf{b}_1 et \mathbf{b}_2 sont les deux colonnes de \mathbf{B} . Selon cette écriture, nous pouvons définir la matrice de commandabilité de la manière suivante :

$$\mathbf{G} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{A}\mathbf{b}_1, \mathbf{A}^2\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{A}\mathbf{b}_2, \mathbf{A}^2\mathbf{b}_2) \quad (2.22)$$

On peut montrer que \mathbf{G} est non-singulière ($\det \mathbf{G} \neq 0$). Ceci est synonyme de dire que \mathbf{G} est de rang plein (rang $\mathbf{G} = 6$), et donc que le système est gouvernable. La démonstration n'est pas présentée ici.

A ce stade, nous pouvons nous demander quel est l'avantage de définir \mathbf{G} sous cette forme, c'est-à-dire pourquoi faire apparaître les termes dépendant de \mathbf{b}_1 dans les trois première colonnes de \mathbf{G} et ceux dépendant de \mathbf{b}_2 dans les trois dernières. La réponse à cette question apparaît clairement dans l'annexe A.

Nous pouvons ensuite calculer l'inverse de \mathbf{G} :

$$\mathbf{G}^{-1} = \begin{pmatrix} * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \\ \hline & & \mathbf{c}_{z_1}^T & & & \\ * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \\ \hline & & & & \mathbf{c}_{z_4}^T & \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

où $\mathbf{c}_{z_1}^T$ et $\mathbf{c}_{z_4}^T$ sont les lignes 3 et 6 de \mathbf{G}^{-1} .

Les entrées à appliquer au modèle deviennent simplement (annexe A) :

$$\tilde{v}_1 = \tilde{v}_1(\bar{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{x}}, K_{11}, K_{12}, K_{13}) = -\mathbf{c}_{z_1}^T (\mathbf{A} + K_{11}\mathbf{I})(\mathbf{A} + K_{12}\mathbf{I})(\mathbf{A} + K_{13}\mathbf{I})\tilde{\mathbf{x}} \quad (2.24)$$

$$\tilde{v}_2 = \tilde{v}_2(\bar{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{x}}, K_{21}, K_{22}, K_{23}) = -\mathbf{c}_{z_4}^T (\mathbf{A} + K_{21}\mathbf{I})(\mathbf{A} + K_{22}\mathbf{I})(\mathbf{A} + K_{23}\mathbf{I})\tilde{\mathbf{x}} \quad (2.25)$$

où les coefficients K_{ij} (choisis) représentent l'opposé des pôles du système en boucle fermée.

Partant des équations 2.5 et 2.6, nous obtenons les deux tensions à fournir aux moteurs :

$$u_m = \frac{1}{K_m} [I_m - \mathbf{c}_{z_1}^T (\mathbf{A} + K_{11}\mathbf{I})(\mathbf{A} + K_{12}\mathbf{I})(\mathbf{A} + K_{13}\mathbf{I})\tilde{\mathbf{x}} + F_m \bar{\omega}_m + C_{m1} \bar{\omega}_m |\bar{\omega}_m|] \quad (2.26)$$

$$u_r = \frac{1}{K_r} [I_r - \mathbf{c}_{z_4}^T (\mathbf{A} + K_{21}\mathbf{I})(\mathbf{A} + K_{22}\mathbf{I})(\mathbf{A} + K_{23}\mathbf{I})\tilde{\mathbf{x}} + F_r \bar{\omega}_r + C_{r1} \bar{\omega}_r |\bar{\omega}_r|] \quad (2.27)$$

Les termes contenant les vitesses de rotation au point de fonctionnement font office de commande *a priori*.

Chapitre 3

Simulation

3.1 Concept de base

La théorie exposée au chapitre précédent a été testée en simulation. Tout d'abord, les formules analytiquement ont été transcrites sur Mathematica®. La simulation en tant que telle a été faite sur MatLab® en se servant de fichiers *.dat exportés depuis Mathematica®. Trois modèles peuvent être simulés :

1. le système non-linéaire en boucle ouverte
2. le système linéarisé autour d'un point de fonctionnement en boucle fermée
3. le système non-linéaire en boucle fermée

Sachant que le Toycopter est instable en boucle ouverte, le premier modèle n'a d'utilité que pour vérifier les équations implémentées. Si le système est lâché à son point de fonctionnement et qu'on applique les entrées correspondantes, tous les états doivent rester constants.

Les deux autres modèles permettent de déterminer l'influence des non-linéarités sur la dynamique bouclée.

3.2 Démarche de simulation

Avant de commencer la simulation, il faut choisir un point de fonctionnement. Le plus naturel serait de choisir $\bar{\psi} = \frac{\pi}{2}$, c'est-à-dire quand le Toycopter est horizontal. Toutefois ce choix n'est pas judicieux. Aux alentours de $\bar{\psi} = 1.7$, l'équilibre des forces est atteint alors qu'aucun moteur n'a besoin de tourner. A cet endroit, le Toycopter n'est pas commandable. Si nous choisissons un point de fonctionnement proche de cette singularité, il y a plus de chances qu'une faible perturbation amène le système hors de son bassin d'attraction.

Au delà de ce point singulier, la dynamique change puisque le moteur principal doit tourner dans l'autre sens. Dans ce cas de figure, les coefficients aérodynamiques de l'hélice ne sont plus les mêmes, ce qui n'a pas été pris en compte dans la modélisation.

Dans le but de pouvoir avoir des grandeurs comparables, durant le reste du rapport, nous prendrons toujours le même point de fonctionnement. Nous choisissons une position où le Toycopter est légèrement incliné vers l'avant $\bar{\psi} = 1.3$. Nous posons arbitrairement $\bar{\phi} = 0$. Selon (2.5) et (2.6), les vitesses de rotations sont alors $\bar{\omega}_m = 197[\frac{rad}{s}]$ et $\bar{\omega}_r = 96[\frac{rad}{s}]$.

