

Projet de semestre
Hiver 2005-06

Laboratoire d'Automatique

Modélisation d'une boucle de mesure de courant utilisant un capteur de type Fluxgate



Etudiant : Sélim Megzari
Assistant : Dr. Philippe Müllhaupt
Professeur : Prof. Roland Longchamp

Sommaire :

1. Introduction.....	2
2. Modèles existants	3
2.1. Magnétomètre Fluxgate.....	3
2.2. Transformateur de courant non-linéaire	3
2.3. Modèle du Dr. Wolfram Teppan.....	4
3. Modélisation du capteur.....	5
3.1. Modélisation de la structure du capteur.....	5
3.2. Modélisation de la boucle de détection	7
3.2.1. Structure de la boucle de détection	7
3.2.2. Caractéristique magnétique $\mu(H)$	9
3.2.3. Champ magnétique $H(I_1, I_2)$	15
3.2.4. Effet des termes dL / dt	18
3.2.5. Filtre RC.....	18
3.2.6. Circuit électrique équivalent : comparaison avec le modèle du Dr. Teppan ..	18
3.2.7. Résumé	22
4. Simulation.....	23
4.1. Implémentation.....	23
4.2. Données théoriques	25
4.3. Résultats.....	27
4.3.1. Comparaison des courbes $B(H)$	27
4.3.2. Effet des perturbations	37
4.3.3. Effet du filtre RC.....	39
4.3.4. Termes dL/dt	40
4.3.5. Modèle de Preisach discret.....	41
4.3.6. Fichiers Matlab Simulink en annexes	42
5. Conclusion.....	43
6. Bibliographie.....	44

1. Introduction

Ce projet est réalisé dans le cadre d'une collaboration entre le Laboratoire d'automatique et l'entreprise LEM SA. Il a pour but de modéliser un capteur de courant de type Fluxgate développé par LEM et nommé « IT-type Fluxgate Transducer ». L'accent est mis sur la modélisation de la partie de mesure à basses fréquences du capteur et, en particulier, les éléments détecteurs de courant. La détection de courant est basée sur le principe de mesure du second harmonique. La modélisation doit aboutir à la réalisation d'un fichier Matlab Simulink permettant de simuler le fonctionnement du capteur selon divers paramètres.

2. Modèles existants

2.1. Magnétomètre Fluxgate

Il existe une littérature importante ([5], [6]) traitant de la modélisation des magnétomètres Fluxgate. En effet, un capteur Fluxgate est à la base un capteur de champ magnétique et c'est là son domaine d'application principal. Son avantage majeur réside dans une plus grande sensibilité que les capteurs à effet Hall. Son fonctionnement repose sur la variation de perméabilité d'un noyau magnétique, par sa mise en saturation en créant un champ magnétisant à l'aide d'une ou de plusieurs bobines d'excitation. Le champ à mesurer modifie la variation de perméabilité du noyau magnétique, qui est mesurée par une bobine de détection.

On distingue deux catégories de magnétomètres Fluxgate selon que le champ externe est parallèle ou orthogonal au champ magnétisant. Dans le cas où le champ externe H_{ext} est parallèle, deux noyaux magnétiques sont excités de façon opposée par deux bobines d'excitation produisant des champs sinusoïdaux. Une bobine de détection recouvre l'ensemble des deux champs. Ainsi, en l'absence de champ externe, le flux détecté est nul.

Les champs magnétiques dans chacun des noyaux sont :

$$H_1 = H_{ext} + H_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (2.1)$$

$$H_2 = H_{ext} - H_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (2.2)$$

Les champs magnétiques créent une induction magnétique dans chaque noyau, de section A , selon la caractéristique $B(H)$ propre au matériau utilisé. Il est à noter que cette caractéristique est non-linéaire et que le fonctionnement d'un capteur Fluxgate repose sur cette non-linéarité. Le flux totalisé traversant la bobine de détection de N spires est donc :

$$\Psi = N \cdot A \cdot (B_1 + B_2) \quad (2.3)$$

Ce qui donne la tension induite dans la bobine de détection ([6]) :

$$U_{ind} = \frac{d\Psi}{dt} = N \cdot A \cdot \frac{d(B_1 + B_2)}{dt} \quad (2.4)$$

Le courant induisant un champ magnétique, un tel capteur pourrait être utilisé comme capteur de courant mais, en réalité, le capteur LEM a une construction différente. D'abord, le capteur LEM excite et détecte le champ d'un noyau magnétique au moyen de la même bobine et surtout cette bobine a une sortie en courant et non en tension.

2.2. Transformateur de courant non-linéaire

Dans le domaine de l'électronique de puissance, la non-linéarité des transformateurs de courant est considérée comme une perturbation qu'il s'agit de modéliser au mieux. Ainsi, de nombreux articles ([7], [8], [9], [10], [11]) se consacrent à la modélisation de la saturation, de l'hystérèse et des courants de Foucault dans le noyau magnétique d'un transformateur.

Différents types de modèles ont été recensés pour la modélisation de transformateur fonctionnant à basses fréquences ([10]). L'approche qui a été poursuivie dans ce projet est celle d'un modèle basé sur la topologie (« topology-based model » en anglais), c'est-à-dire qui part de la configuration géométrique du noyau pour déduire le fonctionnement du circuit. Ces modèles ont pour particularité de se fonder sur la dualité entre le circuit magnétique et le circuit électrique du transformateur. Il faut donc pouvoir passer d'une représentation en termes de flux magnétiques à une représentation en termes de courant.

L'inconvénient de ces modèles est qu'ils sont utilisés pour modéliser un transformateur qui est sensé fonctionner dans le domaine linéaire et non systématiquement en saturation comme pour le capteur Fluxgate.

2.3. Modèle du Dr. Wolfram Teppan

Un modèle de capteur de courant fonctionnant sur le principe Fluxgate a déjà été développé par Dr. Wolfram Teppan de l'entreprise LEM. Ce modèle s'apparente à un modèle électrique d'un transformateur de courant non-linéaire, la source de courant I_2 représentant le courant primaire que l'on doit mesurer. La saturation est modélisée par une inductance non-linéaire L_{Fe} . Les courants de Foucault sont modélisés par une résistance en parallèle avec les inductances représentant le noyau magnétique saturable. L'hystérèse n'a pas été modélisée.

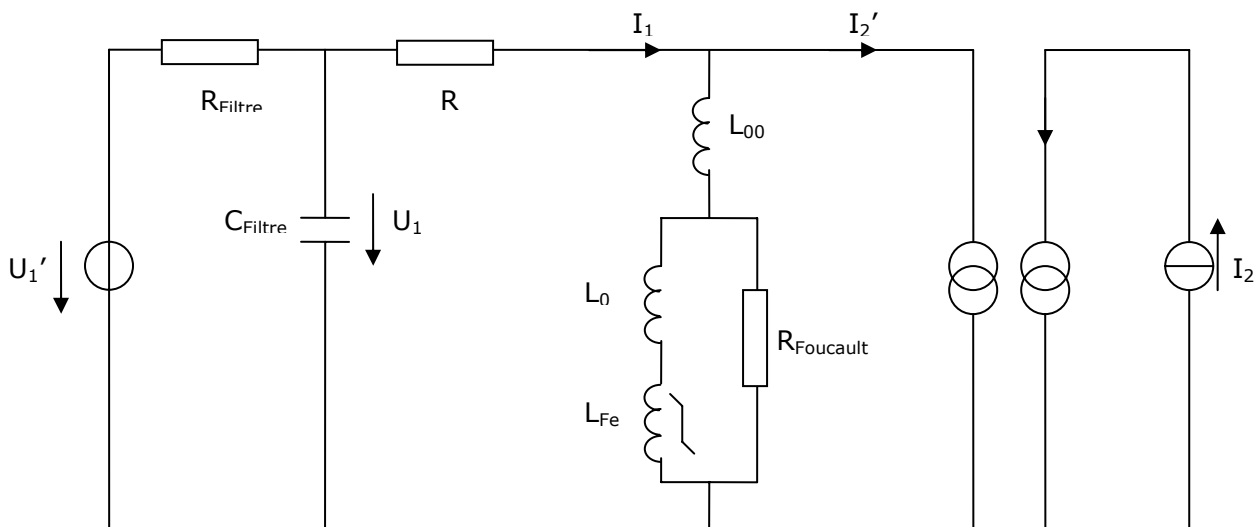


Figure 1 : Circuit électrique (modèle du Dr. Teppan)

3. Modélisation du capteur

3.1. Modélisation de la structure du capteur

Le IT-type Fluxgate Transducer (figure 2) est constitué de deux parties distinctes, l'une pour la mesure de courant basses fréquences et l'autre pour la mesure de courant hautes fréquences. Nous décidons de ne pas modéliser la partie hautes fréquences puisqu'elle ne fonctionne pas selon le principe Fluxgate mais selon le principe classique d'un transformateur linéaire.

La partie basses fréquences est constituée de deux boucles de détection du courant identiques. Ces boucles constituent véritablement l'élément de transduction du courant. Physiquement, chacune est constituée d'un noyau en matériau magnétique saturable, qui est traversé par le courant à mesurer et autour duquel sont enroulées deux bobines. La première bobine sert à la détection du courant primaire et la deuxième est traversée par un courant de contre-réaction qui sert à annuler le flux magnétique à l'intérieur du noyau. La première bobine est alimentée par un générateur de tension carrée. Le courant de chaque bobine de détection traverse ensuite un transformateur à point milieu. Ce transformateur lie le circuit de détection au circuit de traitement du signal par la mesure du second harmonique. La structure de la partie BF est modélisée par un schéma bloc dans la figure 3.

Il ressort de l'analyse de la structure du capteur que l'élément clé est la boucle de détection, aussi bien de par son importance que par la difficulté à la modéliser. Le projet s'est donc concentré sur la modélisation de cet élément.

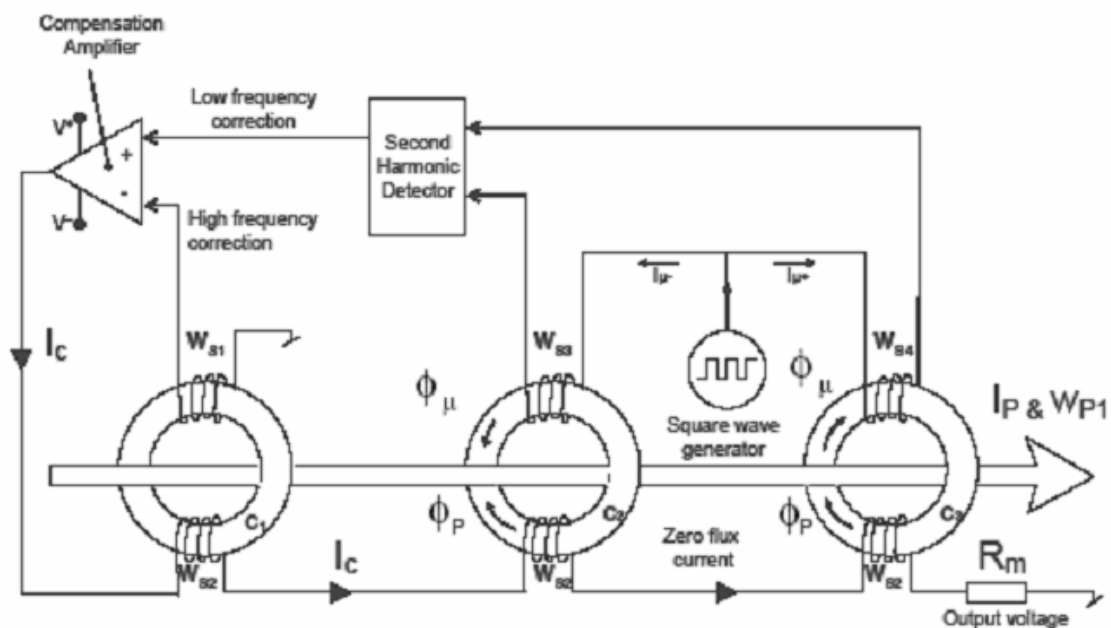
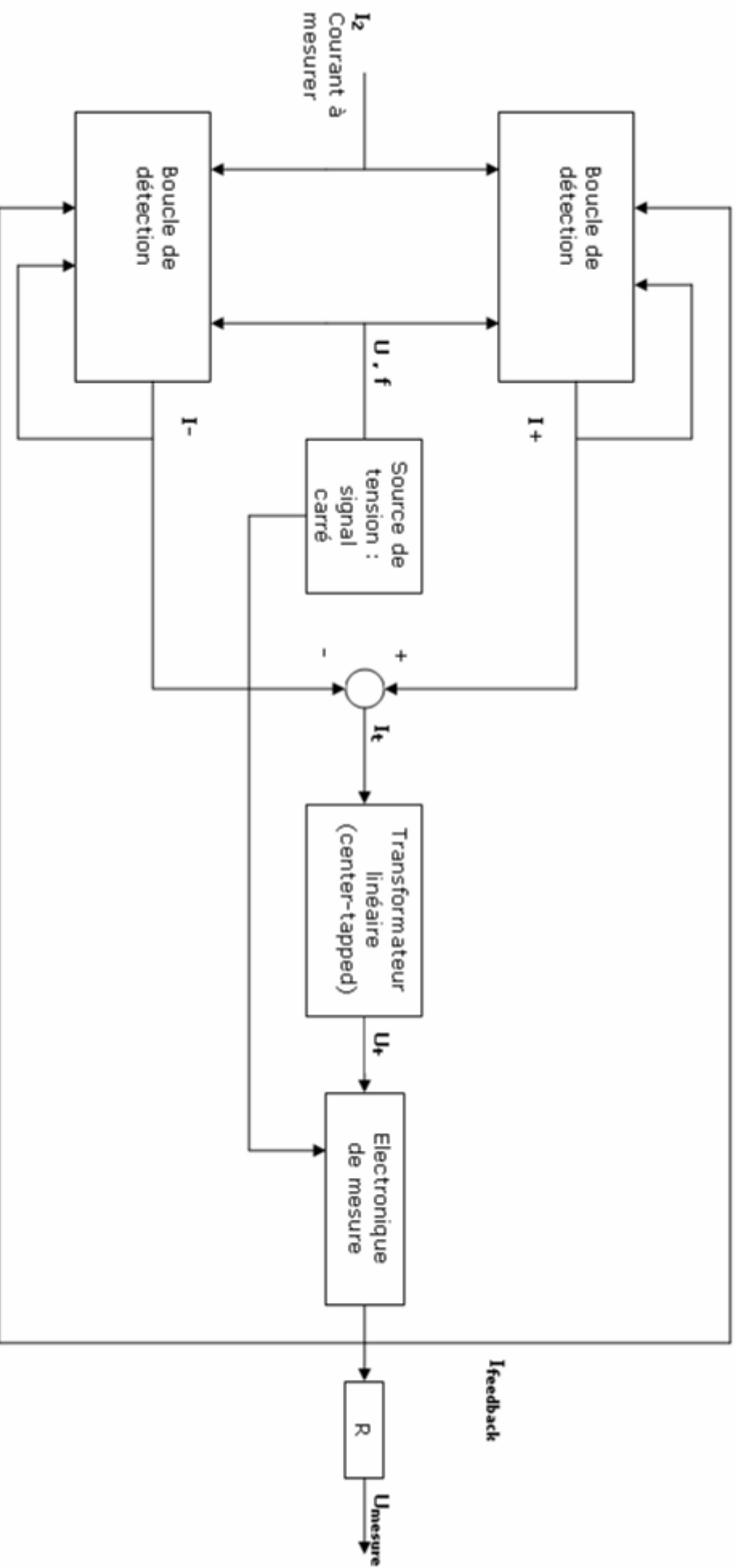


Figure 2 : Schéma descriptif du IT-type Fluxgate Transducer [2]

Figure 3 : Schéma bloc du capteur basses fréquences en boucle fermée



3.2. Modélisation de la boucle de détection

3.2.1. Structure de la boucle de détection

La modélisation de la boucle de détection se fait en considérant uniquement le fonctionnement en boucle ouverte. On néglige donc la bobine traversée par le courant de contre-réaction.

La structure de la boucle est identique à celle d'un transformateur de courant : un noyau magnétique autour duquel sont enroulés deux bobines. Cependant, la deuxième bobine considérée ici n'est pas la bobine de contre-réaction mais une bobine traversée par le courant à mesurer. En pratique, le conducteur qui est traversé par le courant à mesurer est simplement inséré dans la boucle sans être enroulé, ce qui s'apparente à une bobine à une seule spire. Par souci de généralisation, on considère toutefois le cas où une bobine à plusieurs spires serait enroulée autour du noyau.

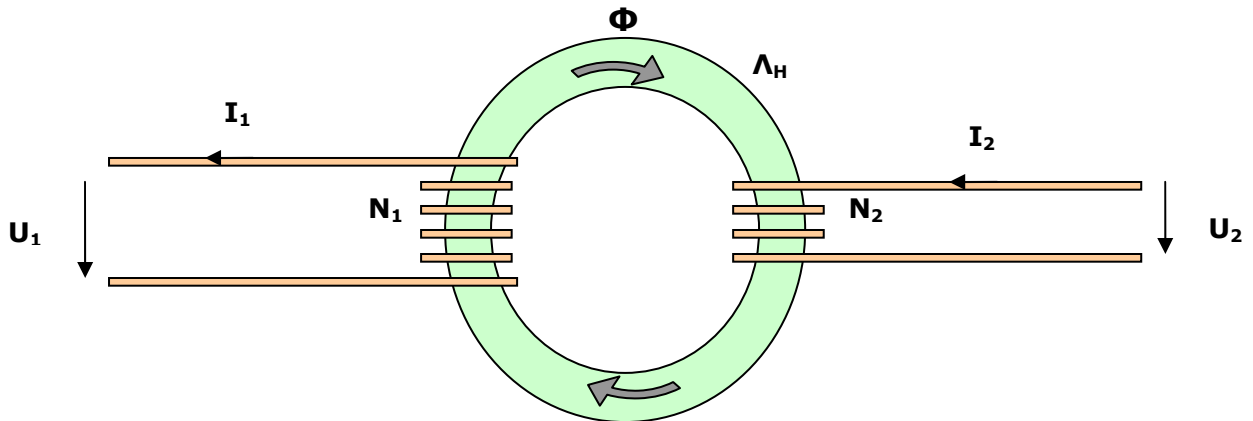


Figure 4 : Structure de la boucle de détection

On pose les équations de tension induite pour les deux circuits électriques du transformateur :

$$U_1 = R_1 \cdot i_1 + \frac{\partial \Psi_1}{\partial t} = R_1 \cdot i_1 + i_1 \cdot \frac{\partial L_{11}}{\partial t} + L_{11} \cdot \frac{\partial i_1}{\partial t} + i_2 \cdot \frac{\partial L_{12}}{\partial t} + L_{12} \cdot \frac{\partial i_2}{\partial t} \quad (3.1)$$

$$U_2 = R_2 \cdot i_2 + \frac{\partial \Psi_2}{\partial t} = R_2 \cdot i_2 + i_2 \cdot \frac{\partial L_{22}}{\partial t} + L_{22} \cdot \frac{\partial i_2}{\partial t} + i_1 \cdot \frac{\partial L_{12}}{\partial t} + L_{12} \cdot \frac{\partial i_1}{\partial t} \quad (3.2)$$

Le primaire, d'indice 2 (!), est constitué d'une bobine à N_2 spires alimentée par une source de tension U_2 , où passe le courant à mesurer I_2 . La résistance équivalente du primaire est R_2 . Le secondaire, d'indice 1 (!), est constitué d'une bobine de détection à N_1 spires parcourue par un courant I_1 et commandée par une source de tension U_1 . La résistance équivalente du secondaire est R_1 .

Hypothèse n°1 : $N_2 \ll N_1$ donc la modification de I_2 par I_1 est négligeable, ce qui semble raisonnable dans la mesure où le capteur de courant ne doit pas ou peu modifier le courant qu'il mesure. On néglige donc l'équation (3.2).

On constate que les termes d'inductance doivent être spécifiés. Il y a à ce niveau deux approches possibles. On peut d'abord maintenir la modélisation au niveau du circuit électrique, comme dans le modèle du Dr. Teppan. On peut cependant aussi considérer le circuit magnétique équivalent. Les inductances peuvent alors être exprimées en fonction des paramètres géométriques du circuit ainsi qu'en fonction de la caractéristique magnétique du noyau.

Hypothèse n°2 : il n'y a pas de fuites magnétiques.

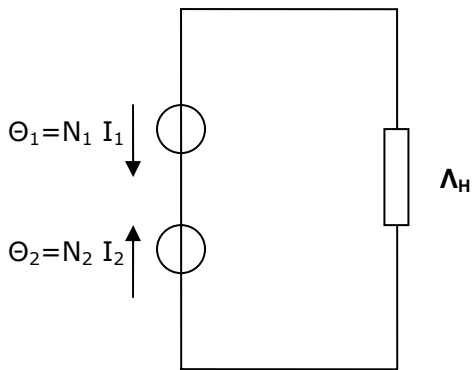


Figure 5 : Schéma magnétique équivalent

Le circuit magnétique est ainsi constitué d'une seule boucle avec deux potentiels magnétiques qui correspondent à chacune des bobines et une perméance principale. On explicite donc l'expression des inductances :

$$L_{11} = N_1^2 \cdot \Lambda_H \quad (3.3)$$

$$L_{12} = N_2 \cdot N_1 \cdot \Lambda_H \quad (3.4)$$

La perméance Λ_H du circuit magnétique est déterminée par la perméabilité μ , la section A et la longueur l du circuit magnétique :

$$\Lambda_H = \mu \cdot \frac{A}{l} \quad (3.5)$$

En remplaçant (3.3), (3.4) et (3.5) dans (3.1) :

$$U_1 = R_1 \cdot i_1 + N_1^2 \cdot \frac{A}{l} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial t} \cdot i_1 + N_1^2 \cdot \frac{A}{l} \cdot \mu \cdot \frac{\partial i_1}{\partial t} + N_1 \cdot N_2 \cdot \frac{A}{l} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial t} i_2 + N_1 \cdot N_2 \cdot \frac{A}{l} \cdot \mu \cdot \frac{\partial i_2}{\partial t} \quad (3.6)$$

Dans un matériau magnétique où les phénomènes de saturation et d'hystérèse n'interviennent pas parce que l'on travaille dans le domaine linéaire de la caractéristique de ce matériau, la perméabilité μ est une constante. Cependant, pour un capteur Fluxgate, on ne peut pas faire cette approximation car la non-linéarité de cette caractéristique, plus précisément le phénomène de saturation, est indispensable au fonctionnement même du capteur.

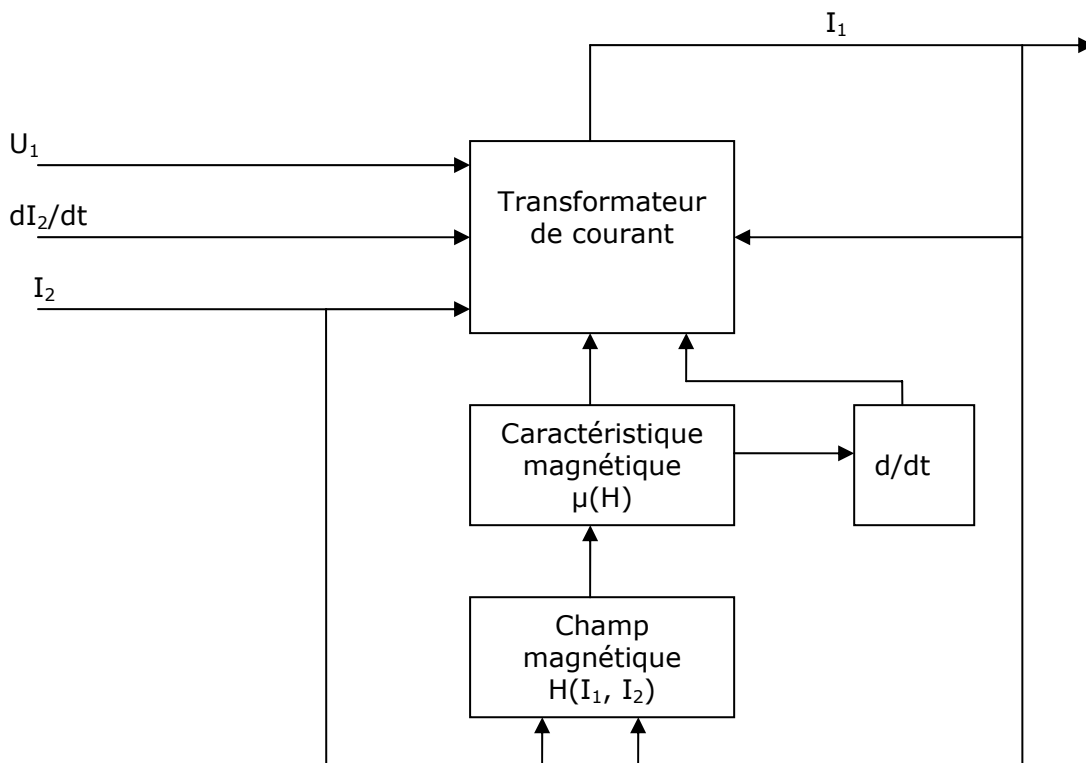


Figure 6 : Schéma-bloc de la boucle de détection

La perméabilité est en fait une fonction non linéaire du champ magnétique H dans le noyau magnétique. Ce champ magnétique est lui-même généré par un potentiel magnétique dû aux deux bobines, c'est-à-dire dû aux courants I_1 et I_2 . On peut donc résumer le modèle de la boucle de détection à l'aide d'un premier schéma bloc à la figure 6. Le bloc « transformateur de courant » correspond à l'équation (3.6). Il reste à expliciter les autres blocs dans les sections qui suivent.

3.2.2. Caractéristique magnétique $\mu(H)$

Nous devons maintenant approximer par une fonction la caractéristique magnétique, du matériau utilisé dans le noyau du transformateur. La perméabilité μ est donnée par :

$$\mu(H) = \frac{B(H)}{H} \quad (3.7)$$

où B est l'induction magnétique.

Dans la pratique, c'est la courbe $B(H)$ qu'on détermine expérimentalement. Elle a typiquement la forme représentée à la figure 7, avec une courbe qui s'aplatit à cause de la saturation pour des valeurs absolues du champ magnétique H très élevées. Le fait que la courbe ne soit pas identique selon que le champ augmente ou diminue est dû au phénomène d'hystérèse. Le matériau utilisé doit avoir les propriétés magnétiques suivantes : forte perméabilité dans la zone linéaire (accroître l'effet non-linéaire dû à la saturation) et faible hystérèse. Il s'agit donc d'un matériau magnétique « doux ».

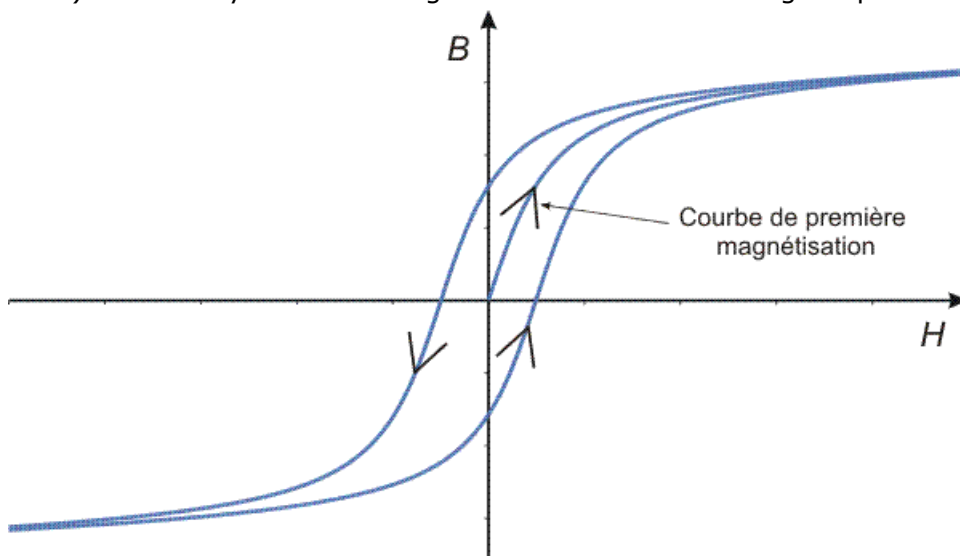


Figure 7 : Courbe $B(H)$ avec hystérèse et saturation

Une fois que l'on connaît cette courbe pour le matériau qu'on utilise, tout le problème consiste dès lors à approximer les données expérimentales par une fonction. De nombreux articles se consacrent à ce problème.

3.2.2.1. Saturation

Si l'on ne considère que la fonction utilisée pour approximer la caractéristique sans l'hystérèse, on peut distinguer les variantes suivantes dans la littérature :

- fonction polynomiale ([9], [16])
- fonction rationnelle ([7], [17])
- fonction arctangente ([12], [15])

Très souvent, dans la littérature, on ne considère pas cette fonction entre H et B mais entre le courant i et le flux magnétique λ . Cela ne change rien à sa forme puisqu'il existe

généralement une relation linéaire entre H et i , et entre B et λ . Il existe aussi une approximation par des exponentielles ([8]), mais ce modèle ne s'applique pas à des systèmes fonctionnant quasi-constamment en saturation.

La caractéristique $B(H)$ est souvent notée sous la forme :

$$B = \mu_0(H + M) \quad (3.8)$$

avec H le champ magnétique et M l'aimantation (« magnetization » en anglais), une fonction de H , et μ_0 la perméabilité du vide (une constante valant $4\pi \cdot 10^{-7}$). La fonction de magnétisation est propre à chaque matériau.

On constate que lorsque l'aimantation $M(H) = 0$, on obtient une fonction $B(H)$ linéaire qui correspond à la caractéristique magnétique du vide. Souvent, $M(H)$ est uniquement approximé dans la zone linéaire avec :

$$M(H) = (\mu_R - 1) \cdot H \quad (3.9)$$

avec μ_R la perméabilité relative du matériau, qui vaut :

$$\mu_R = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (3.10)$$

Le coefficient devant H dans (3.9) est appelé la susceptibilité magnétique χ :

$$\chi = \mu_R - 1 \quad (3.11)$$

En remplaçant (3.9) dans (3.8), on obtient la caractéristique linéaire :

$$B(H) = \mu_0 \cdot \mu_R \cdot H \quad (3.12)$$

Pour de faibles champs magnétiques, une approximation classique est la loi de Rayleigh :

$$M(H) = \chi \cdot H + \lambda \cdot H^2 \quad (3.13)$$

avec χ la susceptibilité magnétique initiale et λ la constante de Rayleigh du matériau.

Fonction polynomiale

Dans le cas d'une approximation par un polynôme, l'aimantation est donnée par :

$$M(H) = a_0 H^2 + a_1 H^4 + a_2 H^6 + a_3 H^8 \quad (3.14)$$

En utilisant (3.7) et (3.8), on peut déterminer la fonction de perméabilité :

$$\mu(H) = \frac{B(H)}{H} = \frac{\mu_0(H + M)}{H} = \mu_0 + \mu_0 \cdot \frac{M(H)}{H} \quad (3.15)$$

$$\mu(H) = \mu_0 + \mu_0(a_0 H + a_1 H^3 + a_2 H^5 + a_3 H^7) \quad (3.16)$$

On remarque qu'on se limite généralement à la puissance 7. En raison de la symétrie impaire, on considère uniquement les termes de puissances impaires. Cependant, les

tests réalisés en simulation ont montré que, même en optimisant le choix des paramètres, le comportement obtenu n'est pas assez non-linéaire, ce qui a été confirmé par un des articles ([17]).

Fonction rationnelle

L'approximation par une fonction rationnelle, dont la fonction polynomiale est un cas particulier, est présentée de manière rigoureuse dans un article de Rivas et Zamorro ([17]).

La fonction de magnétisation devient :

$$M(H) = \frac{a_1 H + a_2 H^2}{1 + b_1 H + b_2 H^2} \quad (3.17)$$

Ce qui permet d'obtenir la fonction de perméabilité :

$$\mu(H) = \mu_0 + \mu_0 \cdot \frac{a_1 + a_2 H}{1 + b_1 H + b_2 H^2} \quad (3.18)$$

Le modèle du Dr. Teppan ([3]) utilise justement des fonctions rationnelles de ce type pour modéliser l'inductance :

$$L(i) = L_0 + \frac{L_{Fe,max}}{1 + \left(\frac{i}{I_{0,5}}\right)^{2n}} \quad (3.19)$$

L'équivalent de cette fonction dans le domaine magnétique serait :

$$\mu(H) = \mu_0 + \mu_0 \cdot \frac{a_1}{1 + b_2 H^2} \quad (3.20)$$

Fonction arctangente

Dans ce cas, il n'existe pas de fonction explicite pour l'aimantation. $B(H)$ est donné sous la forme :

$$B(H) = k_1 \cdot \tan^{-1}(k_0 \cdot H) \quad (3.21)$$

Et donc :

$$\mu(H) = \mu_0 + \frac{k_1 \cdot \tan^{-1}(k_0 \cdot H)}{H} \quad (3.22)$$

Pour des valeurs absolues de H élevées, la perméabilité tend vers zéro, ce qui n'est pas possible puisque

3.2.2.2. Hystérèse

Maintenant que l'effet de la saturation a été modélisé, il faut tenir compte de l'hystérèse. Cependant, cette modélisation est beaucoup plus complexe. Si l'on examine la figure 8, on constate que plusieurs courbes sont possibles pour un même matériau. La courbe anhystérétique est la courbe de saturation qui ne comporte pas de phénomène d'hystérèse. La « major loop » est la courbe avec hystérèse mais la dérivée de l'entrée change de signe en dehors de la zone comprise entre les deux valeurs seuils. La « major loop » définit donc les deux courbes externes, une dans le cas où l'entrée augmente et l'autre dans le cas où elle diminue, qui délimitent l'étendue maximale de l'hystérèse dans

la zone intermédiaire. L'intersection sur l'axe H des majors loops définit le champ coercitif H_C .

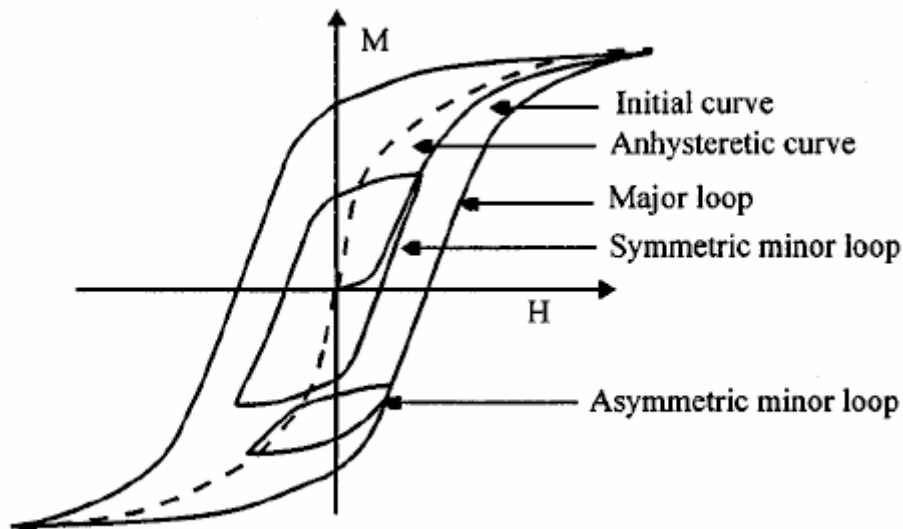


Figure 8 : Caractéristique $B(H)$ avec différents effets hystérétiques

Imaginons par contre que l'entrée augmente et se situe entre les deux valeurs de seuil. Si l'entrée diminue à nouveau, la valeur que prend la sortie ne peut tout d'un coup basculer vers la valeur donnée par l'autre courbe externe. La courbe modélise un phénomène physique qui reste continue. Donc, dans la réalité, la valeur de sortie suit une « minor loop », c'est-à-dire une courbe d'hystérèse de même allure que la « major loop » mais de plus faible amplitude car correspondant à une variation de l'entrée avant le dépassement d'un des seuils.

Quoi qu'il en soit, la courbe d'hystérèse est donc une fonction non seulement de l'entrée mais, dès que l'entrée se situe entre les deux seuils, une fonction des valeurs précédentes de l'entrée. Les valeurs précédentes servent à déterminer d'une part le signe de la dérivée mais aussi les valeurs maximales et minimales précédentes de l'entrée. La caractéristique magnétique d'un matériau s'avère donc être un système avec un nombre d'états potentiellement infini.

Des développements récents ont permis de prendre en compte des types d'hystérèse de plus en plus complexes. La réversibilité, l'anisotropie et certains effets thermiques sont ainsi autant de phénomènes qui ne sont pas modélisés habituellement. Une hystérèse dite « dynamique », qui rend la sortie dépendante de sa vitesse de variation, a ainsi été développée ([19]) mais nous nous limiterons aux cas d'hystérèses statiques.

Deux approches distinctes au problème de l'hystérèse ont finalement été essayées. L'une consiste à modifier la fonction choisie précédemment pour simuler un comportement hystérétique ; l'autre à utiliser un modèle global qui simule en même temps l'hystérèse et la saturation. Dans la littérature ([9], [15]), l'hystérèse est souvent modélisée dans le circuit électrique par une résistance en parallèle à l'inductance non-linéaire du circuit. Comme nous le verrons (cf. 3.2.3.), cette résistance correspond en fait à la prise en compte des courants de Foucault mais elle ne se justifie pas pour l'hystérèse si ce n'est que par le fait qu'une hystérèse provoque aussi des pertes.

Premièrement, on peut modifier la fonction $B(H)$ en définissant deux fonctions différentes selon que le champ magnétique H augmente ou diminue, c'est-à-dire que la dérivée de H soit positive ou négative. Ainsi, quand H augmente, on utilise $B_+(H)$ une version décalée

à droite de la fonction et $B(H)$ quand H diminue. Le décalage correspond au champ coercitif H_c et est identique pour garantir la symétrie. Ainsi :

$$B_+(H) = B(H + H_c) \quad (3.23)$$

$$B_-(H) = B(H - H_c) \quad (3.24)$$

La question qui se pose est de savoir s'il faut appliquer le même offset au champ magnétique H qui se trouve au dénominateur dans l'équation (3.7). En effet, si l'on n'applique pas d'offset et qu'on s'en tient à la formule (3.7), on constate que dans les quadrants 2 et 4 du plan $B-H$, la perméabilité devient négative, ce qui était précédemment impossible puisque la courbe $B(H)$ était limitée aux quadrants 1 et 3. Malgré de nombreuses recherches dans la littérature, la formule pour la perméabilité dans le cas d'une hystérèse n'a pas pu être trouvée. Pour éviter d'avoir des valeurs de perméabilité négative, on peut soit considérer la perméabilité différentielle qui est la dérivée de la courbe $B(H)$, soit décider d'appliquer le même offset à H au dénominateur, ce que nous avons fait. La fonction de perméabilité devient donc :

$$\mu_+(H) = \frac{B(H + H_c)}{H + H_c} \quad (3.25)$$

$$\mu_-(H) = \frac{B(H - H_c)}{H - H_c} \quad (3.26)$$

Cette première approche possède deux avantages majeurs : sa facilité d'implémentation et la nécessité de n'utiliser qu'une seule variable d'état pour prendre en compte la dérivée de H . Cependant, elle ne permet que de modéliser les « majors loops ». De plus, quand le seuil est dépassé, les deux courbes ne convergent pas et la courbe μ_+ demeure légèrement inférieur.

La deuxième approche consiste donc à reprendre un véritable modèle d'hystérèse dans la littérature. Liorzou, Phelps et Atherton présente dans leur article ([13]) quatre modèles devenues classiques pour modéliser complètement la courbe de magnétisation $M(H)$. Nous avons décidé de nous concentrer sur le modèle de Preisach.

Modèle de Preisach

Le modèle développé par Preisach en 1935 pour exprimer une hystérèse sous forme mathématique est devenu très populaire dans la communauté scientifique. Pour comprendre ce modèle, commençons par décrire la fonction d'hystérèse la plus élémentaire : le relai noté $\gamma_{\alpha\beta}u(x)$. Le relai a comme paramètres deux valeurs de l'entrée, α et β , qui sont des valeurs de seuil. Si l'entrée est inférieure à α , la sortie vaut 0 et, si l'entrée est supérieure à β , la sortie vaut 1. Dans la zone entre α et β , la valeur de la sortie est égale à 0 si l'entrée était précédemment inférieure à α et 1 si elle était précédemment supérieure à β .