Le point de fonctionnement étant fixé, il faut ensuite choisir les pôles du système en boucle fermée ($-K_{11}, -K_{12}, -K_{13}, -K_{21}, -K_{22}$ et $-K_{23}$). A nouveau, pour tout ce qui va suivre, nous fixons des valeurs pour les K_{ij} . Deux jeux sont retenus :

– gains faibles :

$$K_{11} = 3, \quad K_{12} = 2, \quad K_{13} = 1 \quad (3.1)$$

$$K_{21} = 3, \quad K_{22} = 2, \quad K_{23} = 1 \quad (3.2)$$

– gains plus élevés :

$$K_{11} = 7, \quad K_{12} = 6, \quad K_{13} = 5 \quad (3.3)$$

$$K_{21} = 6, \quad K_{22} = 5, \quad K_{23} = 4 \quad (3.4)$$

Selon les équations (2.24) et (2.25), toutes les grandeurs nécessaires à la simulation sont connues. Dans MatLab®, une fonction appelée *visualisation* a été créée. Celle-ci permet d'afficher l'évolution des états en fonction du temps. Elle prend en paramètre le modèle (1, 2 ou 3) que l'on souhaite simuler, la déviation par rapport au point de fonctionnement (vecteur à six composantes) et le temps de simulation.

Les déviations discutées ci-dessous ne seront que dans une seule direction. Même si elles sont difficiles à reproduire expérimentalement (voir chapitre 4), elles ont l'avantage d'être plus intuitives.

3.3 Comportement avec gains faibles

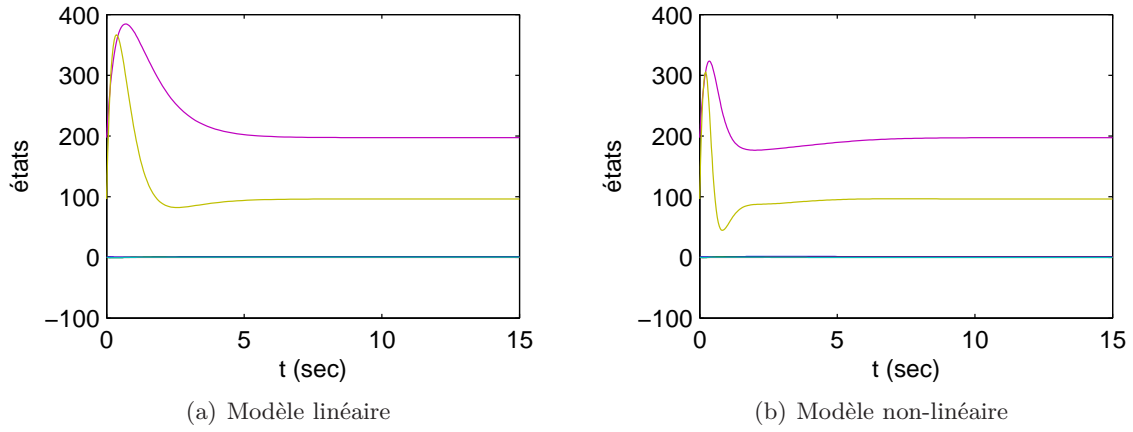
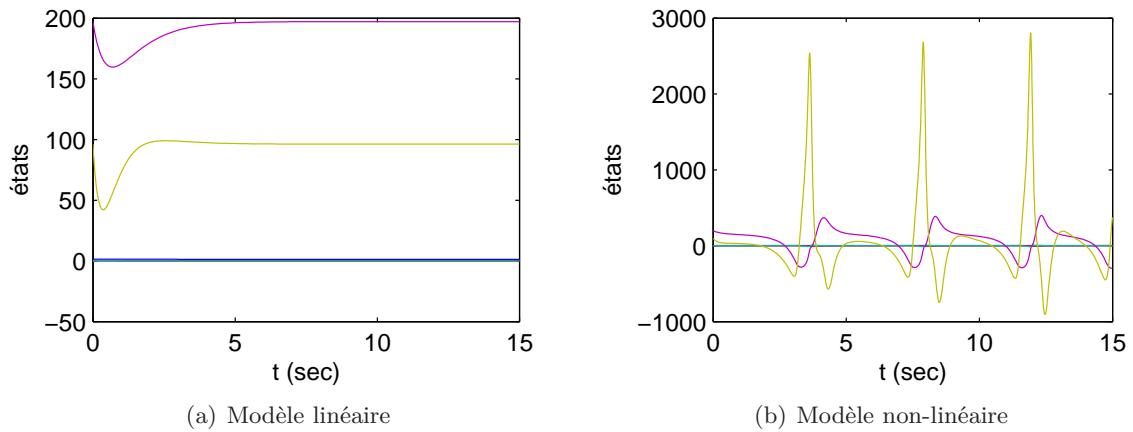
Dans cette section, nous allons voir l'influence de gains faibles (équations (3.1) et (3.2)). Nous montrons le comportement du modèle linéaire et du modèle non-linéaire en boucle fermée. Les figures 3.1(a) et 3.1(b) montrent l'évolution des états du système avec comme condition initiale :