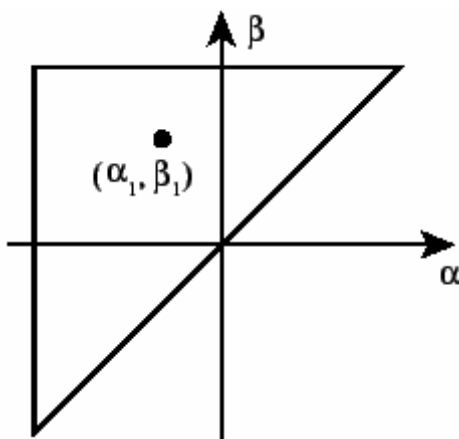
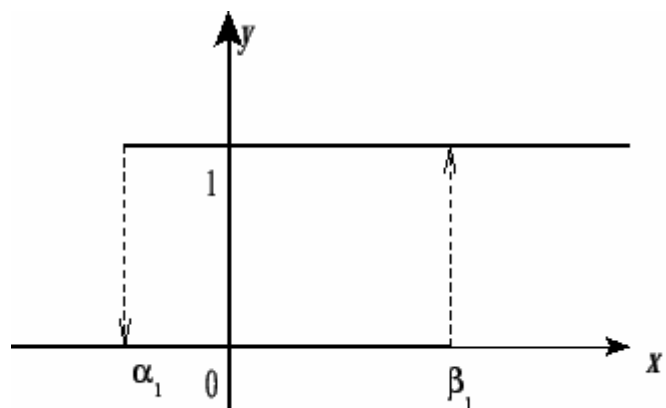


Figure 10: Courbe $y = \gamma_{\alpha\beta}u(x)$ pour la fonction relai



13 Figure 9 : Domaine des valeurs de seuil

Le modèle de Preisach considère qu'un phénomène peut être modélisé par un ensemble de relais en parallèles dont les valeurs de seuils α et β se trouvent dans un domaine défini. Ce domaine est dans le plan (α, β) un triangle délimité par les trois fonctions $\alpha = \alpha_{\min}$, $\beta = \beta_{\max}$ et $\alpha = \beta$. Il existe donc une infinité de relais pour l'ensemble des combinaisons de valeurs de seuils se trouvant dans ce plan. On peut cependant assigner des pondérations différentes aux valeurs de sorties des relais par une fonction de densité $p(\alpha, \beta)$. La valeur de sortie correspond donc à la somme de l'ensemble des valeurs de sorties des relais qui ont été activés. Il reste à déterminer quels relais ont été activés.

Pour savoir quels relais ont été activés, il faut savoir quels sont les points d'extrema de la fonction de l'entrée $x(t)$. On peut déterminer ces points de façon simple, grâce à l'interprétation géométrique du modèle de Preisach. Cette interprétation examine l'ensemble des relais qui ont été activés dans le triangle des valeurs de seuil en considérant que, lorsque x augmente, toutes les valeurs des relais dont le seuil β est inférieur à x qui n'étaient pas à 0 deviennent 1. De même, quand x diminue, toutes les valeurs des relais dont le seuil α est inférieur à x qui n'étaient pas à 1 deviennent 0. Au fur et à mesure que les relais sont activés et désactivés, une courbe de séparation $S(\alpha, \beta)$, qui est constituée de segments de droites verticales et horizontales, marque la frontière entre la zone du triangle où les relais ont été activés de celle où les relais n'ont pas été activés. La figure 11 montre justement la correspondance entre la courbe d'hystérèse et l'aire sous la courbe de séparation dans le triangle, avec les points d'extremum en rouge.

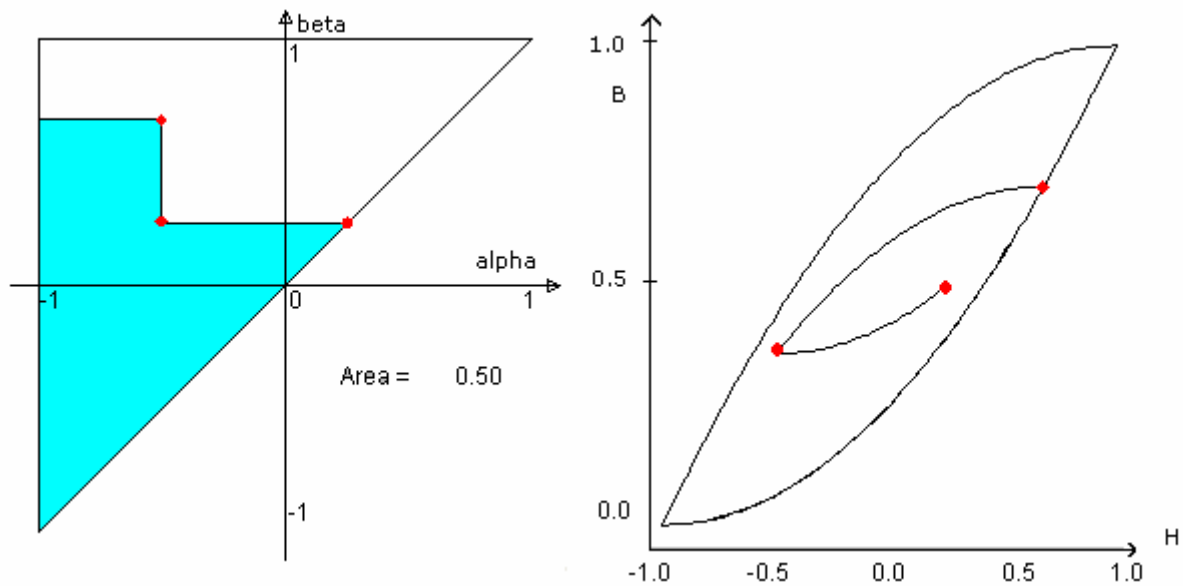


Figure 11 : Domaine des valeurs de seuil (à gauche) et courbe d'hystérèse correspondante (à droite)

Nous pouvons maintenant définir clairement la fonction d'hystérèse pour une entrée x qui correspond au champ magnétique H ([18]):

$$B_{\text{preisach}}(H) = \iint_S p(\alpha, \beta) \cdot \gamma_{\alpha\beta} u(H) \cdot d\alpha \cdot d\beta \quad (3.27)$$

avec $\gamma_{\alpha\beta} u(H)$ la fonction relai pour les seuils α et β , $p(\alpha, \beta)$ la fonction de densité qui assigne une valeur de sortie à chaque relai en fonction de son seuil, et S l'aire du domaine dans le plan (α, β) où les relais sont activés (donc avec la valeur de sortie maximale).

Il existe aussi une version discrète du modèle de Preisach. Le modèle mathématique est identique à la seule différence qu'il n'y a plus une infinité de relai dans le plan (α, β) mais un nombre fini de relai qui balayent le domaine des valeurs de seuil (figure x). Les valeurs de α et β ne peuvent donc prendre que des valeurs discrètes et on se retrouve à effectuer non plus une double intégrale mais une double somme.

Nous avons tenté d'implémenter les deux versions du modèle de Preisach, continue et discrète. La version continue est difficile à mettre sous forme de S-Function dans Matlab. Il faut en effet s'assurer de stocker les valeurs de tous les précédents extrema de l'entrée H qui caractérisent la courbe de séparation $S(\alpha, \beta)$ et donc s'assurer d'effacer les extrema qui ne caractérisent plus cette courbe. La version discrète est plus simple à réaliser mais elle nécessite d'utiliser une variable d'état pour chaque relai pour savoir s'il est activé. Pour avoir une résolution suffisante, cela implique d'utiliser plusieurs centaines, voire plusieurs milliers, de variables d'états. Les tests effectués n'ont pas montré de problème à stocker utiliser autant de variables, c'est donc la version discrète qui a été retenue.

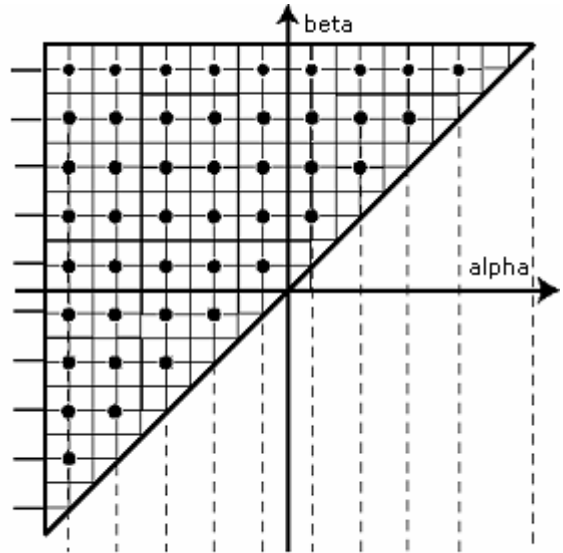


Figure 12 : Domaine des valeurs de seuil discrétisé

Utiliser un triangle comme domaine pour les valeurs de seuil implique que, dès que l'entrée est supérieure β_{\max} ou inférieure à α_{\min} , la valeur de sortie reste constante. Nous aurions aussi pu définir différemment la fonction $B(H)$ en dehors de cette intervalle, en choisissant par exemple une droite de pente très faible. La fonction de densité $p(\alpha, \beta)$ a été choisie constante, de valeur 1, pour garantir une densité homogène sur toute la surface du triangle. Nous avons donc pour fonction de perméabilité :

$$\mu(H) = \begin{cases} \mu_0 + B_{\text{preisach}}(\alpha_{\min})/H, & H \leq \alpha_{\min} \\ \mu_0 + B_{\text{preisach}}(H)/H, & H > \alpha_{\min} \text{ et } H < \beta_{\max} \\ \mu_0 + B_{\text{preisach}}(\beta_{\max})/H, & H \geq \beta_{\max} \end{cases} \quad (3.28)$$

3.2.3. Champ magnétique $H(I_1, I_2)$

La caractéristique magnétique a comme variable d'entrée le champ magnétique H à l'intérieur de la boucle de détection. Grâce à la modélisation de cette boucle par un circuit magnétique équivalent (figure 4), il est possible de déterminer aisément ce champ à partir des potentiels magnétiques créés par chaque bobine.

Le potentiel magnétique sur un circuit de longueur l et parcouru par un champ magnétique homogène H vaut ([1]) :

$$\Theta = \int_0^l H \cdot dx = H \cdot l \quad (3.29)$$

Pour le circuit magnétique qui modélise la boucle de détection, on peut établir une relation entre le champ et le potentiel magnétique total du circuit :

$$H = \frac{1}{l} \cdot \Theta_{\text{tot}} \quad (3.30)$$

Ce même potentiel magnétique est créé par une bobine de N spires parcourue par un courant i ([1]) :

$$\Theta = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{s} = N \cdot i \quad (3.31)$$

Le potentiel créé par la bobine de détection vaut donc :

$$\Theta_{bobine,1} = N_1 \cdot i_1 \quad (3.32)$$

Et celui créé par la bobine du courant à mesurer :

$$\Theta_{bobine,2} = N_2 \cdot i_2 \quad (3.33)$$

Le potentiel magnétique total est la somme des potentiels de chaque bobine. Cependant, on pose par convention que les potentiels sont de sens opposés.

$$\Theta_{tot} = \Theta_{bobine,1} - \Theta_{bobine,2} \quad (3.34)$$

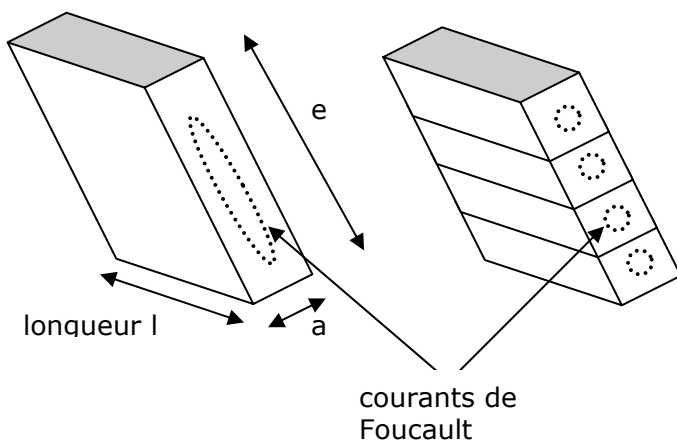
En remplaçant (3.32) et (3.33) dans (3.34), puis dans (3.30), on trouve la relation finale :

$$H = \frac{1}{l} \cdot (N_1 \cdot i_1 - N_2 \cdot i_2) \quad (3.35)$$

Courants de Foucault

Nous avons déjà modélisé l'hystérèse, qui est l'un des phénomènes parasites causant à la fois des pertes énergétiques et des perturbations du signal. Il existe un deuxième phénomène de cette nature : les courants de Foucault, appelés aussi courants tourbillonnaires et, en anglais, « Eddy currents ».

Ces courants sont causés par un phénomène d'induction dans le conducteur que constitue le matériau magnétique du noyau. Ces courants sont généralement réduits par un feuilletage du noyau en tôles parallèles.



Considérons cependant d'abord le cas où le noyau est en un seul bloc, avec une longueur du bloc, qui est donc la longueur « l » du circuit magnétique et une épaisseur « e » et une largeur « a », qui correspondent à la section du circuit magnétique.

On obtient donc la résistance suivante :

$$R_{Foucault} = \frac{l}{a \cdot e} \cdot \rho$$

Figure 13 : Coupe du noyau magnétique (avec feuilletage à droite)

(3.36)

Si l'on décompose le bloc dans son épaisseur en N_F tôles parallèles à l'induction magnétique B , on obtient pour la résistance d'une tôle :

$$R_{tôle} = \frac{l}{a \cdot (e / N_F)} \cdot \rho = N_F \cdot \frac{l}{a \cdot e} \cdot \rho = N_F \cdot R_{Foucault} \quad (3.37)$$

On doit maintenant exprimer le flux traversant chaque tôle en fonction du flux sur toute la surface :

$$\phi_{tôle} = B \cdot S_{tôle} = B \cdot a \cdot (e / N_F) = \phi_{total} / N_F \quad (3.38)$$

On peut maintenant déterminer le courant de Foucault dans chaque tôle grâce à l'équation de tension induite, sachant qu'il s'agit d'un court-circuit :

$$U_{tôle} \equiv 0 = R_{tôle} \cdot i_{tôle} + \frac{\partial \phi_{tôle}}{\partial t} \quad (3.39)$$

En y remplaçant (3.37) et (3.38) et en explicitant le courant :

$$i_{tôle} = -\frac{1}{R_{tôle}} \cdot \frac{\partial \phi_{tôle}}{\partial t} = -\frac{1}{R_{Foucault} \cdot N_F} \cdot \left(\frac{1}{N_F} \cdot \frac{\partial \phi_{total}}{\partial t} \right) = -\frac{1}{N_F^2} \cdot \frac{1}{R_{Foucault}} \cdot \frac{\partial \phi_{total}}{\partial t} \quad (3.40)$$

Et donc, la somme de tous les courants de Foucault vaut :

$$i_{Foucault} = N_F \cdot i_{tôle} = -\frac{1}{N_F} \cdot \frac{1}{R_{Foucault}} \cdot \frac{\partial \phi_{total}}{\partial t} \quad (3.41)$$

La dérivée du flux total peut être exprimée grâce à (3.1) :

$$U_1 = R_1 \cdot i_1 + N_1 \cdot \frac{\partial \phi_{total}}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial \phi_{total}}{\partial t} = \frac{U_1 - R_1 \cdot i_1}{N_1} \quad (3.42)$$

On a finalement l'expression suivante :

$$i_{Foucault} = -\frac{1}{N_F} \cdot \frac{1}{R_{Foucault}} \cdot \frac{U_1 - R_1 \cdot i_1}{N_1} \quad (3.43)$$

Si l'on examine maintenant l'effet de ces courants de Foucault au niveau du modèle de la boucle de détection, on constate que ces courants supplémentaires sont responsables de leur propre potentiel magnétique et modifie donc le circuit magnétique équivalent. La modification du potentiel magnétique total implique une modification du champ magnétique créé dans le noyau. Celui-ci devient alors :

$$H = \frac{1}{l} \cdot (N_1 \cdot i_1 - N_2 \cdot i_2 + i_{Foucault}) \quad (3.44)$$

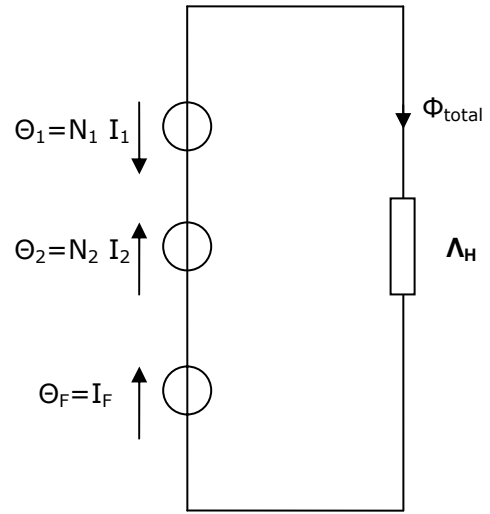


Figure 14 : Circuit magnétique équivalent avec courants de Foucault

Il faut noter qu'à cause du signe « moins » dans l'expression (3.44), le potentiel magnétique dû aux courants de Foucault agit toujours en opposition du flux résultant dans le circuit magnétique.

Cas de la deuxième boucle de détection

Le capteur possède deux boucles de détection qui sont montées de sorte à ce que le flux créé par le courant mesuré agisse dans des sens opposés dans chaque bobine. Il faut donc modifier la relation (3.44) pour la deuxième bobine en changeant le signe du potentiel de la bobine du courant mesuré :

$$H = \frac{1}{l} \cdot (N_1 \cdot i_1 + N_2 \cdot i_2 + i_{\text{Foucault}}) \quad (3.45)$$

3.2.4. Effet des termes dL / dt

Après avoir testé un premier modèle par simulation, il est clairement apparu que les termes $\frac{\partial L_{11}}{\partial t}$ et $\frac{\partial L_{12}}{\partial t}$ nuisait au comportement dynamique de la simulation (cf. 4.3.4). En les retirant, nous avons constaté que la simulation produisait des courbes de même allure que les courbes théoriques, ce qui laissait supposer que ces termes étaient négligeables. Nous avons donc procédé à l'élimination de ces termes.

Hypothèse n° 3 : l'effet des termes de dérivées d'inductance $\frac{\partial L_{11}}{\partial t}$ et $\frac{\partial L_{12}}{\partial t}$ est négligeable.

Malheureusement, n'ayant pas pu obtenir les données expérimentales réelles du capteur, il était impossible de vérifier la validité de cette approximation.

3.2.5. Filtre RC

Les résultats de simulation ont rapidement montré un comportement dynamique médiocre pour le modèle. Il s'est finalement avéré que les fréquences élevées n'étaient a priori pas filtrées. Puisque tout système réel comporte forcément une limite à hautes fréquences, le rajout d'un filtre passe-bas semblait tout à fait justifié. En analysant le modèle du Dr. Teppan, il est apparu que nous avons utilisé une source de tension idéale dans notre modèle. Nous avons donc décidé de reprendre le modèle utilisé par le Dr. Teppan pour la source de tension en rajoutant un filtre RC à sa sortie.

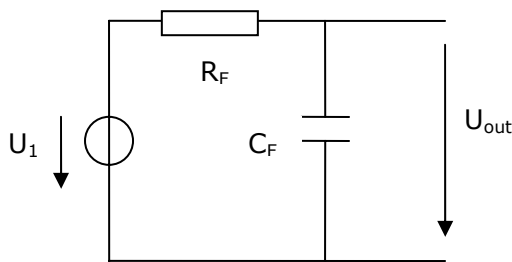


Figure 15 : Circuit électrique du filtre

Nous pouvons modéliser le filtre de résistance R_F et de capacité C_F par une fonction de transfert :

$$\frac{U_1}{U_1'} = \frac{1}{R_F + \frac{1}{j\omega C_F}} = \frac{1}{1 + \frac{s}{1/R_F C_F}} \quad (3.46)$$

Nous avons donc comme fréquence de coupure :

$$f_{RC} = \frac{1}{2\pi \cdot R_F \cdot C_F} \quad (3.47)$$

3.2.6. Circuit électrique équivalent : comparaison avec le modèle du Dr. Teppan

Il est intéressant de ramener cette approche basée sur le circuit magnétique au niveau d'un circuit électrique. On peut ainsi comparer le modèle obtenu avec celui du Dr. Teppan.

Pour commencer, établissons un premier schéma électrique basé sur les équations (1) et (2). Il s'agit d'un transformateur réel dont le secondaire est une source de courant idéale et dont les termes inductances de fuite sont nuls (hypothèses 1 et 2). Le schéma d'un tel transformateur nécessite de placer la perméance mutuelle Λ_H soit au primaire, soit au secondaire du transformateur. Nous avons décidé de la placer au primaire ce qui nous donne l'inductance mutuelle du schéma.

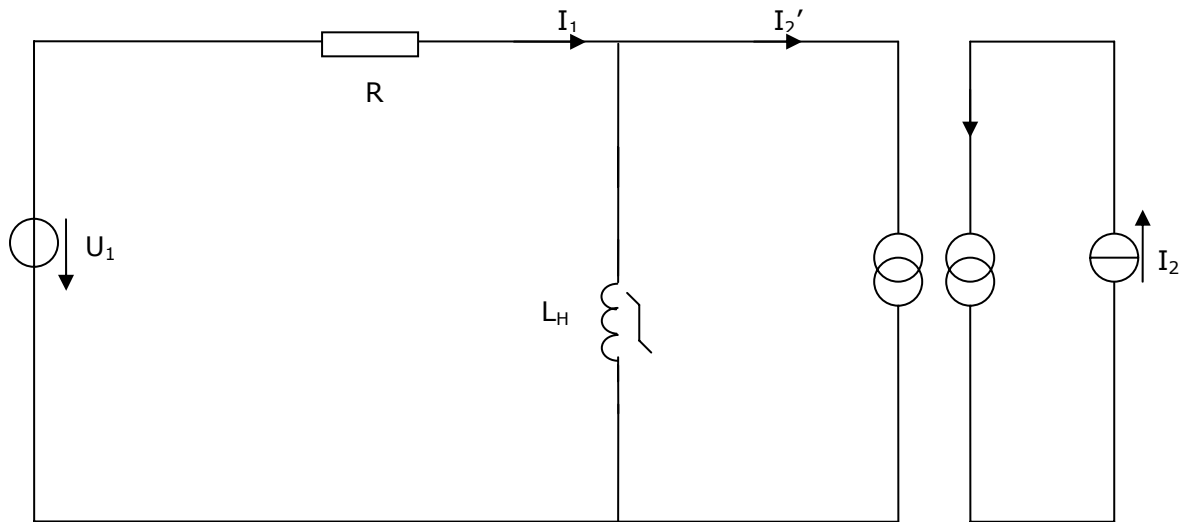


Figure 16 : Circuit électrique équivalent

On peut donc trouver la tension générée par le passage du courant I_1 au travers de cette inductance :

$$U_{H,1} = \frac{\partial(L_H \cdot i_1)}{\partial t} = L_H \cdot \frac{\partial i_1}{\partial t} + i_1 \cdot \frac{\partial L_H}{\partial t} \quad (3.48)$$

Le courant du secondaire rapporté au primaire I_2' vaut :

$$i_2' = \frac{N_2}{N_1} \cdot i_2 \quad (3.49)$$

La tension générée par le passage de ce courant au travers de l'inductance L_H vaut :

$$U_{H,2} = \frac{\partial(L_H \cdot i_2')}{\partial t} = L_H \cdot \frac{\partial i_2'}{\partial t} + i_2' \cdot \frac{\partial L_H}{\partial t} = \frac{N_2}{N_1} \cdot L_H \cdot \frac{\partial i_2}{\partial t} + i_2 \cdot \frac{\partial(\frac{N_2}{N_1} \cdot L_H)}{\partial t} \quad (3.50)$$

La somme des tensions générées au bord de l'inductance mutuelle correspond à la tension induite :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = U_{H,1} + U_{H,2} \quad (3.51)$$

On peut égaliser cette expression avec la valeur de la tension induite dans l'équation (3.1) :

$$i_1 \cdot \frac{\partial L_H}{\partial t} + L_H \cdot \frac{\partial i_1}{\partial t} + \frac{N_2}{N_1} \cdot L_H \cdot \frac{\partial i_2}{\partial t} + i_2 \cdot \frac{\partial(\frac{N_2}{N_1} \cdot L_H)}{\partial t} = i_1 \cdot \frac{\partial L_{11}}{\partial t} + L_{11} \cdot \frac{\partial i_1}{\partial t} + L_{12} \cdot \frac{\partial i_2}{\partial t} + i_2 \cdot \frac{\partial L_{12}}{\partial t} \quad (3.52)$$

Ce qui nous permet d'obtenir les correspondances des inductances L_{11} et L_{12} avec L_H :

$$L_{11} = L_H \quad (3.53)$$

$$L_{12} = \frac{N_2}{N_1} L_H \quad (3.54)$$

Il faut maintenant intégrer les effets des courants de Foucault dans le schéma. On a vu que la tension induite correspondait à la tension aux bornes de l'inductance L_H . Or, selon l'équation (3.39), cette tension est justement celle qui détermine le courant qui traverse la résistance de Foucault. La résistance de Foucault correspond donc à une résistance placée en parallèle à l'inductance L_H . Il reste finalement à remplacer la source de tension idéale par la source de tension réelle contenant le filtre RC. Le schéma est donc modifié comme suit :

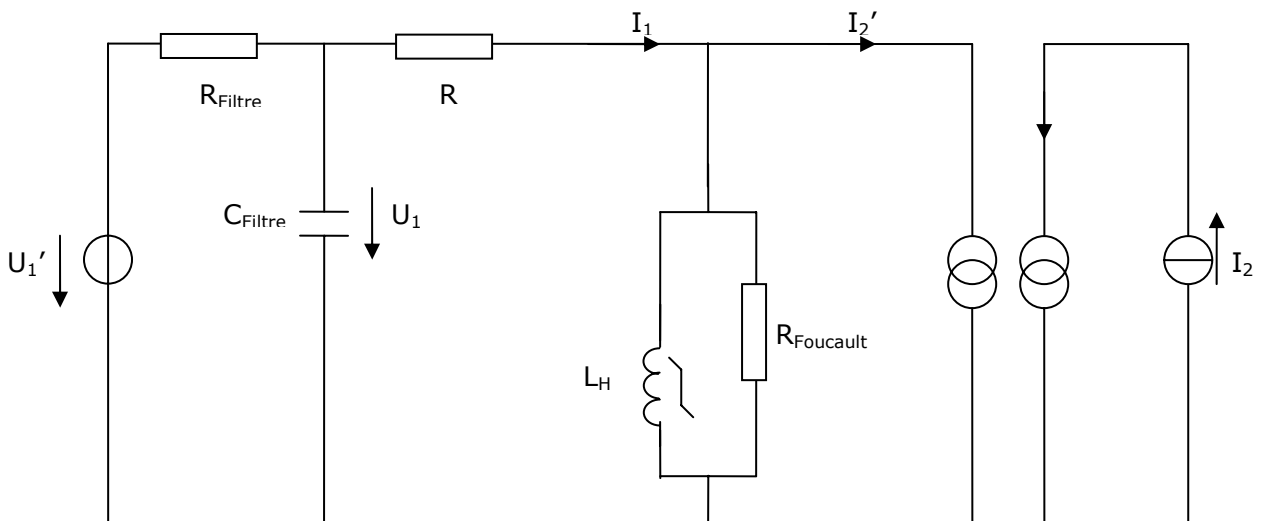


Figure 17 : Circuit électrique équivalent (version finale)

A priori, en comparant les circuits électriques des deux modèles (figure 1 et 17), celui du Dr. Teppan est plus complet à cause de la prise en compte de l'inductance L_{00} . Cette inductance correspond à une sorte de perméance de fuite « pour tenir compte du flux dans le matériau entre noyau détecteur et enroulement détecteur » ([3]). Bien qu'elle soit négligée dans notre modèle final, on pourrait cependant aussi l'intégrer.

Pour cela, il faut considérer que cette inductance correspond à une perméance traversée par un flux Φ_2 . Ce flux est créé par le potentiel des bobines uniquement et non celui des courants de Foucault :

$$\Phi_2 = \frac{\Theta_1 + \Theta_2}{\Lambda_{00}} \quad (3.55)$$

Le flux Φ_1 créant les courants de Foucault est donc :

$$\Phi_1 = \Phi_{tot} - \Phi_2 \quad (3.56)$$

Et donc la dérivée du flux peut être exprimé comme suit :

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial t} = \frac{\partial \Phi_{tot}}{\partial t} - \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} = \frac{U_1 - R_1 \cdot i_1}{N_1} - \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} \quad (3.57)$$

Quoi qu'il en soit, notre modèle présente deux avantages : d'une part, l'expression des paramètres d'inductance directement par rapport aux paramètres géométriques du circuit magnétique et d'autre part, la mise en évidence de la caractéristique magnétique du matériau, ce qui permet de faciliter la modélisation des phénomènes d'hystérèse.

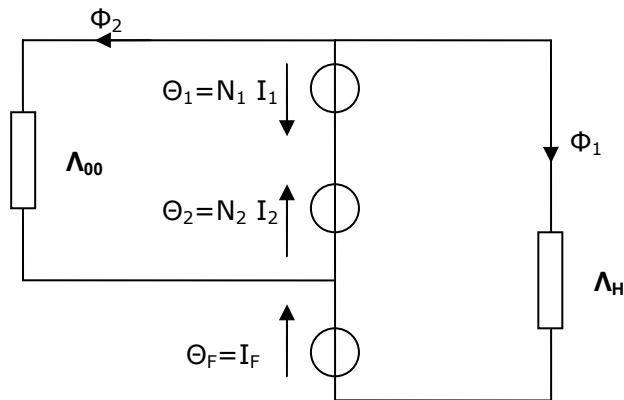


Figure 18 : Circuit magnétique équivalent avec perméance Λ_{00}

3.2.7. Résumé

Le modèle a maintenant été complètement défini. Il est possible d'établir le schéma bloc final en reprenant chacun des sous-systèmes modélisés : le filtre RC, la génération du champ magnétique dans le noyau magnétique, la caractéristique magnétique du matériau et finalement l'équation de tension induite. Les hypothèses 1, 2 et 3 ont été reprises.

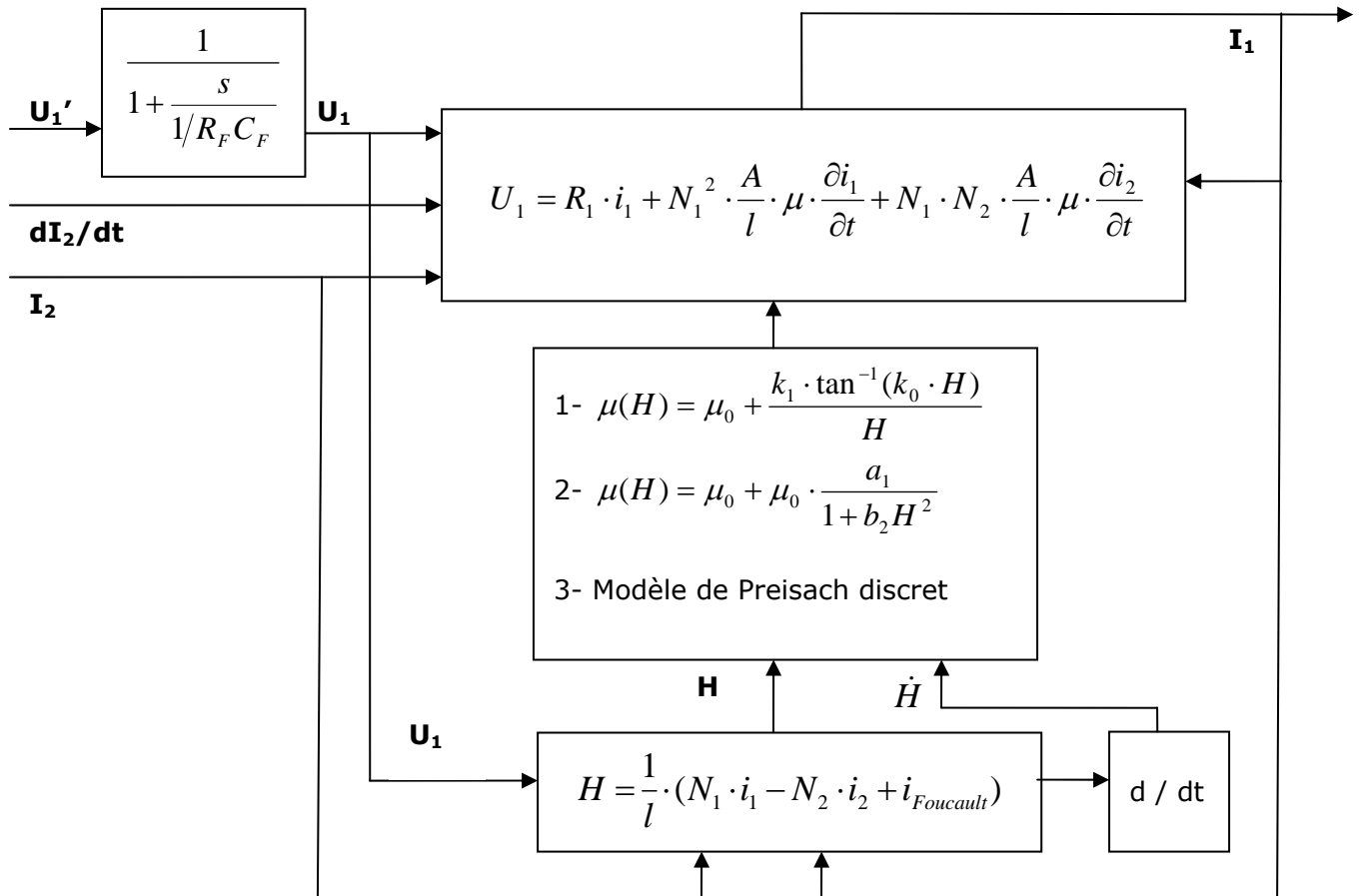


Figure 19 : schéma-bloc final

Rappel des variables

U_1	Tension d'alimentation de la bobine de détection
U_2	Tension d'alimentation de la bobine mesurée
I_1	Courant de détection
I_2	Courant mesuré

Rappel des paramètres :

N_1	Nombre de spires de la bobine de détection
N_2	Nombre de spires de la bobine à mesurer
R_1	Résistance équivalente du circuit de détection
R_2	Résistance équivalente de la bobine à mesurer
$R_{Foucault}$	Résistance du matériau magnétique (responsable des courants de Foucault)
R_F	Résistance du filtre RC
C_F	Capacité du filtre RC
A	Section du circuit magnétique du transformateur
l	Longueur du circuit magnétique du transformateur
$\mu(H)$	Perméabilité du matériau magnétique (fonction caractéristique)

4. Simulation

4.1. Implémentation

Un modèle pour la boucle de détection a été établi. Il faut maintenant implémenter ce modèle sur Matlab Simulink, en veillant à optimiser le temps de calcul et surtout garantir un bon fonctionnement de la simulation.

En reprenant le schéma bloc établi précédemment, on peut distinguer plusieurs sous-systèmes :

- le générateur de tension carré avec le filtre RC,
- l'équation de tension induite (équivalent d'un transformateur non-linéaire),
- la caractéristique magnétique,
- l'équation du champ magnétique.

Nous décidons de regrouper tout ce qui concerne la boucle de détection en tant que système dans une seule S-Function. La S-Function dans Simulink est une fonction qui permet de simuler des modèles d'états, continus ou discrets ou encore une combinaison des deux. Elle est intégrée dans un fichier Simulink sous forme de bloc. Il faut donc déterminer quelles sont les variables d'états continues, les variables d'états discrètes, les variables d'entrée et les variables de sortie du système « boucle de détection ».

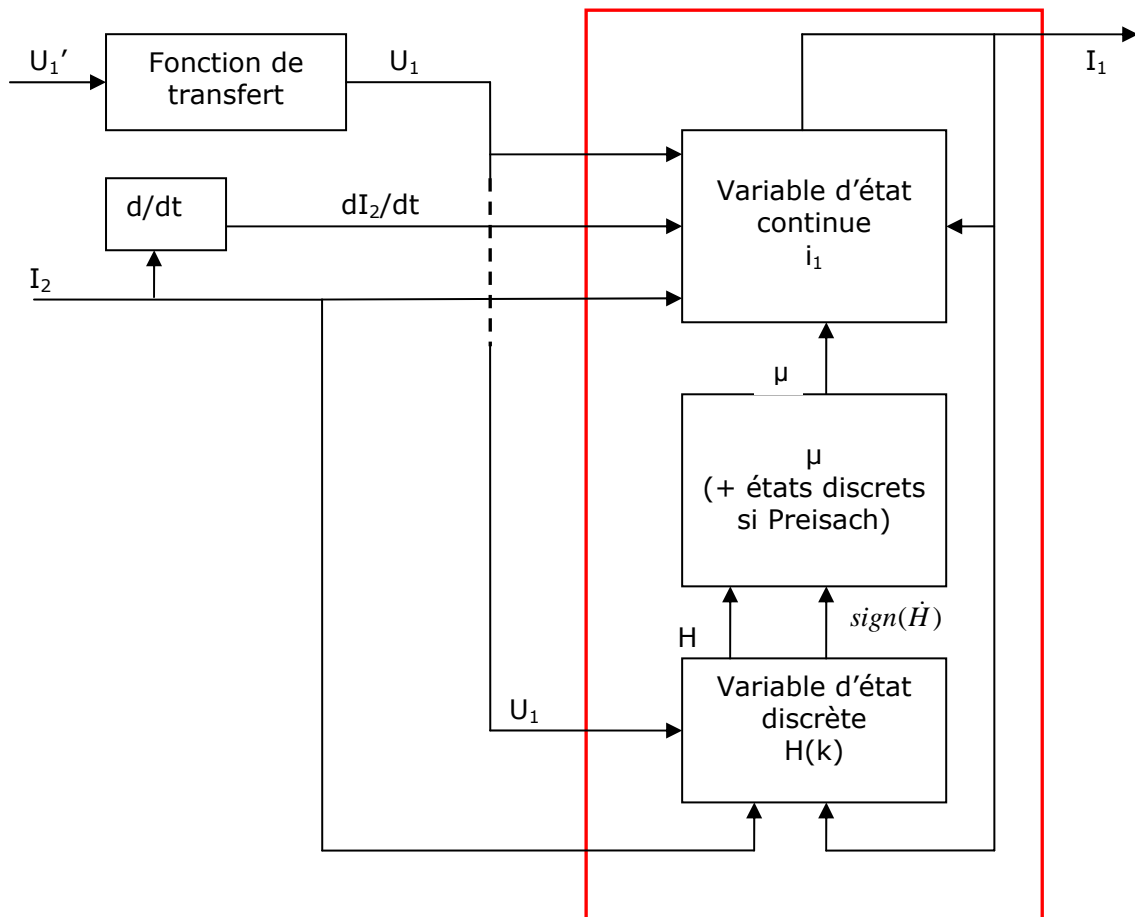


Figure 20 : Schéma bloc pour l'implémentation. Le rectangle rouge délimite le système "boucle de détection", et donc la S-Function correspondante.

On peut déjà exclure du système le générateur de tension. Il constitue donc un bloc « Source » (de signal) dans le fichier Simulink qui est relié à la fonction de transfert du filtre RC, le tout servant d'entrée à la S-Fonction.

On peut aussi exclure du système le courant mesuré I_2 ainsi que le dérivateur numérique permettant d'obtenir la dérivée de ce courant. Notons qu'il est possible d'implémenter le dérivateur numérique de deux manières. On peut bien sûr utiliser le bloc de dérivation disponible sur Matlab. Il est aussi possible de le remplacer par un filtre passe-haut suivant :

$$H(s) = \frac{s}{s + \alpha} \quad (4.1)$$

avec $\alpha \approx 1000 \gg 0$. Ce filtre a pour avantage de limiter l'amplification des hautes fréquences et ainsi lisser les modes rapides du système.