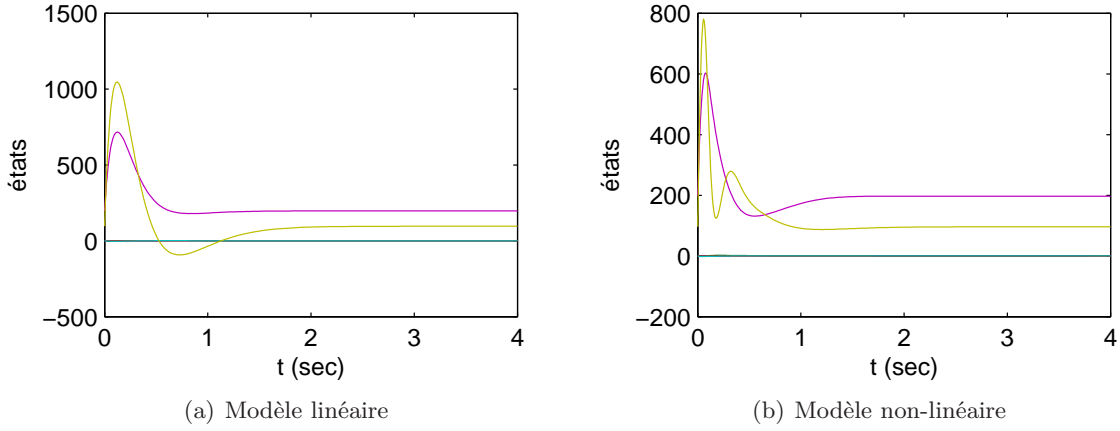
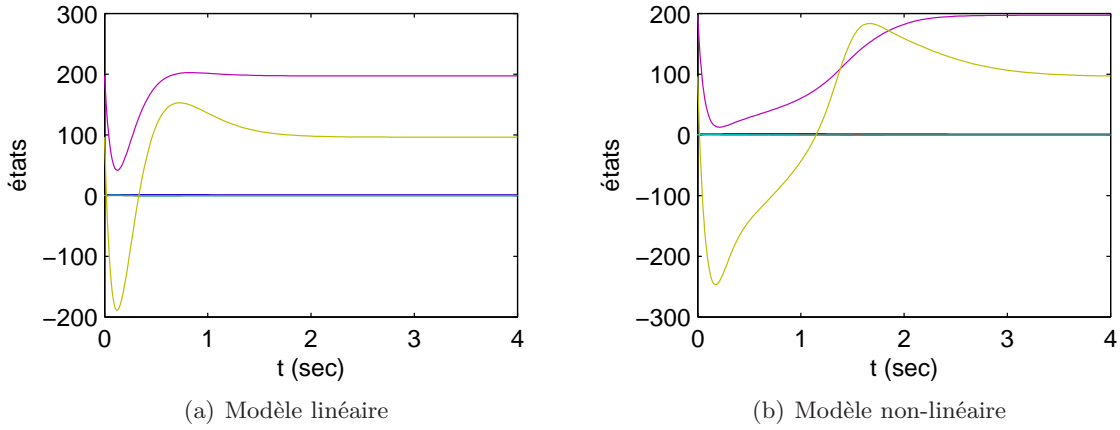
$$(\bar{\psi} - 0.5, 0, 0, 0, \bar{\omega}_m, \bar{\omega}_r)^T$$

Les figures 3.2(a) et 3.2(b) montrent quant à elles l'évolution des états avec comme condition initiale :

$$(\bar{\psi} + 0.1, 0, 0, 0, \bar{\omega}_m, \bar{\omega}_r)^T$$

Nous remarquons que le temps d'établissement du régime permanent est assez long (près de 10 secondes). Pour le dernier cas présenté, l'état est amené hors de son bassin d'attraction. Il y a perte de stabilité. A noter également que les échelles en ordonnées deviennent déraisonnablement grandes dans ce cas. En pratique, un tel comportement n'est ni admissible, ni possible à cause de la saturation des acteurs.

FIG. 3.1 – Boucle fermée avec gains faibles (déviaton du point de fonctionnement $\Delta\psi = -0.5$)FIG. 3.2 – Boucle fermée avec gains faibles (déviaton du point de fonctionnement $\Delta\psi = +0.1$)

FIG. 3.3 – Boucle fermée avec gains élevés (déviation du point de fonctionnement $\Delta\psi = -1.0$)FIG. 3.4 – Boucle fermée avec gains élevés (déviation du point de fonctionnement $\Delta\psi = +0.3$)

3.4 Comportement avec gains élevés

Dans cette section, nous allons voir l'influence de gains plus élevés (équations (3.3) et (3.4)). Nous montrons le comportement du modèle linéaire et du modèle non-linéaire en boucle fermée. Les figures 3.3(a) et 3.3(b) montrent l'évolution des états du système avec comme condition initiale :

$$(\bar{\psi} - 1.0, 0, 0, 0, \bar{\omega}_m, \bar{\omega}_r)^T$$

Les figures 3.4(a) et 3.4(b) montrent quant à elles l'évolution des états avec comme condition initiale :

$$(\bar{\psi} + 0.3, 0, 0, 0, \bar{\omega}_m, \bar{\omega}_r)^T$$

Nous remarquons dans l'ensemble que des gains plus grands permettent des conditions initiales plus sévères. On a donc agrandi le bassin d'attraction du point de fonctionnement en boucle fermée. De plus, les temps d'établissement du régime permanent sont nettement inférieurs à ce qui avait été trouvé au paragraphe précédent.

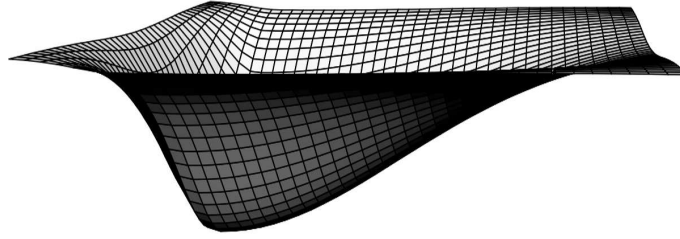


FIG. 3.5 – Bassin d'attraction schématique

3.5 Discussion et remarques

Comme énoncé ci-dessus, des gains plus importants conduisent à un régime transitoire plus court. Néanmoins, ce résultat n'est que théorique puisque les moteurs devraient alors fournir un couple excessivement grand.

Il est également intéressant de noter que les conditions initiales (selon $-\psi$ ou $+\psi$) ont une grande influence. La différence est accentuée entre le modèle linéaire et le modèle non-linéaire. L'origine de cette différence est simple. Il s'agit de la forte non-linéarité des équations dynamiques. En fait, après bouclage, le bassin d'attraction du point de fonctionnement a une allure tout à fait différente selon le signe de $\tilde{\psi}$.

En termes simplistes, selon que ψ est dévié dans un sens ou dans l'autre, l'état reviendra plus ou moins rapidement vers son point de fonctionnement. Il est à noter que la figure 3.5 n'est utile que pour essayer de se représenter un état de dimension 6 en dimensions réduites.

Dans le fichier Mathematica® créé, il est possible d'entacher les paramètres du modèle d'erreurs pour qualifier la robustesse de la commande. En clair, nous élaborons une commande à l'aide de paramètres *a priori* corrects pour ensuite simuler l'un des modèles sur MatLab® avec des paramètres légèrement différents. Aucun résultat quantitatif ne sera donné par rapport à cet aspect. Nous nous bornons simplement à exposer quelques idées :

- même avec des gains faibles, des erreurs de $\pm 10\%$ ne font pas perdre la stabilité en boucle fermée ;
- attention à ne pas entacher tous les paramètres des mêmes erreurs relatives. Aucune différence ne sera perçue à la simulation. Cela est dû au fait que les paramètres apparaissent toujours au même nombre aux numérateurs et dénominateurs des équations (2.10) à (2.15).

Du fait de la dissymétrie de portance de l'hélice arrière et à cause des efforts de type frottement sec ou "stick-slip" négligés, la simulation avec des conditions initiales déviées selon ϕ n'ont pas vraiment de sens.

Chapitre 4

Expérimentation

4.1 Démarche d'expérimentation

La théorie exposée au chapitre 2 a été implémentée sur le système réel. Le lecteur intéressé trouvera le code C sur le CD-ROM en annexe.

Pour la partie expérimentale, nous avons choisi le même point de fonctionnement que pour la simulation :

$$\bar{\mathbf{x}} = (1.3, 0, 0, 0, 197, 96)^T$$

Nous rappelons également les expressions établies plus haut qui donnent les tensions à appliquer aux deux moteurs :

$$u_m = \frac{1}{K_m} [I_m - \mathbf{c}_{z1}^T (\mathbf{A} + K_{11}\mathbf{I})(\mathbf{A} + K_{12}\mathbf{I})(\mathbf{A} + K_{13}\mathbf{I})\tilde{\mathbf{x}} + F_m\bar{\omega}_m + C_{m1}\bar{\omega}_m|\bar{\omega}_m|] \quad (4.1)$$

$$u_r = \frac{1}{K_r} [I_r - \mathbf{c}_{z4}^T (\mathbf{A} + K_{21}\mathbf{I})(\mathbf{A} + K_{22}\mathbf{I})(\mathbf{A} + K_{23}\mathbf{I})\tilde{\mathbf{x}} + F_r\bar{\omega}_r + C_{r1}\bar{\omega}_r|\bar{\omega}_r|] \quad (4.2)$$

Comme nous avons fixé le point de fonctionnement, nous pouvons réécrire ces grandeurs de la manière suivante :

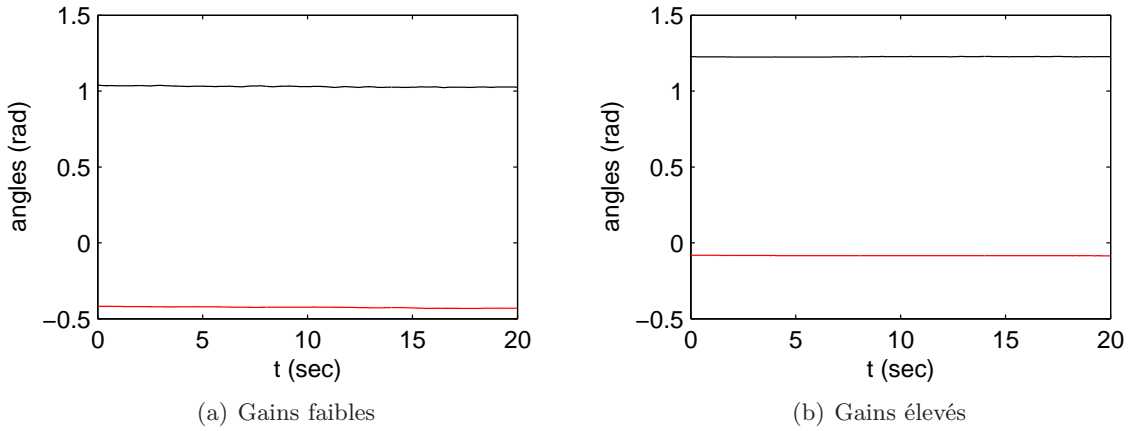
$$u_m = \frac{1}{K_m} [I_m - \mathbf{h}_1^T(K_{11}, K_{12}, K_{13})\tilde{\mathbf{x}} + F_m\bar{\omega}_m + C_{m1}\bar{\omega}_m|\bar{\omega}_m|] \quad (4.3)$$

$$u_r = \frac{1}{K_r} [I_r - \mathbf{h}_2^T(K_{21}, K_{22}, K_{23})\tilde{\mathbf{x}} + F_r\bar{\omega}_r + C_{r1}\bar{\omega}_r|\bar{\omega}_r|] \quad (4.4)$$

où les vecteurs lignes \mathbf{h}_1^T et \mathbf{h}_2^T sont des polynômes en K_{ij} .

Cette écriture est donnée car c'est comme cela qu'a été faite l'implémentation. Actuellement, on ne peut pas changer en temps réel le point de fonctionnement. Seuls les gains K_{ij} sont ajustables *via* l'interface LabView®. Les deux polynômes en question sont donc figés dans le code.

De même que pour la partie simulation, nous allons montrer des résultats expérimentaux pour deux jeux de gains.

FIG. 4.1 – Système réel en régime permanent (ψ en noir, ϕ en rouge)

4.2 Régime permanent

Les figure 4.1(a) et 4.1(b) représentent l'évolution de ψ et ϕ en régime permanent. Nous remarquons que les valeurs souhaitées $\bar{\psi} = 1.3$ et $\bar{\phi} = 0$ ne sont pas tout à fait atteintes.

Comme attendu, lorsque les gains augmentent, le statisme diminue. Cependant, on ne peut pas choisir des gains trop grands, car ils risqueraient de compromettre la stabilité.