Nous avons donc comme variables d'entrée : U_2 , I_2 et la dérivée de I_2 . La variable de sortie est le courant de détection I_1 . Il y a plusieurs choix possibles de variables d'états. Dans tous les cas, on peut expliciter la dérivée de I_1 à partir de l'équation (3.1) pour utiliser I_1 comme variable d'état continue. Dans le cas où l'on néglige les termes dL/dt :

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{U_1 - R \cdot i_1 - \frac{A}{l} \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot \mu(H, \dot{H}) \cdot \frac{di_2}{dt}}{\frac{A}{l} \cdot N_1^2 \cdot \mu(H, \dot{H})} \quad (4.2)$$

Et dans le cas où on ne néglige pas ces termes :

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{U_1 - R \cdot i_1 - \frac{A}{l} \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot \mu(H, \dot{H}) \cdot \frac{di_2}{dt} + \frac{A}{l^2} \cdot N_1 \cdot N_2^2 \cdot \frac{d\mu}{dH} \cdot \frac{di_2}{dt} \cdot i_2 + \frac{A}{l^2} \cdot N_1^2 \cdot N_2 \cdot \frac{d\mu}{dH} \cdot \frac{di_2}{dt} \cdot i_1}{\frac{A}{l} \cdot N_1^2 \cdot \mu(H, \dot{H}) + \frac{A}{l^2} \cdot N_1^2 \cdot N_2 \cdot \frac{d\mu}{dH} \cdot i_2 + \frac{A}{l^2} \cdot N_1^3 \cdot \frac{d\mu}{dH} \cdot i_1} \quad (4.3)$$

Quel que soit l'équation considérée, la valeur de la dérivée de H , ou en tout cas son signe, doit être connue pour déterminer la valeur de perméabilité. Une variable d'état discrète $H(k)$ est donc utilisée. Si l'on ne néglige finalement pas les termes dL/dt , il faut alors rajouter un état discret $\mu(k)$ afin d'effectuer une dérivation numérique. Il n'est en effet pas possible d'obtenir une expression analytique de la dérivée de la perméabilité à moins de ne pas prendre en compte l'hystérèse et de ne considérer qu'une fonction de saturation explicite. Deuxièmement, si l'on choisit d'utiliser le modèle de Preisach discret, il faut alors utiliser un grand nombre de variables d'états pour stocker l'état d'activation de chaque relai.

Le choix des conditions initiales pour toutes ces variables d'états n'est pas trivial. La plupart des variables d'états devraient être initialisées à 0 pour garantir un bon fonctionnement de la simulation. Par contre, la variable d'état I_1 doit avoir une condition initiale non nulle car, pour peu que I_2 soit aussi nul, le dénominateur de l'équation (4.2) est nul et donc la dérivée de I_1 est infinie.

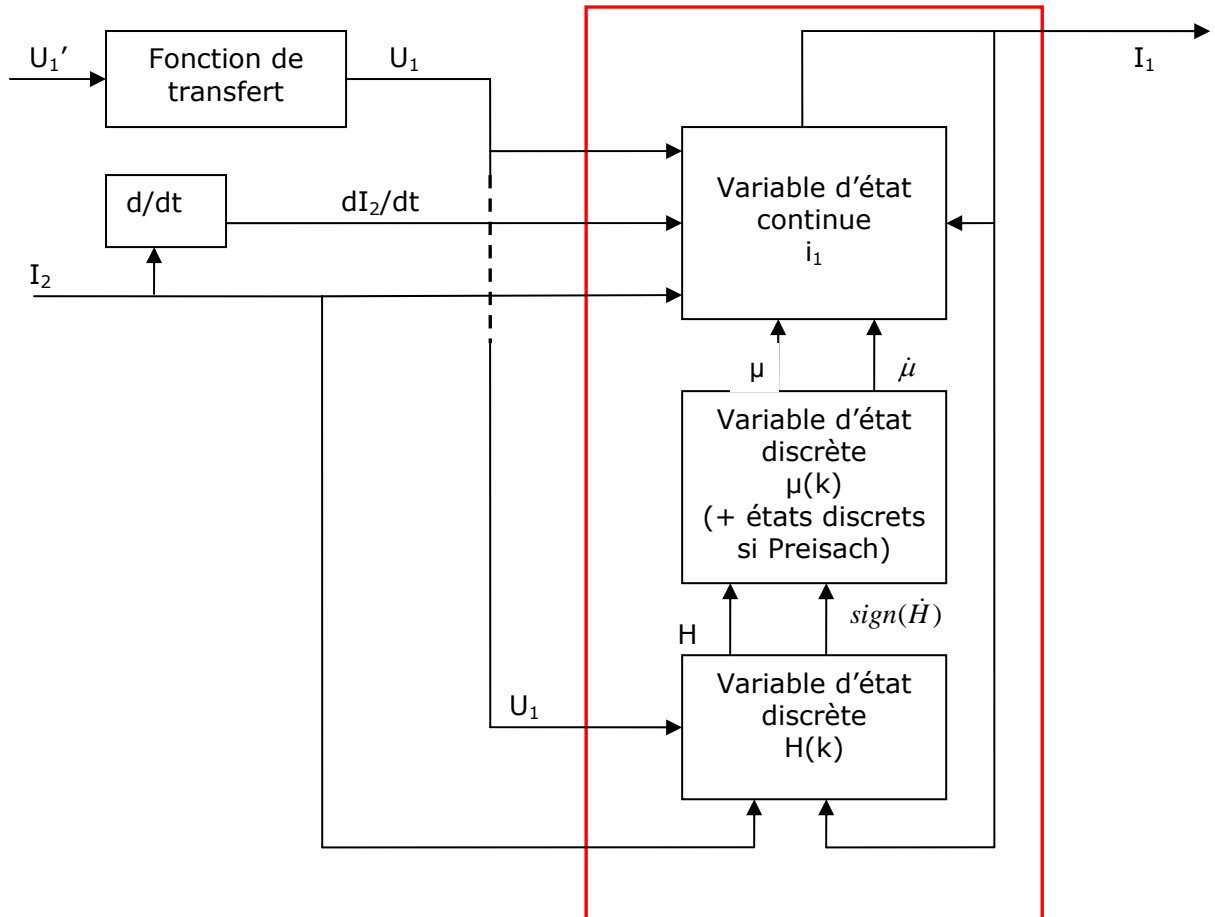


Figure 21 : Schéma bloc pour l'implémentation, avec dérivateur numérique pour μ .

4.2. Données théoriques

Avant d'analyser les résultats obtenus par simulation, les résultats théoriques que nous devrions obtenir devraient être connus. Malheureusement, l'entreprise LEM n'a pas pu nous fournir de telles données. Nous avons donc dû nous baser sur les courbes théoriques fournies dans [2].

La première courbe donne la réponse de la boucle de détection à un saut de tension, en l'absence et la présence d'un courant à mesurer. Le principe est que la perméabilité est telle qu'en dehors de la zone de saturation, l'inductance est très grande, ce qui explique l'apparition d'un « plateau » (figure 22 : 1a, 1b), qui correspond à une variation de courant très faible. Cependant, dès que le courant atteint un niveau suffisant, le phénomène de saturation apparaît de plus en plus nettement, causant une chute de la perméabilité, donc une chute de la valeur de l'inductance, et donc une constante de temps plus faible permettant au courant de varier rapidement (figure 22 : 2a, 2b). On constate qu'au bout d'un certain temps, le courant tend vers une valeur asymptotique qui correspond au régime statique (figure 22 : 3). Le courant tend donc vers sa valeur DC :

$$I_{DC} = \frac{U_1}{R} \quad (4.4)$$

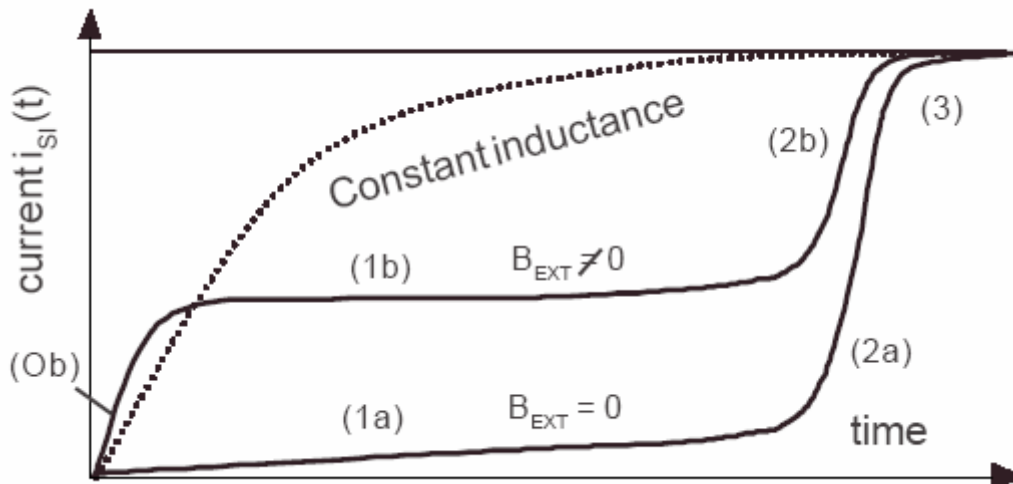


Figure 22 : Courant de détection pour un saut de tension.
Avec courant à mesurer nul (a) et non-nul (b).

L'effet d'un champ externe non nul, dû à un courant à mesurer non nul, est d'amener le circuit magnétique en saturation pour un courant de détection nul (figure 22 : 0b). C'est seulement une fois que le courant de détection atteint une valeur suffisante, pour que le flux magnétique total dans le noyau devienne quasi-nul, que la valeur de la perméabilité augmente à nouveau. Le courant I_1 atteindra ensuite quand même une valeur telle que le flux résultant, cette fois-ci de sens opposé au flux initial créé par le courant I_2 , saturera le noyau. Le courant de détection atteint finalement sa valeur asymptotique.

La deuxième courbe (figure 23) montre cette fois-ci la réponse du capteur à une tension carrée dont la fréquence impose une commutation avant même que le courant atteigne sa valeur DC. Le courant à mesurer est nul puisque le plateau apparaît déjà pour un courant I_1 nul.

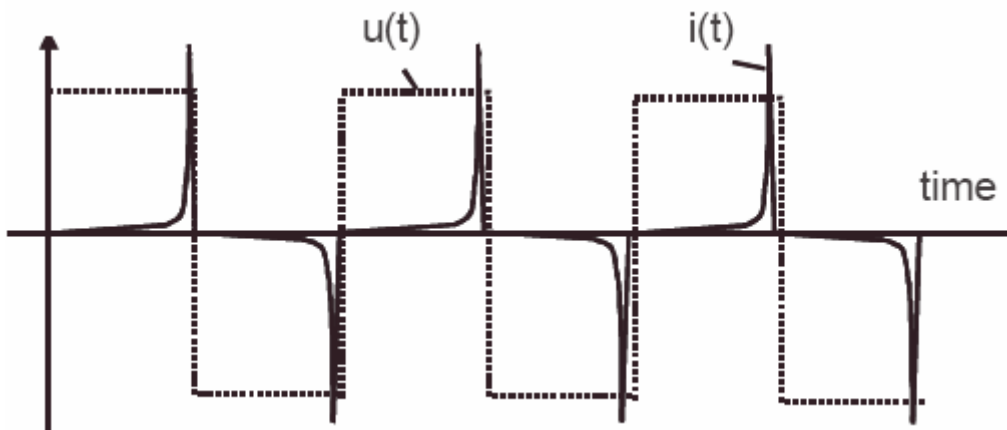


Figure 23 : Courant de détection pour une tension carrée. Courant à mesurer nul.

Le dernier graphique fourni (figure 24) montre le cas où, pour une tension de commande carrée, le courant qu'on mesure est non-nul. On constate que deux courbes sont dessinées : elles correspondent aux deux boucles de détection montées de telle façon que l'effet du courant à mesurer est opposé. On constate à nouveau la même forme de courbe qu'à la figure 23, avec un plateau qui se déplace en fonction de la valeur du

courant. Il faut d'ailleurs noter qu'il y a une relation linéaire entre le niveau du plateau et la valeur du courant à mesurer.

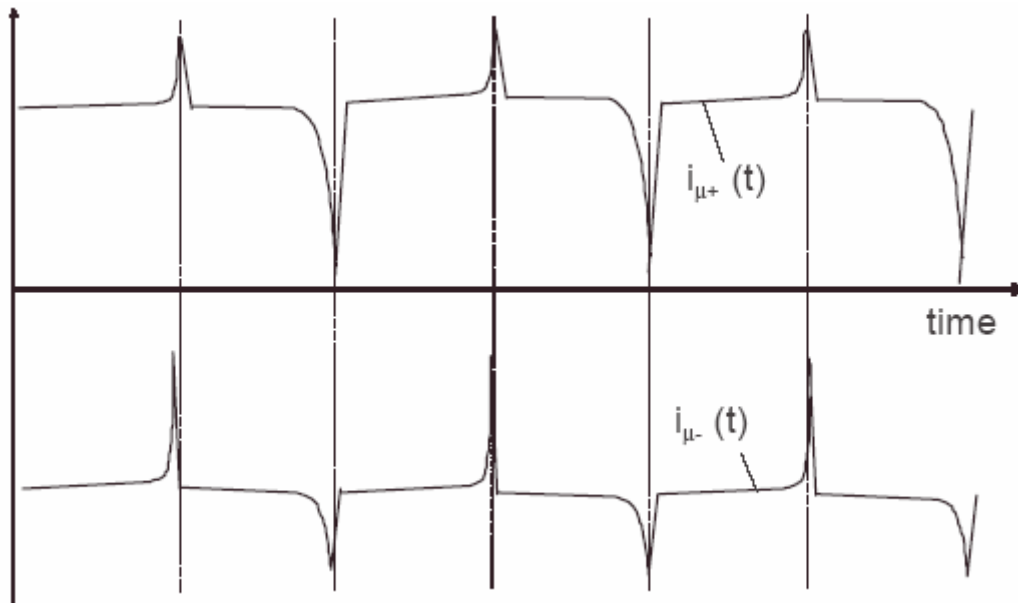


Figure 24 : Courants de détection de chaque boucle pour une tension de commande carrée. Courant à mesurer non-nul.

4.3. Résultats

Dans cette section, nous analyserons les résultats obtenus par simulation après implémentation sous Matlab Simulink du modèle développé. Pour que les résultats soient comparables, certains paramètres ont été fixés : ils conservent donc la même valeur pour toutes les simulations présentées ici. Ces paramètres sont la section et la longueur du circuit magnétique, le nombre de spires de chaque bobine et la résistance du circuit de détection. L'influence de ces paramètres fixes ne sera pas étudiée car leurs effets sont a priori connus et pourraient être déterminés sans l'aide d'une simulation. Par exemple, l'augmentation de la section du circuit magnétique cause une augmentation de l'inductance, et donc une augmentation de la constante de temps du circuit. Il faut encore noter que c'est à chaque fois le solver « ode45 » de Matlab qui a été utilisé.

4.3.1. Comparaison des courbes B(H)

Paramétrisation des courbes B(H)

Pour pouvoir comparer les différentes fonctions de sorties, il faut qu'elles puissent être paramétrées selon les mêmes critères. Ces critères sont le champ coercitif H_c , la valeur maximale (donc asymptotique, sauf pour la fonction rationnelle) de l'induction magnétique B_{\max} et la valeur maximale de la perméabilité μ_{\max} (obtenue pour $H = 0$ en l'absence d'hystérèse).

La fonction arctangente paramétrée qui modélise B(H) est :

$$\mu(H) = \mu_0 + \frac{\mu_{Gain} \cdot \arctan((H - H_{Offset}) \cdot \mu_{der})}{(H - H_{Offset})} \quad (4.5)$$

avec :

$$H_{Offset} = H_C \quad (4.6)$$

$$\mu_{Gain} = \frac{2 \cdot B_{max}}{\pi} \quad (4.7)$$

$$\mu_{der} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\mu_{max}}{B_{max}} \quad (4.8)$$

La fonction rationnelle paramétrée qui modélise B(H) est :

$$\mu(H) = \mu_0 + \frac{\mu_{Gain}}{1 + ((H - H_{offset}) \cdot \mu_{der})^2} \quad (4.9)$$

avec :

$$H_{Offset} = H_C \quad (4.10)$$

$$\mu_{Gain} = \mu_{max} \quad (4.11)$$

$$\mu_{der} = \frac{\mu_{max}}{2 \cdot B_{max}} \quad (4.12)$$

Le modèle de Preisach discret a aussi été paramétré mais en raison du problème du calcul de la perméabilité par ce modèle, il n'est pas possible de spécifier la valeur μ_{max} :

$$\mu_{Gain} = 2 \cdot B_{max} \quad (4.13)$$

$$\mu_{der} = \frac{1}{2 \cdot H_C} \quad (4.14)$$

Nous allons maintenant analyser les réponses des trois types de modélisation pour B(H), avec $B_{max} = 0,5$ [Tesla] dans chaque cas.

Réponse indicielle

On examine les réponses indicielles du système pour un saut de tension de 5 [V] et pour une valeur de champ coercitif de 0,05 [A/m] et pour un μ_{max} de 10. Avec une valeur de H_C aussi faible, le comportement dû à l'hystérèse est négligeable. On compare donc les fonctions surtout sur leur comportement de saturation. Le modèle de Preisach possède le régime transitoire le plus rapide mais sa caractéristique ne semble pas assez non-linéaire au point de montrer un comportement de saturation flagrant. De plus, les oscillations de la figure 28 semblent indiquer que le calcul numérique avec ce modèle pose problème. A l'inverse, la fonction rationnelle exhibe un plateau très marqué suivi d'une transition extrêmement brusque en saturation. Quand on sait que la valeur de μ_{max} est plusieurs ordres de grandeur en-dessus de la valeur de certains matériaux utilisés dans des capteurs Fluxgate, on peut se demander si cette fonction approxime le mieux la véritable courbe B(H) du matériau. Finalement, la fonction arctangente induit la plus grande constante de temps mais l'allure de la réponse semble plus proche de ce que pourrait réellement fournir un système réel.