4.3 Comportement avec gains faibles

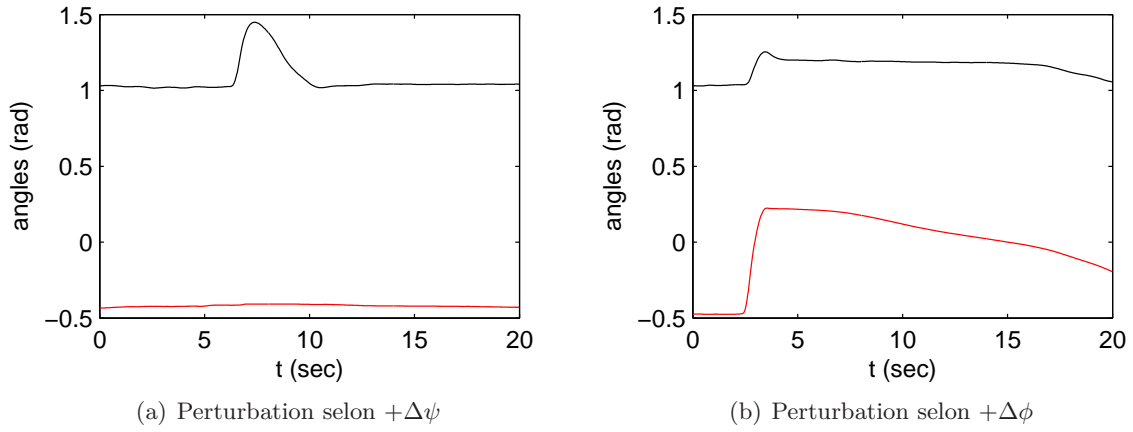
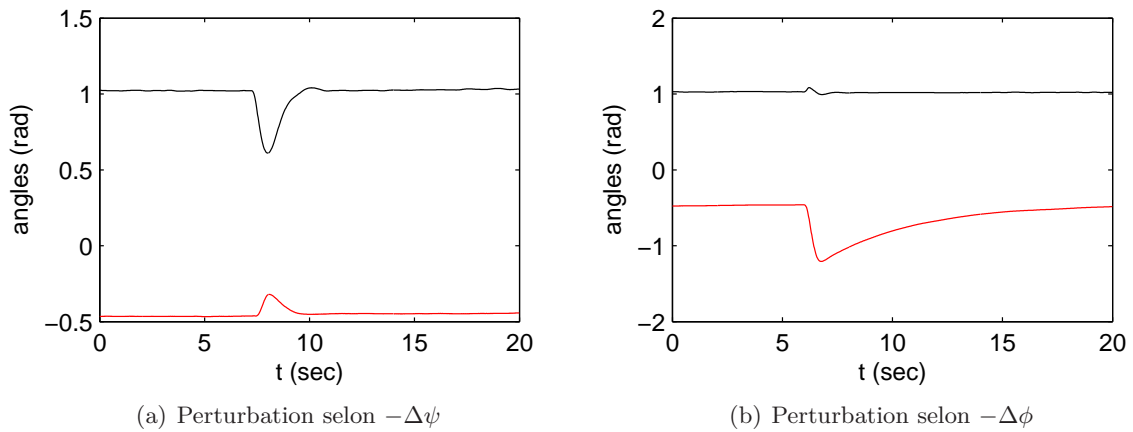
Dans cette section, nous allons voir l'influence, sur le système réel en boucle fermée, de gains faibles (équations (3.1) et (3.2)). Malheureusement, il est difficile de recréer expérimentalement des conditions initiales semblables à celles choisies en simulation. Une solution est d'attendre que le Toycopter soit en régime permanent pour ensuite le dévier à la main dans une certaine direction.

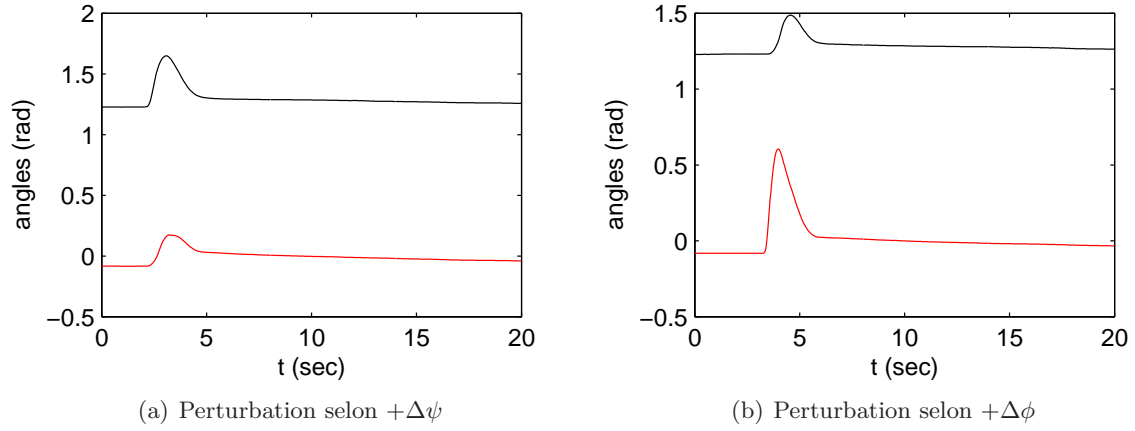
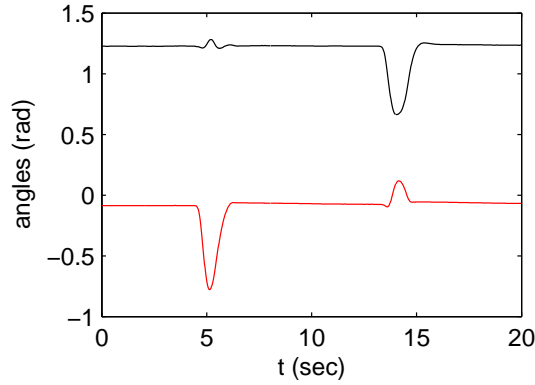
Les figures 4.2(a) et 4.2(b) montrent l'évolution de ψ et ϕ avec une perturbation selon $+\psi$ et $+\phi$ respectivement. Les figures 4.3(a) et 4.3(b) montrent quant à elles l'évolution des deux mêmes grandeurs mais avec une perturbation selon $-\psi$ et $-\phi$. Nous remarquons que les perturbations sont mieux rejetées dans ce second cas.