Figure 25

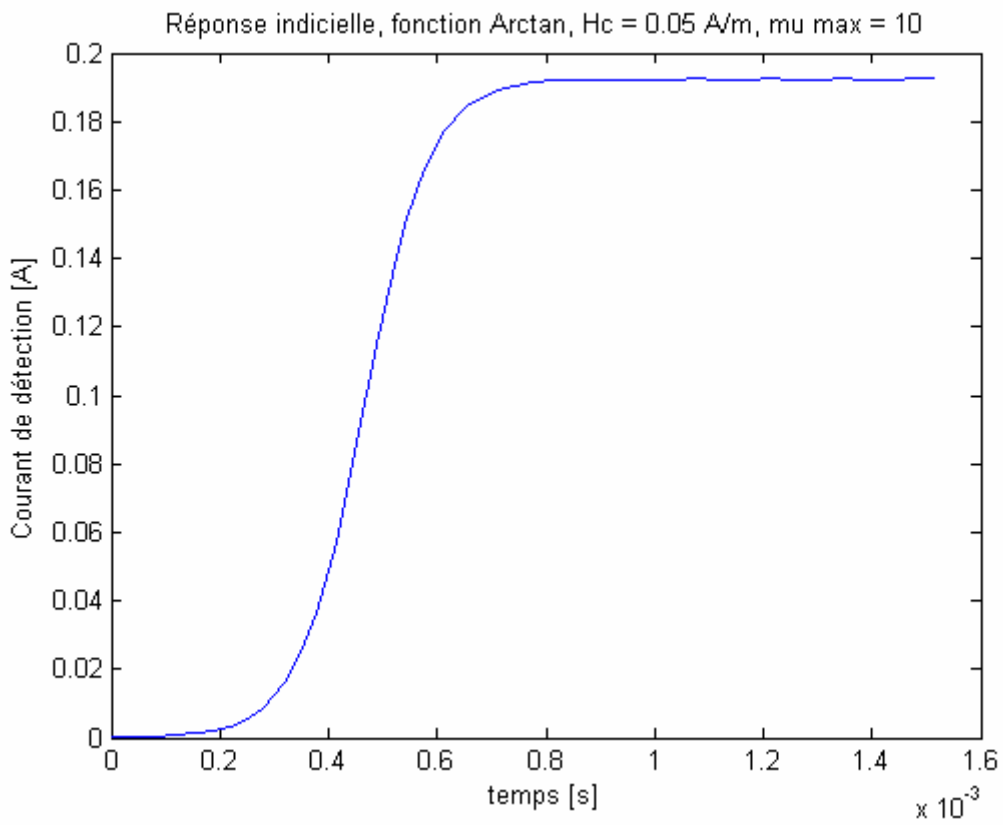


Figure 26

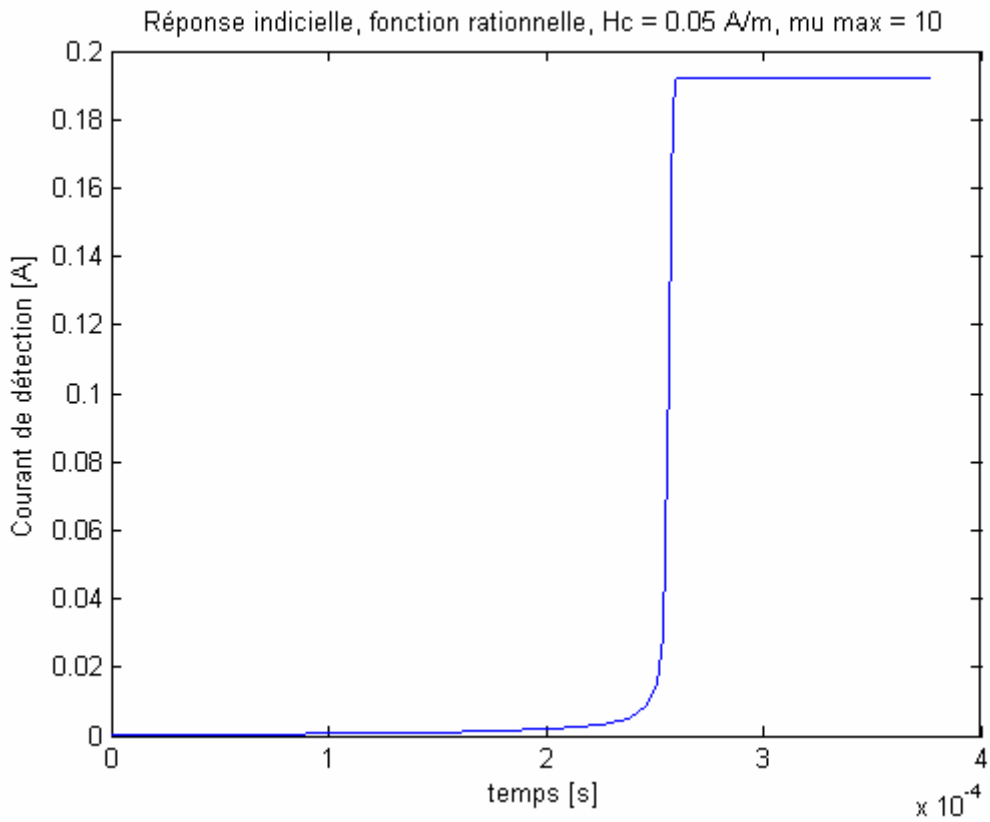


Figure 27

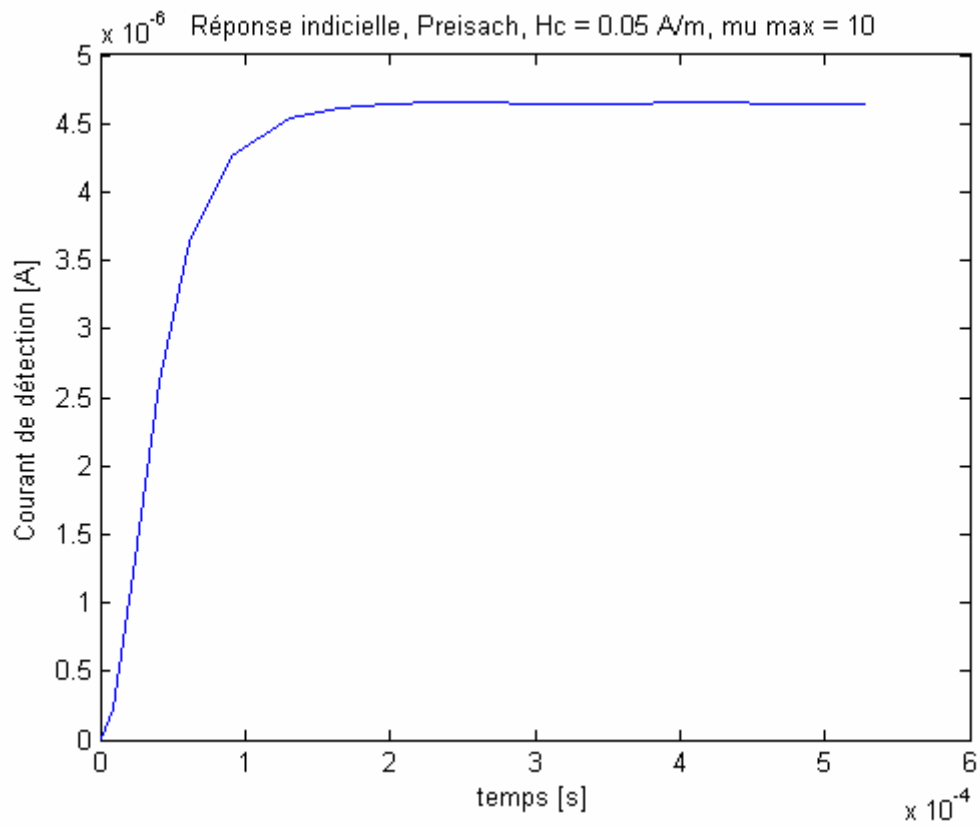
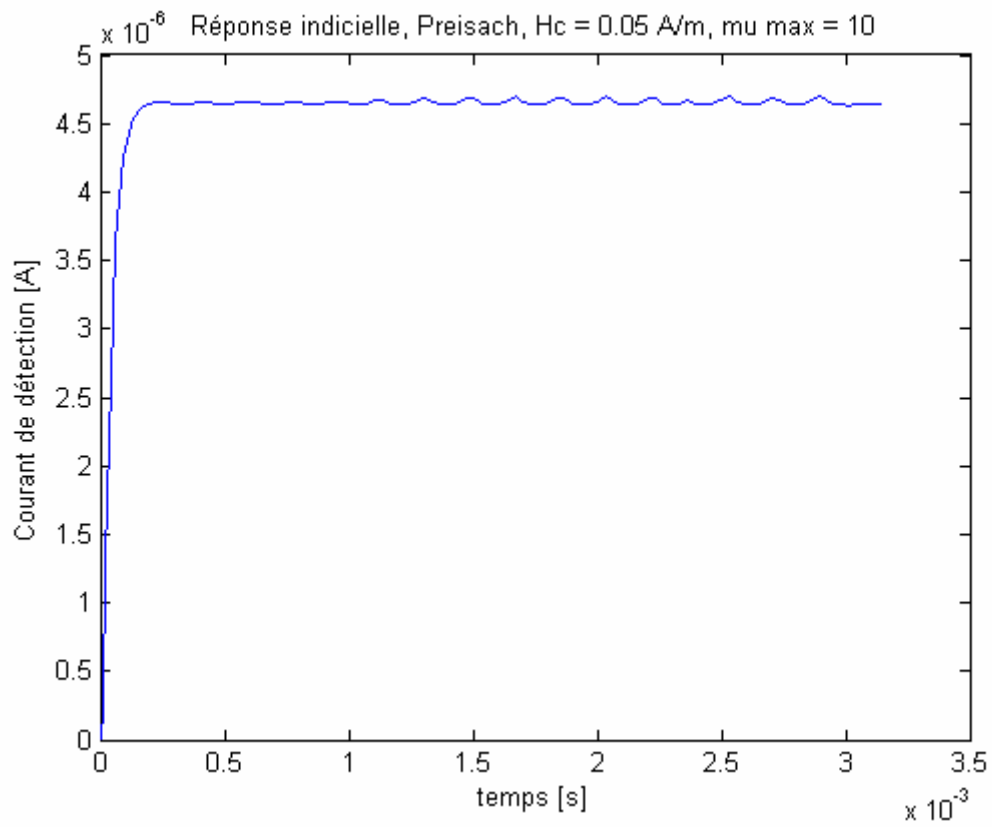


Figure 28



Détection de courant DC

Nous comparons maintenant les résultats obtenus lorsqu'on commande le circuit de détection avec une tension carrée de +/- 5 [V] et que le courant à mesurer est constant à 0,5 [A]. $H_c = 0,2$ [A/m] et $\mu_{\max} = 1000$. La fréquence de la tension U_1 ne peut pas être la même dans chaque cas parce que les régimes transitoires n'ont pas la même durée. On a donc les valeurs suivantes pour la période la tension carré : 2,5 [ms] pour la fonction Arctan, 0,1 [ms] pour la fonction rationnelle et 2 [ms] pour le modèle de Preisach. Les résultats sont satisfaisants pour le modèle de Preisach et la fonction Arctan puisqu'on a bien l'allure attendue avec un plateau de linéarité qui apparaît pour un courant non nul. La valeur de μ_{\max} semble trop élevé pour la fonction rationnelle ce qui cause des résultats médiocres (figure 30). En mettant $\mu_{\max} = 10$ et la période de la tension à 0,8 [ms], on obtient de meilleurs résultats (figure 32).

Figure 29

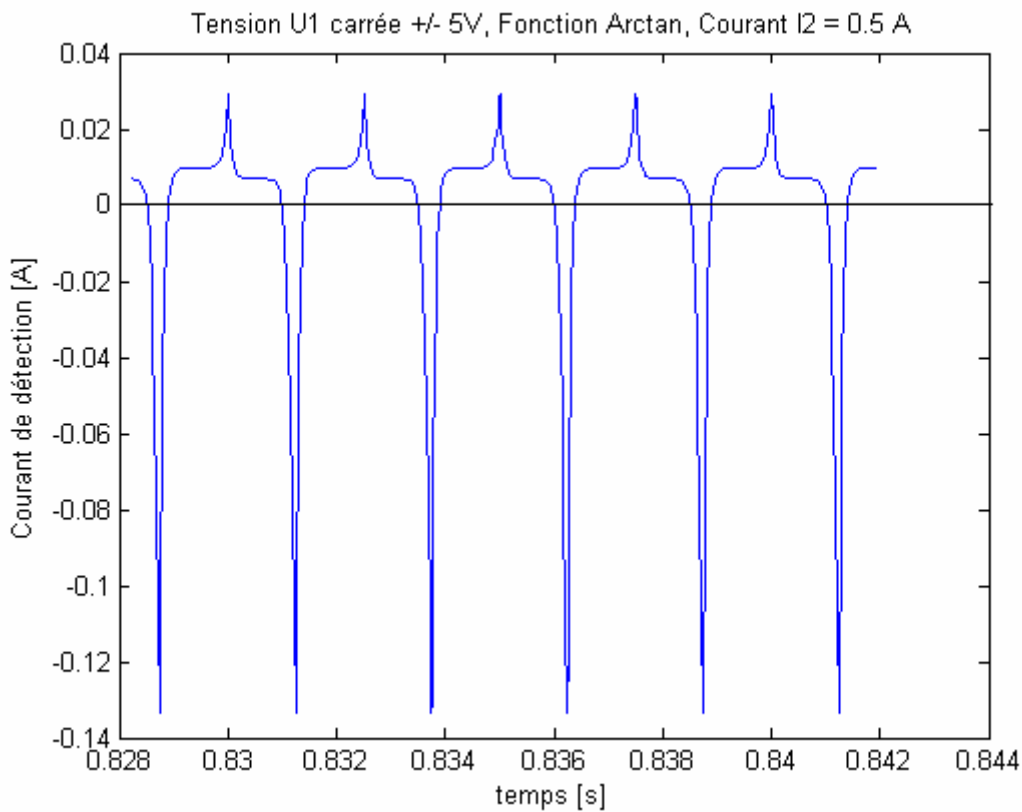


Figure 30

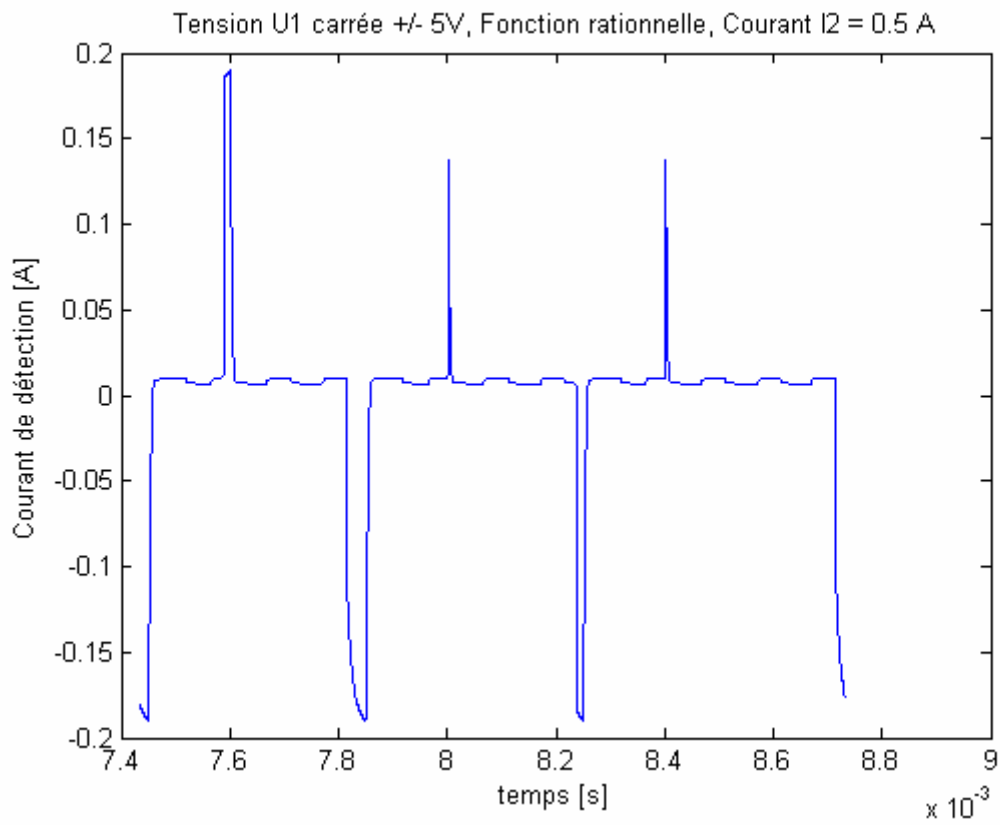


Figure 31

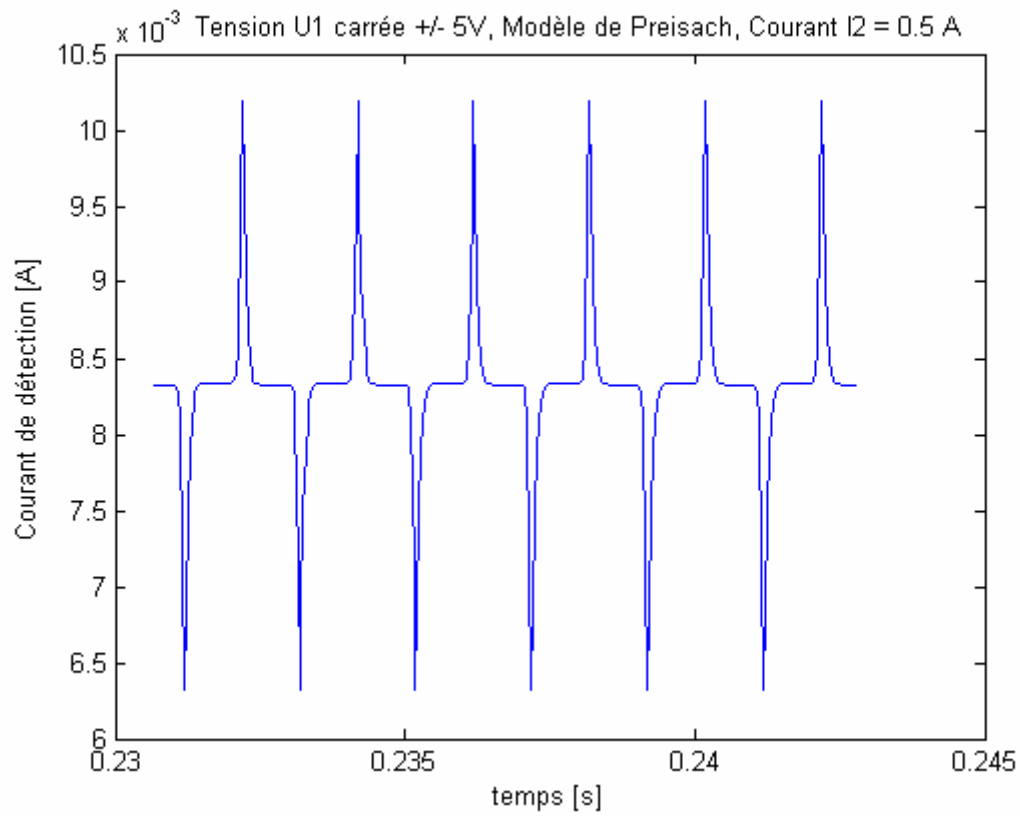
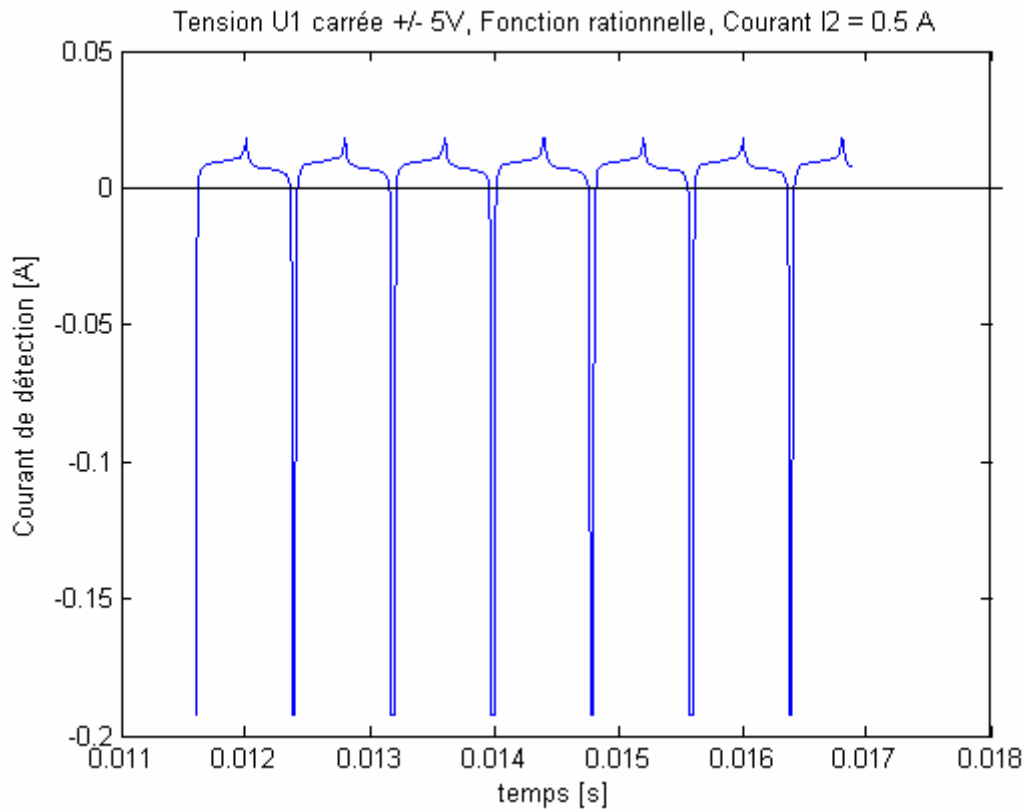


Figure 32



Détection de courant AC

Il faut tester la détection de basses fréquences bien que nous n'ayons pas eu connaissance de la valeur limite en fréquence jusqu'à laquelle cette partie du capteur est sensé fonctionner. Nous savons cependant que, pour un fonctionnement correct, la fréquence de la tension U_1 doit être nettement supérieure à la fréquence du courant à mesurer. Nous choisissons de tester la détection d'un courant sinusoïdal d'amplitude 0,5 [A] à une fréquence relativement faible de 16 [Hz]. On reprend les mêmes conditions que pour la détection de courant DC, avec comme 10 pour μ_{\max} de la fonction rationnelle et non 1000 comme pour la fonction arctangente.

Les fréquences pour la tension U_1 utilisées pour la détection DC ont été reprises. Ces fréquences ne doivent pas être modifiés puisque la commutation de la tension n'est pas commandée en boucle fermée comme c'est le cas pour certains capteurs. On constate que, quelle que soit la caractéristique $B(H)$, les pics des réponses obtenues restent d'un côté de la courbe alors qu'on devrait avoir des alternances entre les pics positifs et négatifs comme dans le cas DC. La réponse pour la courbe rationnelle est particulièrement mauvaise (figure 34) : même en changeant la période de la tension U_1 à 0,8 [ms], le courant de détection à la sortie n'a pas l'allure souhaitée (figure 35).

Figure 33

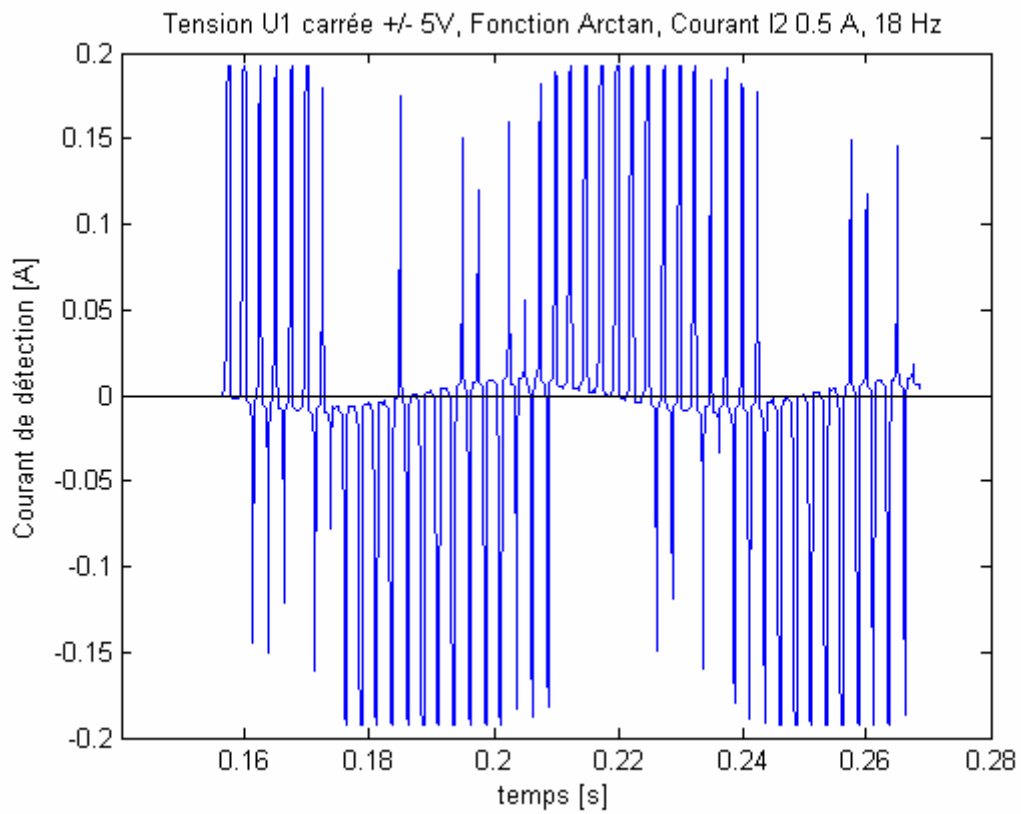


Figure 34

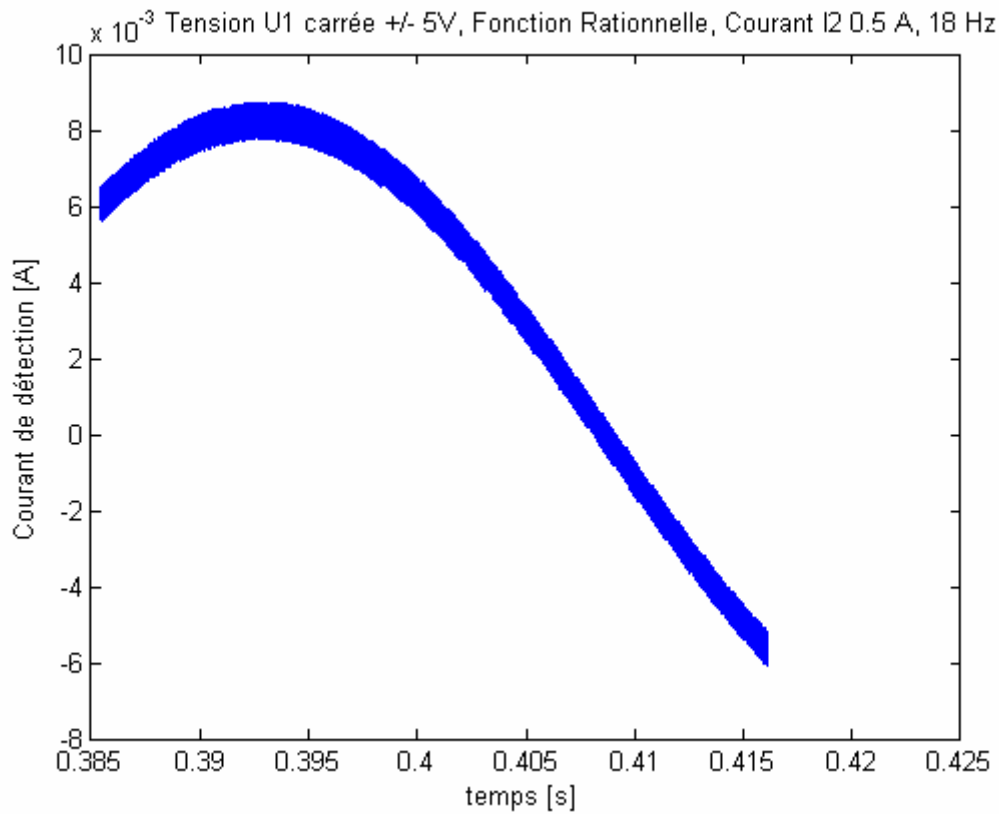


Figure 35

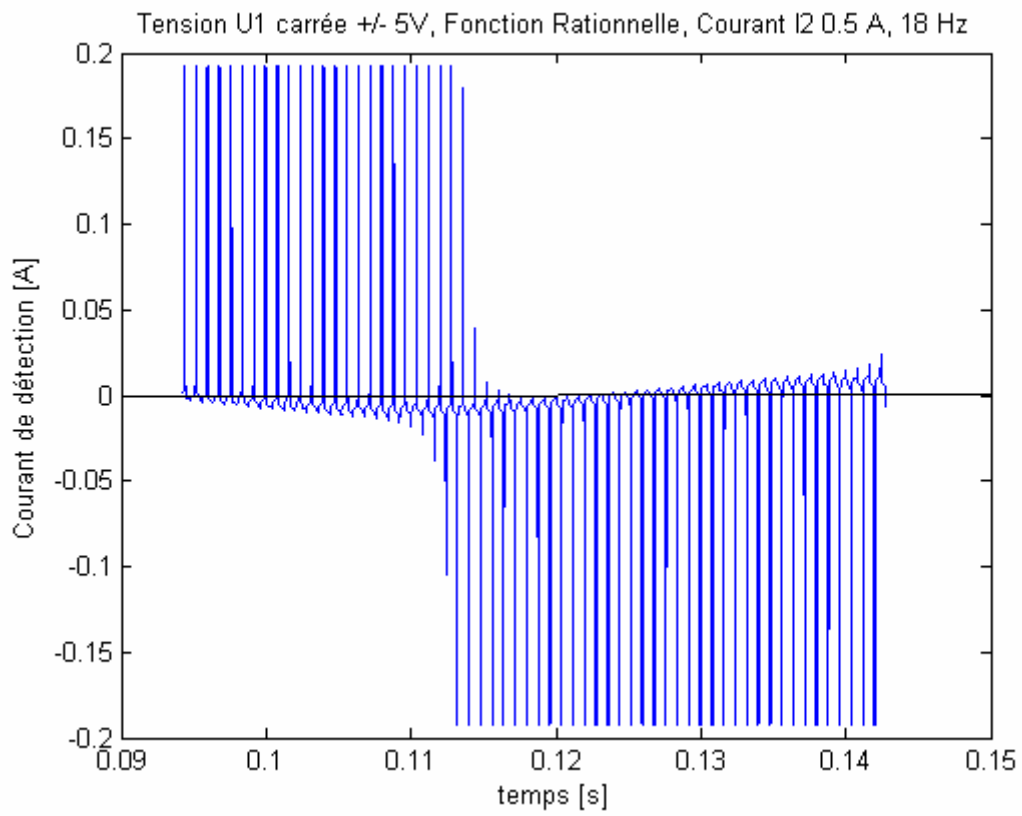
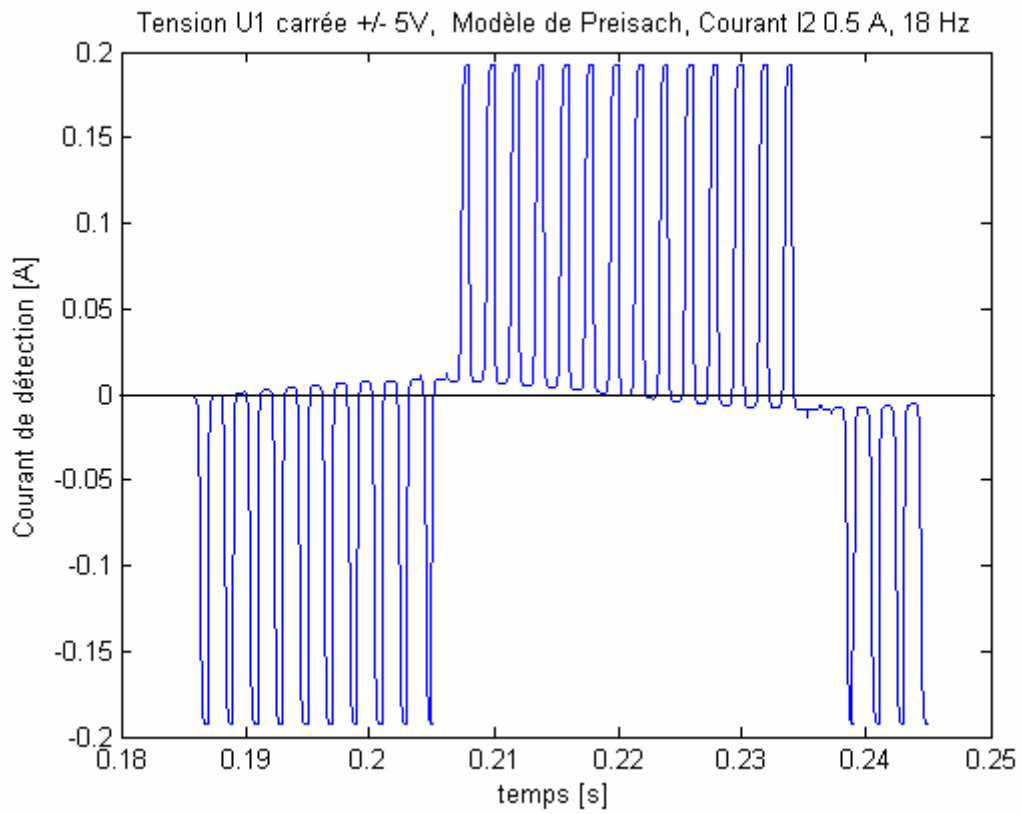


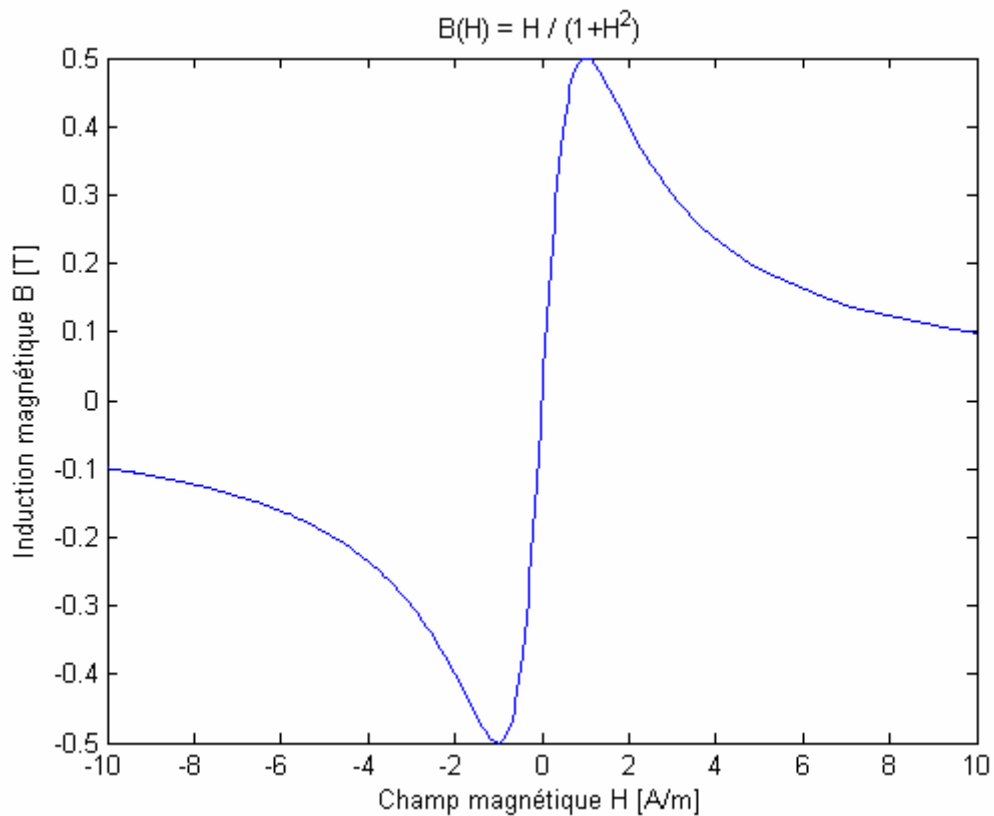
Figure 36



Comparaison finale

En conclusion, on remarque que la fonction arctangente est celle qui obtient les meilleurs résultats de simulation. La fonction rationnelle permet d'obtenir des caractéristiques très non-linéaires mais rajoute des composantes à très hautes fréquences qu'il est difficile de simuler. De plus, la courbe $B(H)$ pour la fonction rationnelle a une forme qui approxime mal la forme réelle d'une courbe $B(H)$ (figure 37). Quant au modèle de Preisach discret, il ne donne pas de meilleurs résultats que la fonction arctangente alors que le coût en complexité et en temps de calcul est plus élevé.

Figure 37



4.3.2. Effet des perturbations

Il s'agit maintenant d'étudier l'effet des deux perturbations principales sur le signal du courant de détection. Ces effets parasites sont l'hystérèse et les courants de Foucault. Pour cela, nous comparons dans chaque cas le signal avec perturbation avec le signal sans perturbation. Le signal de départ utilise la caractéristique $B(H)$ arctangente avec $\mu_{\max} = 1000$ et $H_C = 0$ [A/m]. La résistance de Foucault est choisie initialement très grande de sorte à rendre cette perturbation négligeable.

En mettant la valeur de H_C à 1 [A/m], nous constatons sur la figure 38 que cela provoque une asymétrie des deux plateaux de linéarité, mais avec un décalage identique par rapport au plateau sans hystérèse. Le plateau correspondant à un courant en augmentation est plus élevé que celui correspondant à un courant en diminution.

Pour les courants de Foucault, la valeur de la résistance de Foucault a été mise à 30 [Ω]. Une valeur très basse facilite la création de courants de Foucault pour une même variation de flux. Bizarrement, l'effet des courants de Foucault est négligeable alors que normalement, ce sont les effets hystérétiques qui sont largement négligeables par rapport aux courants de Foucault. Une valeur de 1 [A/m] n'est pour autant pas très élevée lorsque l'on sait que même d'excellents matériaux magnétiques doux atteignent en régime statique des valeurs de 0,2 [A/m]. Il s'agit donc peut-être d'une erreur que nous n'aurions pas décelée.

En analysant plus précisément l'effet des courants de Foucault (figure 40), on se rend compte qu'ils induisent un signal d'allure identique que l'hystérèse avec un décalage identique des plateaux de linéarité. La modélisation de l'hystérèse par une résistance en parallèle semble d'autant plus justifiée.

Figure 38

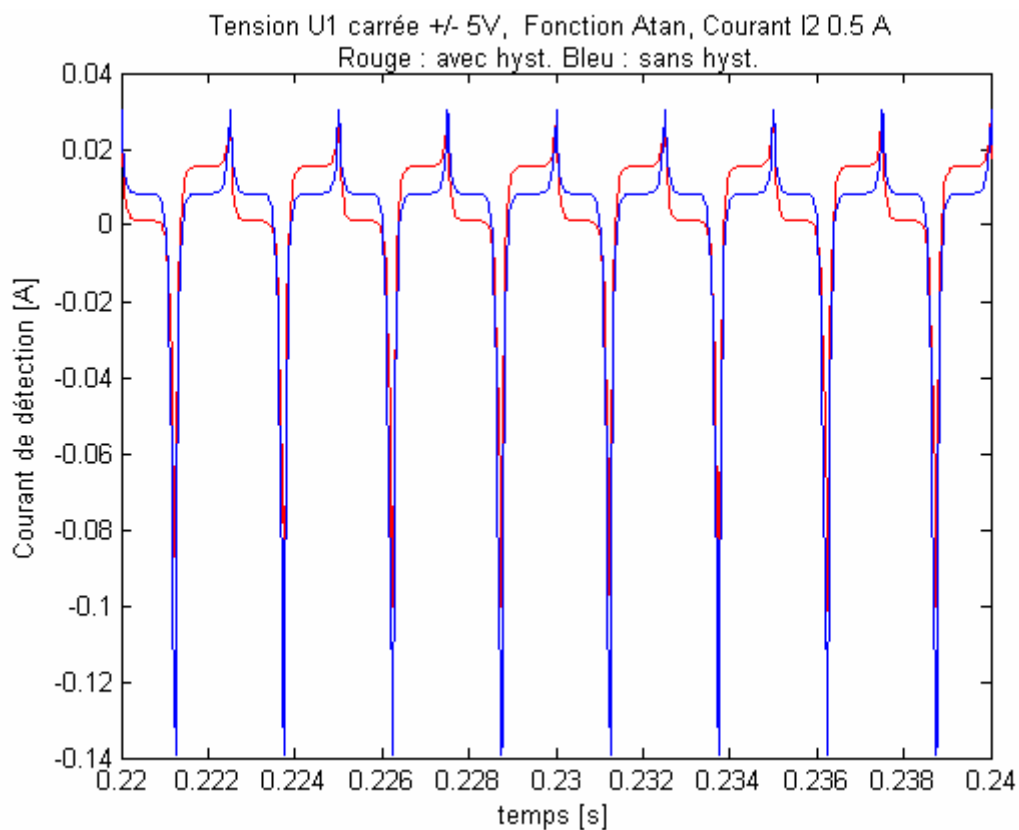


Figure 39

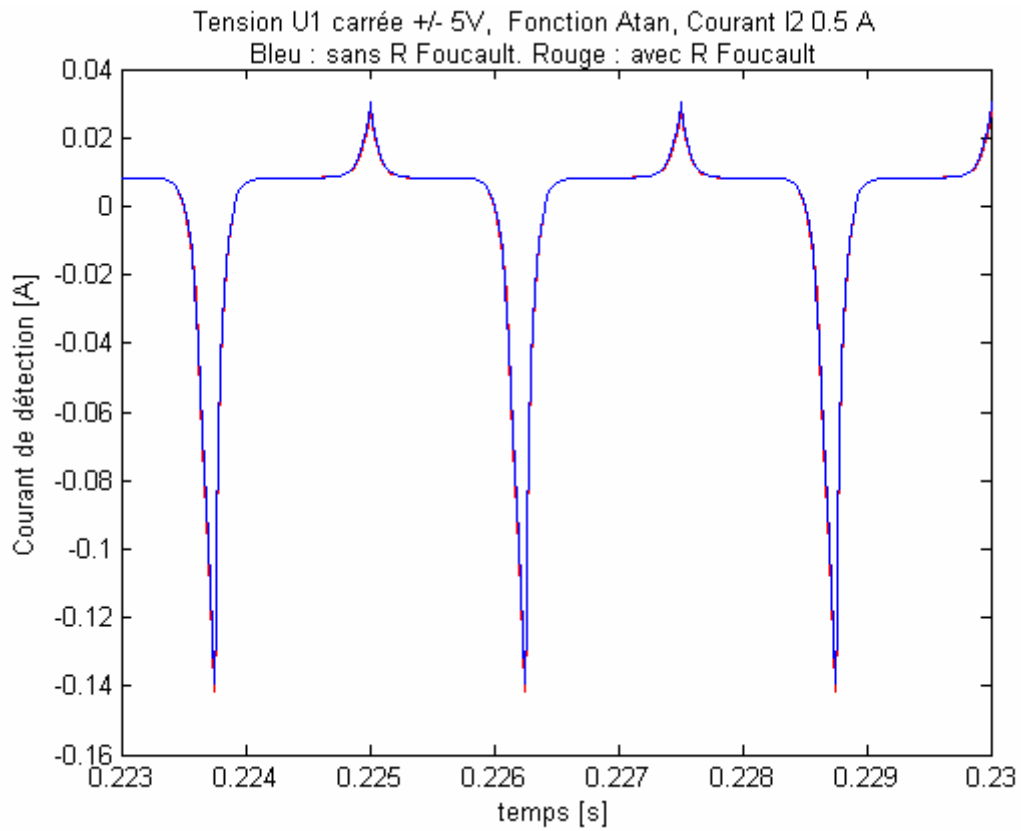
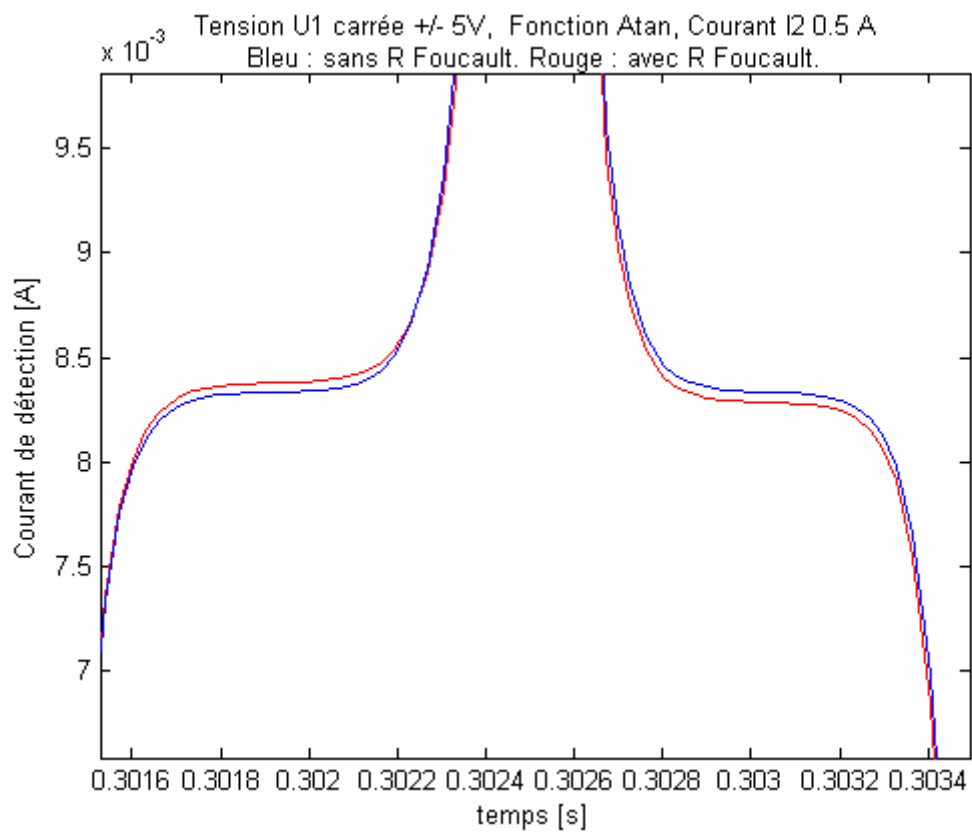