Le cas de la figure 4.2(b) est intéressant. Tout d'abord, le régulateur a de la peine à faire revenir l'état à son point de fonctionnement. Puis, aux alentours de 17[sec], la régulation devient plus efficace. A nouveau, ceci est dû à la forme du bassin d'attraction discutée plus haut.

4.4 Comportement avec gains élevés

Dans cette section, nous allons voir l'influence, sur le système réel en boucle fermée, de gains plus élevés (équations (3.3) et (3.4)). A nouveau, nous avons attendu que le Toycopter

FIG. 4.2 – Système réel (ψ en noir, ϕ en rouge)FIG. 4.3 – Système réel (ψ en noir, ϕ en rouge)

FIG. 4.4 – Système réel (ψ en noir, ϕ en rouge)FIG. 4.5 – Système réel : perturbation selon $-\Delta\phi$ puis $-\Delta\psi$ (ψ en noir, ϕ en rouge)

soit en régime permanent pour ensuite le dévier à la main dans une certaine direction.

Les figures 4.2(a) et 4.2(b) montrent l'évolution de ψ et ϕ avec une perturbation selon $+\psi$ et $+\phi$ respectivement. La figure 4.5 montre en un bloc l'évolution des deux mêmes grandeurs avec une perturbation selon $-\phi$ puis $-\psi$.

De nouveau, les perturbations sont rejetées plus efficacement si elles agissent selon $-\psi$ et $-\phi$. Avec des gains plus élevés, la différence est flagrante.

4.5 Discussion et remarques

A cause de la dissymétrie de portance (non modélisée) des hélices, les comportements sont assez différents selon le sens qu'agissent les perturbation. Alors que pour ψ nous pouvons nous arranger de travailler uniquement dans une direction, pour ϕ , cela est plus difficile.

Globalement, nous remarquons que les déviations engendrées selon $-\phi$ sont moins bien rejetées, et à plus fortes raisons si les gains sont faibles. Comme déjà annoncé au paragraphe 3.5, ce sont les efforts non pris en compte tels que frottement sec ou "stick-slip" qui sont à l'origine de ce phénomène.

De manière qualitative et en nous aidant de la représentation schématique de la figure 3.5, nous pouvons encore ajouter que :

- l'allure générale du bassin d'attraction dépend fortement du point de fonctionnement choisi ;
- lorsque les gains augmentent, le bassin d'attraction s'élargit et son renforcement se creuse.

Chapitre 5

Perspectives et idées d'amélioration

5.1 Théorie

La suite du projet peut prendre principalement deux directions différentes. En voici les idées de base :

1. retarder l'influence de l'entrée dans le cas non-linéaire. Ceci aura pour influence d'arriver sur un système à 4 états plutôt que 6 ;
2. d'abord compenser la gravité et ensuite linéariser. Dans ce cas de figure, l'état resterait de dimension 6.

Il faudrait également voir si il vaut la peine de prendre en compte les dissymétries de portance des hélices ou les différentes saturations dans les modèles.

Dans l'état, nous n'avons pas de contrôle explicite sur le chemin parcouru par le Toycopter pour aller d'un point à un autre. Peut-être serait-il intéressant d'étudier cet aspect.

5.2 Simulation

Si l'on venait à choisir une des deux pistes énoncées ci-dessus, il faudrait évidemment changer les programmes de simulation en conséquence. La démarche reste toutefois toujours la même.

5.3 Expérimentation

Nous avons parlé de statisme au paragraphe 4.2. Une idée qui nous vient alors est de rajouter un effet intégrateur. Dans ce cas, il faudrait être attentif aux problèmes de stabilité.

Depuis le début du projet, les bruits anormaux du moteur arrière n'ont fait qu'augmenter. Il serait judicieux de le changer pour la suite.

Tout comme le permet la régulation PD [1] déjà existante sur le Toycopter, il resterait encore à élaborer une commande qui puisse agir en temps réel sur le système. Un nouveau point de fonctionnement serait exigé au travers de l'interface LabView®.

Chapitre 6

Conclusions

6.1 Résumé

Dans ce projet, nous avons conçu un régulateur d'état basé sur l'inversion du modèle linéarisé. Les résultats de simulations ont permis de mettre en évidence plusieurs phénomènes, dont les conséquences des termes non-linéaires dans les équations dynamiques.

La partie expérimentale a permis de valider la commande élaborée. Celle-ci a montré des résultats concluants et encourageants. La notion de stabilité a été discutée qualitativement. La dépendance du point de fonctionnement pour la détermination des coefficients en jeu dans la commande a été soulevée.

6.2 Apports personnels

Ce projet de semestre a réellement été une expérience enrichissante à tous points de vue. Parallèlement aux cours, la théorie des systèmes multivariables a pu être étudiée sous un aspect très pratique.

La partie consacrée à la simulation a permis de se familiariser à des logiciels tels que Mathematica® et MatLab®.

La partie implémentation, quant à elle, a permis de toucher à la programmation et d'avoir une introduction au logiciel LabView®.

Lausanne, le 14 février 2006

Sylvain RUDAZ

Annexe A

Elaboration de la commande

Dans le paragraphe 2.3, nous avons défini la matrice de commandabilité de la manière suivante :

$$\mathbf{G} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{A}\mathbf{b}_1, \mathbf{A}^2\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{A}\mathbf{b}_2, \mathbf{A}^2\mathbf{b}_2) \quad (\text{A.1})$$

où \mathbf{b}_1 et \mathbf{b}_2 sont les deux colonnes formant \mathbf{B} .

Nous rappelons également l'expression de l'inverse de \mathbf{G} :

$$\mathbf{G}^{-1} = \begin{pmatrix} * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \\ \hline \mathbf{c}_{z_1}^T & & & & & \\ \hline * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \\ \hline & & \mathbf{c}_{z_4}^T & & & \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

où $\mathbf{c}_{z_1}^T$ et $\mathbf{c}_{z_4}^T$ sont les lignes 3 et 6 de \mathbf{G}^{-1} .