Figure 40

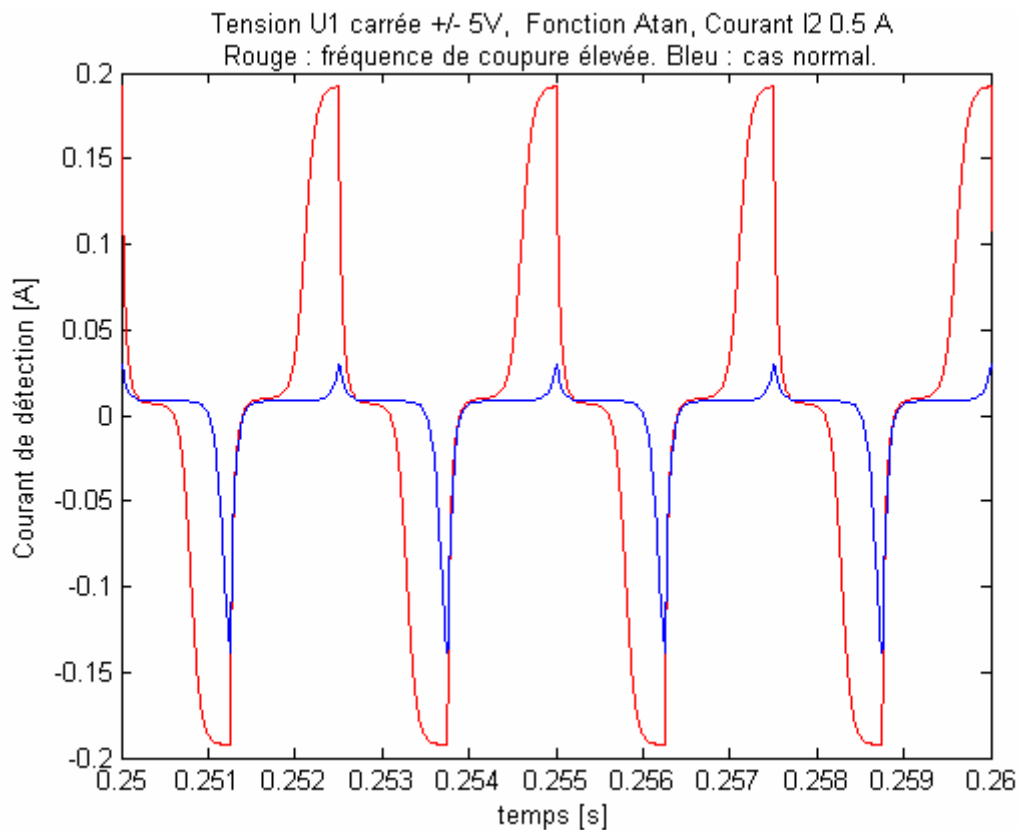


4.3.3. Effet du filtre RC

Pour toutes les simulations réalisées jusqu'à maintenant, nous avons utilisé un filtre RC avec une fréquence de coupure à 16 [kHz]. Il est intéressant d'analyser les effets d'une modification de cette fréquence. La fréquence de coupure a été augmentée à 160 [kHz]. Au-delà, le temps de calcul pour la simulation devient trop grand et, pour des limitations de mémoire, il n'est plus possible de visualiser les résultats sur un intervalle de temps suffisamment grand.

Le signal après modification de la fréquence est comparé avec le signal utilisé précédemment, donc avec une courbe B(H) arctangente et un courant à mesurer de 0,5[A]. La fréquence de la tension U_1 est bien sûr aussi la même. On constate que la constante de temps du signal avec la fréquence de coupure élevée est plus petite. En effet, l'analyse de la réponse indicielle montrerait que le régime transitoire s'achèverait plus vite et le plateau de linéarité est clairement de plus courte durée. L'allure du signal obtenu est donc dû au fait que le courant de détection atteint déjà presque sa limite asymptotique alors que la commutation de la tension U_1 devrait s'effectuer avant cela.

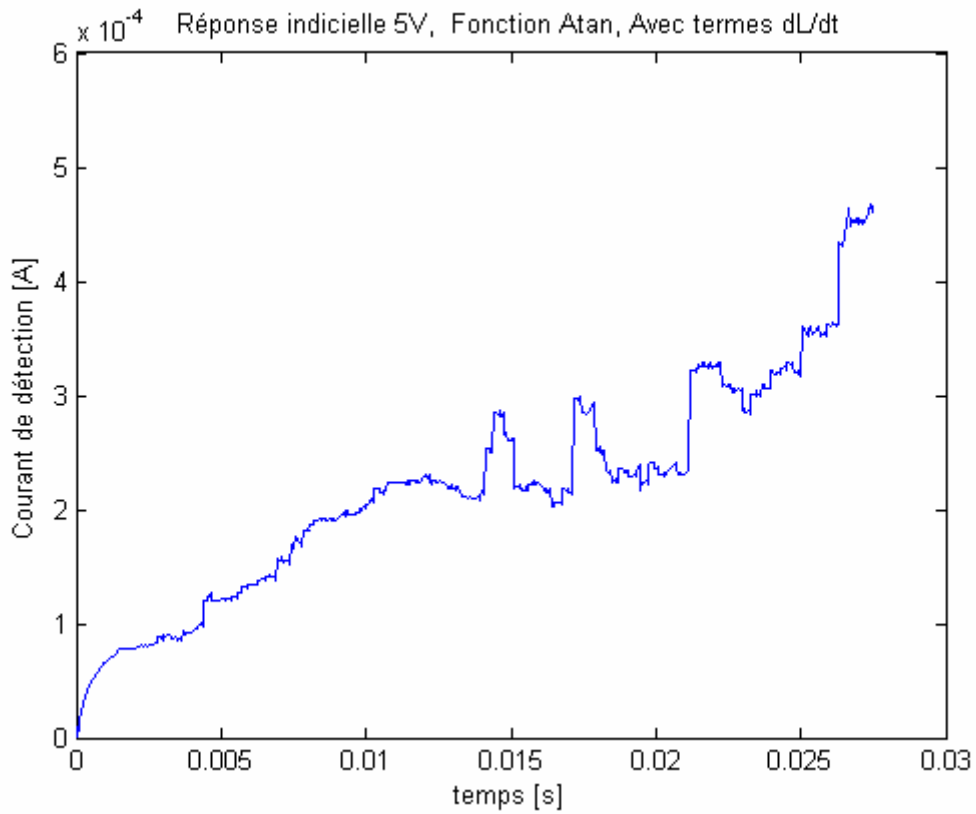
Figure 41



4.3.4. Termes dL/dt

Une S-Fonction a été développée spécialement pour vérifier les effets des termes dL/dt . La réponse indicielle nous pousse à croire qu'il y a des problèmes numériques lors de la simulation. La précision en plus que seraient sensés apporter les termes de dérivées de l'inductance est vraisemblablement trop faible au regard des problèmes que leur rajout engendre.

Figure 42



4.3.5. Modèle de Preisach discret

Les résultats de simulation de la boucle de détection avec le modèle de Preisach discret ne sont pas encore satisfaisants. Nous tenons toutefois à souligner les bons résultats qu'a donnés ce modèle lorsqu'il a été testé dans un fichier séparé avec un signal d'excitation ayant tout de même une composante à 10'000 rad/s. On constate clairement sur la figure 43 la présence de trois « minor loops ». La résolution employée était de 1225 points sur tout le domaine des valeurs de seuil.

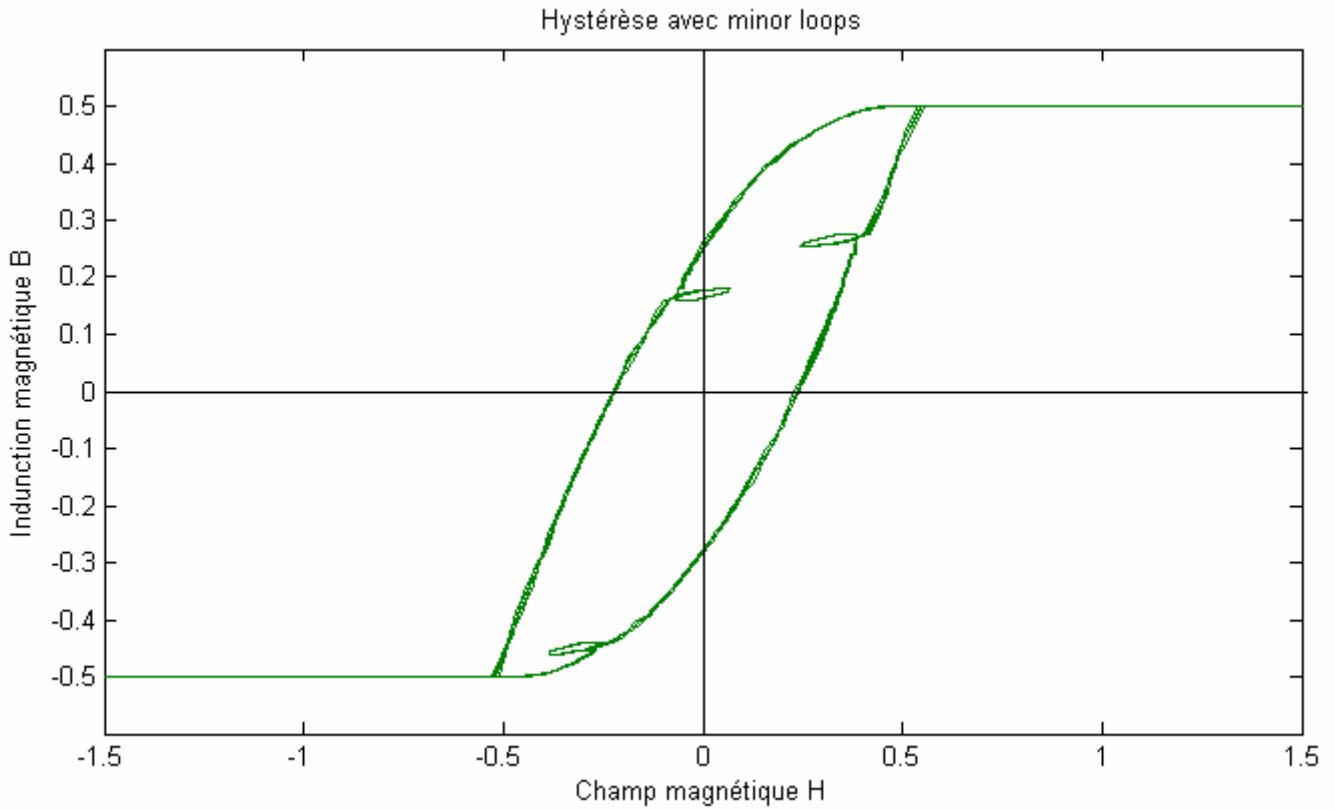


Figure 43 : Courbe BH obtenu pour le modèle de Preisach discret

4.3.6. Fichiers Matlab Simulink en annexes

On trouvera dans le CD remis en annexe de ce rapport les fichiers Matlab Simulink développés et dont on a présenté les résultats précédemment.

Modèle pour la boucle de détection sans terme dL/dt

S-Fonction : `sensor_disc.m`
Fichier Simulink correspondant : `fluxgate_transducer.mdl`

Paramètres à spécifier dans le bloc S-Fonction :

A : section du circuit magnétique
l : longueur du circuit en magnétique
N1 : nombre de spires de la bobine de détection
N2 : nombre de spires de la bobine du courant à mesurer
R : résistance cuivre du circuit de détection
Rfoucault : résistance pour les courants de Foucault
xinit : valeur initiale du courant i_1
Param : choix de la courbe B(H), 1 = Atan, 2 = Rationnel, 3 = Modèle de Preisach discret

Modèle pour la boucle de détection avec terme dL/dt

S-Fonction : `sensor_complete.m`
Fichier Simulink correspondant : `fluxgate_transducer.mdl`

Paramètres à spécifier dans le bloc S-Fonction :

A : section du circuit magnétique
l : longueur du circuit en magnétique
N1 : nombre de spires de la bobine de détection
N2 : nombre de spires de la bobine du courant à mesurer
R : résistance cuivre du circuit de détection
Rfoucault : résistance pour les courants de Foucault
xinit : valeur initiale du courant i_1

Attention : il y a un paramètre de moins que pour le modèle sans termes dL/dt !

Modèle de Preisach discret

S-Fonction : `Preisach_disc.m`
Fichier Simulink correspondant : `testeur_hyst.mdl`

5. Conclusion

Un premier modèle pour un capteur Fluxgate a été établi et simulé avec une S-Function sous Matlab Simulink. Les résultats obtenus sont plutôt bons puisque l'allure des signaux de sortie est correct. Cependant, il manque des données expérimentales pour valider le modèle complètement. Les hypothèses faites lors de la modélisation, et que ce rapport s'est efforcé de mettre en évidence, devront alors peut-être être revues.

Un problème central lors de la modélisation de ce type de capteur est que son fonctionnement est basé sur des régimes transitoires très rapides. La dérivée de la perméabilité pour un champ magnétique nul atteint plusieurs centaines de milliers pour les matériaux utilisés dans le noyau magnétique. Dans ces conditions, la simulation est très sensible à des problèmes de calcul numérique. Les fichiers développés peuvent vraisemblablement encore être optimisés, par exemple par le choix du solveur.

Le modèle de Preisach discret a été implémenté et donne des résultats intéressants mais il reste là encore une marge d'amélioration du modèle tant la modélisation des phénomènes d'hystérèse est complexe. Il faut cependant se demander si l'importance de l'hystérèse justifie des efforts supplémentaires sur cet aspect du modèle.

Une fois que le modèle de la boucle de détection aura été validé expérimentalement, la modélisation pourra être poursuivie sur les parties restantes du capteur : l'électronique de détection du second harmonique, la partie hautes fréquences et les bobines de contre-réaction. Le modèle complet fonctionnera ainsi en boucle fermée et les compétences du Laboratoire d'Automatique pourront alors être pleinement mises à profit dans cette collaboration avec l'entreprise LEM.

Lausanne, le 10 février 2006

Sélim Megzari

6. Bibliographie

Ouvrages :

- [1] M. Jufer, « Electromécanique », Traité d'Electricité, Volume IX, PPUR, Lausanne, 2004

Brochures :

- [2] « Isolated current and voltage transducers », LEM, 2004.

Polycopiés :

- [3] W. Teppan, « Construction de modèles et simulation », Extrait de thèse, pp. 68-86.
- [4] M. Jufer, Notes du cours « Conversion electromécanique »

Articles :

Magnétomètres

- [5] M. H. Acuna, « Fluxgate magnetometers for outer planets exploration », IEEE Transactions on Magnetics, Vol 10(3), 1974, pp. 519 - 523
- [6] F. Primdahl, « The fluxgate magnetometer », J. Phys. E: Sci. Instrum., Vol 12, 1979, pp. 241 - 253

Modélisation de transformateurs non-linéaires

- [7] J. Chan, A. Vladimirescu, X. Gao, P. Liebmann, J. Valainis, « Nonlinear Transformer Model for Circuit Simulation », IEEE Transactions on Computer-Aided Design, Vol 10(4), 1991, pp. 476-482
- [8] J. Greene, C. Gross, « Nonlinear Modeling of Transformers », IEEE Transactions on Industry Applications, Vol 24(3), 1988, pp. 434-438
- [9] C. Lin, J. Wei, C-L. Huang, C-J. Huang, « A New Model for Transformer Saturation by Including Hysteresis Loops », IEEE Transactions on Magnetics, Vol 25(3), 1989, pp. 2706-2712
- [10] J. Martinez, B. Mork, « Transformer Modeling for Low- and Mid-Frequency Transients – A Review », IEEE Transactions on Power Delivery, Vol 20(1), 2005, pp. 1625-1632
- [11] D. Tziouvaras, « Mathematical Models for Current, Voltage Coupling Capacitor Voltage Transformers », IEEE Transactions on Power Delivery, Vol 15(1), 2000, pp. 62-72

Modélisation de la saturation et de l'hystérèse

- [12] S. Garcia, A. Medina, C. Perez, « A State Space Single-Phase Transformer Model Incorporating Nonlinear Phenomena of Magnetic Saturation and Hysteresis for Transient and Periodic Steady-State Analysis », IEEE, 2000, pp. 2417-2421
- [13] F. Liorzou, B. Phelps, D. Atherton « Macroscopic Models of Magnetization », IEEE Transactions on Magnetics, Vol 36(2), 2000, pp. 418-428
- [14] J. Martinez, B. Mork, « A Simple Representation of Dynamic Hysteresis Losses in Power Transformers », IEEE Transactions on Power Delivery, Vol 10(1), 1995, pp. 315-321
- [15] C. Perez-Rojas, « Fitting Saturation and Hysteresis via Arctangent Functions », Power Engineering Letters, IEEE Power Engineering Review, 2000, pp. 55-57
- [16] S. Prusty, M. Rao, « A Novel Approach for Predetermination of Magnetization Characteristics of Transformers Including Hysteresis », IEEE Transactions on Magnetics, Vol 20(4), 1984, pp. 607-612
- [17] J. Rivas, J. Zamarro, E. Martin, « Simple Approximation for Magnetization Curves and Hysteresis Loops », IEEE Transactions on Magnetics, Vol 17(4), 1981, pp. 1498-1502

Modèle de Preisach

- [18] I. Mayergoyz, G. Friedman « Generalized Preisach Model of Hysteresis », IEEE Transactions on Magnetics, Vol 24(1), 1988, pp. 212-217
- [19] I. Mayergoyz, « Dynamic Preisach Models of Hysteresis », IEEE Transactions on Magnetics, Vol 24(6), 1988, pp. 2925-2927

Sites Web :

- [20] <http://euclid.ucc.ie/hysteresis/> , Février 2005