Toute matrice multipliée par son inverse donne la matrice identité par définition. La représentation ci-dessous nous permettra, dans les lignes qui suivent, de mieux comprendre certaines simplifications.

$$\begin{pmatrix} * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \\ \hline \mathbf{c}_{z_1}^T & & & & & \\ \hline * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \\ \hline & & \mathbf{c}_{z_4}^T & & & \end{pmatrix} (\mathbf{b}_1, \mathbf{A}\mathbf{b}_1, \mathbf{A}^2\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{A}\mathbf{b}_2, \mathbf{A}^2\mathbf{b}_2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Nous définissons ensuite :

$$\bar{z}_1 = \mathbf{c}_{z_1}^T \bar{\mathbf{x}} \quad (\text{A.4})$$

$$\bar{z}_4 = \mathbf{c}_{z_4}^T \bar{\mathbf{x}} \quad (\text{A.5})$$

De façon tout à fait analogue, nous posons :

$$\tilde{z}_1 = \mathbf{c}_{z_1}^T \tilde{\mathbf{x}} \quad (\text{A.6})$$

$$\tilde{z}_4 = \mathbf{c}_{z_4}^T \tilde{\mathbf{x}} \quad (\text{A.7})$$

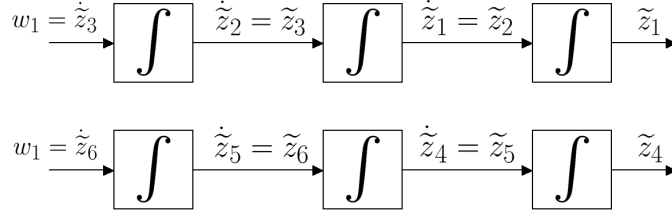


FIG. A.1 – Principe du modèle artificiel

Nous définissons finalement :

$$\ddot{z}_2 = \dot{\tilde{z}}_1 \quad (\text{A.8})$$

$$\ddot{z}_3 = \dot{\tilde{z}}_2 \quad (\text{A.9})$$

$$\ddot{z}_5 = \dot{\tilde{z}}_4 \quad (\text{A.10})$$

$$\ddot{z}_6 = \dot{\tilde{z}}_5 \quad (\text{A.11})$$

Le calcul de ces expressions, par identification avec la relation (A.3) et en utilisant l'équation d'état (2.20), nous donne :

$$\ddot{z}_2 = \dot{\tilde{z}}_1 = \mathbf{c}_{z_1}^T \dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{c}_{z_1}^T (\mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{v}}) = \mathbf{c}_{z_1}^T \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{c}_{z_1}^T \mathbf{B}\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{c}_{z_1}^T \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} \quad (\text{A.12})$$

$$\ddot{z}_3 = \dot{\tilde{z}}_2 = \mathbf{c}_{z_1}^T \mathbf{A}\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{c}_{z_1}^T \mathbf{A}(\mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{v}}) = \mathbf{c}_{z_1}^T \mathbf{A}^2\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{c}_{z_1}^T \mathbf{A}\mathbf{B}\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{c}_{z_1}^T \mathbf{A}^2\tilde{\mathbf{x}} \quad (\text{A.13})$$

$$\ddot{z}_3 = \mathbf{c}_{z_1}^T \mathbf{A}^2\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{c}_{z_1}^T \mathbf{A}^2(\mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{v}}) = \mathbf{c}_{z_1}^T \mathbf{A}^3\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{c}_{z_1}^T \mathbf{A}^2\mathbf{B}\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{c}_{z_1}^T \mathbf{A}^3\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{v}_1 =: w_1 \quad (\text{A.14})$$

$$\ddot{z}_5 = \dot{\tilde{z}}_4 = \mathbf{c}_{z_4}^T \dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{c}_{z_4}^T (\mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{v}}) = \mathbf{c}_{z_4}^T \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{c}_{z_4}^T \mathbf{B}\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{c}_{z_4}^T \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} \quad (\text{A.15})$$

$$\ddot{z}_6 = \dot{\tilde{z}}_5 = \mathbf{c}_{z_4}^T \mathbf{A}\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{c}_{z_4}^T \mathbf{A}(\mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{v}}) = \mathbf{c}_{z_4}^T \mathbf{A}^2\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{c}_{z_4}^T \mathbf{A}\mathbf{B}\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{c}_{z_4}^T \mathbf{A}^2\tilde{\mathbf{x}} \quad (\text{A.16})$$

$$\ddot{z}_6 = \mathbf{c}_{z_4}^T \mathbf{A}^2\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{c}_{z_4}^T \mathbf{A}^2(\mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{v}}) = \mathbf{c}_{z_4}^T \mathbf{A}^3\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{c}_{z_4}^T \mathbf{A}^2\mathbf{B}\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{c}_{z_4}^T \mathbf{A}^3\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{v}_2 =: w_2 \quad (\text{A.17})$$

Par construction, c'est-à-dire *via* le changement de variables $\tilde{\mathbf{x}} \rightarrow \tilde{\mathbf{z}}$, la collection de définitions ci-dessus, mystérieuse au premier abord, présente deux avantages considérables. Premièrement, la forme particulière de la matrice \mathbf{G} (équation A.1) permet le découplage des entrées dans le nouveau référentiel. Deuxièmement, comme le montre la figure A.1, les nouvelles grandeurs $\ddot{z}_1 = w_1$ et $\ddot{z}_4 = w_2$ sont les entrées de deux simples chaînes d'intégrateurs.

Grâce aux formules (A.12) à (A.17), nous pouvons directement agir sur \tilde{v}_1 et \tilde{v}_2 par l'intermédiaire des entrées artificielles w_1 et w_2 .

Il s'agit maintenant d'imposer un comportement en boucle fermée. Pour ce faire, nous plaçons, dans le domaine de Laplace, les pôles du système bouclé à gauche de l'axe imaginaire. Nous choisissons tout d'abord trois pôles confondus en $-K$ (avec $K > 0$). Cela revient à annuler le polynôme caractéristique :

$$\alpha_c(\lambda) = (\lambda + K)^3 = 0 \quad (\text{A.18})$$

Ce qui revient à écrire, pour la première chaîne d'intégrateurs :

$$(s + K)^3 \tilde{Z}_1(s) = 0 \quad (\text{A.19})$$

$$(s^3 + 3Ks^2 + 3K^2s + K^3) \tilde{Z}_1(s) = 0 \quad (\text{A.20})$$

$$\ddot{\tilde{z}}_1 + 3K\ddot{\tilde{z}}_1 + 3K^2\dot{\tilde{z}}_1 + K^3\tilde{z}_1 = 0 \quad (\text{A.21})$$

$$\mathbf{c}_{z_1}^T \mathbf{A}^3 \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{v}_1 + 3K \mathbf{c}_{z_1}^T \mathbf{A}^2 \tilde{\mathbf{x}} + 3K^2 \mathbf{c}_{z_1}^T \mathbf{A} \tilde{\mathbf{x}} + K^3 \mathbf{c}_{z_1}^T \tilde{\mathbf{x}} = 0 \quad (\text{A.22})$$

D'où nous tirons, directement pour les deux chaînes d'intégrateurs :

$$\tilde{v}_1 = -\mathbf{c}_{z_1}^T (\mathbf{A} + K\mathbf{I})^3 \tilde{\mathbf{x}} \quad (\text{A.23})$$

$$\tilde{v}_2 = -\mathbf{c}_{z_4}^T (\mathbf{A} + K\mathbf{I})^3 \tilde{\mathbf{x}} \quad (\text{A.24})$$

Les matrices \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} et \mathbf{D} provenant de la linéarisation, et donc du choix du point de fonctionnement, les expressions ci-dessus dépendent implicitement également de ce choix. Nous pouvons ainsi écrire que :

$$\tilde{v}_1 = \tilde{v}_1(\bar{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{x}}, K) \quad (\text{A.25})$$

$$\tilde{v}_2 = \tilde{v}_2(\bar{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{x}}, K) \quad (\text{A.26})$$

Plutôt que de choisir deux fois le même pôle triple, nous pouvons prendre 6 pôles distincts en $-K_{11}$, $-K_{12}$, $-K_{13}$ pour la première chaîne d'intégrateur de la figure A.1 et $-K_{21}$, $-K_{22}$, $-K_{23}$ pour la deuxième. Cela revient à écrire cette fois-ci :

$$\tilde{v}_1 = \tilde{v}_1(\bar{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{x}}, K_{11}, K_{12}, K_{13}) = -\mathbf{c}_{z_1}^T (\mathbf{A} + K_{11}\mathbf{I})(\mathbf{A} + K_{12}\mathbf{I})(\mathbf{A} + K_{13}\mathbf{I}) \tilde{\mathbf{x}} \quad (\text{A.27})$$

$$\tilde{v}_2 = \tilde{v}_2(\bar{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{x}}, K_{21}, K_{22}, K_{23}) = -\mathbf{c}_{z_4}^T (\mathbf{A} + K_{21}\mathbf{I})(\mathbf{A} + K_{22}\mathbf{I})(\mathbf{A} + K_{23}\mathbf{I}) \tilde{\mathbf{x}} \quad (\text{A.28})$$

Une fois ces relations détermininées, il suffit de revenir aux grandeurs réelles en additionnant les grandeurs permanentes aux valeurs-écarts. De plus, comme les entrées du Toycopter sont les deux tensions des moteurs, nous devons nous servir des équations (2.5) et (2.6). Nous trouvons finalement :

$$\begin{aligned} u_m &= \frac{1}{K_m} [I_m v_m + F_m \bar{\omega}_m + C_{m1} \bar{\omega}_m |\bar{\omega}_m|] \\ &= \frac{1}{K_m} [I_m (\tilde{v}_1 + 0) + F_m \bar{\omega}_m + C_{m1} \bar{\omega}_m |\bar{\omega}_m|] \\ &= \frac{1}{K_m} [I_m - \mathbf{c}_{z_1}^T (\mathbf{A} + K_{11}\mathbf{I})(\mathbf{A} + K_{12}\mathbf{I})(\mathbf{A} + K_{13}\mathbf{I}) \tilde{\mathbf{x}} + F_m \bar{\omega}_m + C_{m1} \bar{\omega}_m |\bar{\omega}_m|] \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

$$\begin{aligned} u_r &= \frac{1}{K_r} [I_r v_r + F_r \bar{\omega}_r + C_{r1} \bar{\omega}_r |\bar{\omega}_r|] \\ &= \frac{1}{K_r} [I_r (\tilde{v}_2 + 0) + F_r \bar{\omega}_r + C_{r1} \bar{\omega}_r |\bar{\omega}_r|] \\ &= \frac{1}{K_r} [I_r - \mathbf{c}_{z_4}^T (\mathbf{A} + K_{21}\mathbf{I})(\mathbf{A} + K_{22}\mathbf{I})(\mathbf{A} + K_{23}\mathbf{I}) \tilde{\mathbf{x}} + F_r \bar{\omega}_r + C_{r1} \bar{\omega}_r |\bar{\omega}_r|] \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

Annexe B

Contenu du CD-ROM

Le CD-ROM annexé contient les fichiers et dossiers suivants :

- un fichier nommé *HELP.txt* qui explique les points principaux à respecter pour faire bon usage des fichiers Mathematica® et MatLab® ;
- des fichiers *.m contenant les fonctions nécessaires à la simulation.
- un fichier Mathematica® nommé *Calculs.nb* servant à calculer les coefficients nécessaires à la commande. Attention à ce que le dossier de destination des fonctions *Export* se fassent dans le répertoire souhaité ;
- un fichier nommé *Helico_2006-02-03.c* contenant le code C ;
- des fichiers appelés *donneesX.m* contenant les données prises sur le système réel ;
- le rapport du projet en format *.pdf.

Bibliographie

- [1] Mullhaupt, P. ; Srinivasan, B. ; Levine, J. ; Bonvin, D. **Cascade Control of the Toycopter** in ECC'99, 1999
- [2] Gillet, D. **Systèmes multivariables I** Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Laboratoire d'Automatique, Lausanne, 2005
- [3] Longchamp, R. **Commande numérique de systèmes dynamiques**, PPUR, Première édition, 1995
- [4] Bonvin, D. **Systèmes dynamiques**, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Laboratoire d'Automatique, Lausanne, 2003