Examen SGM

Systèmes dynamiques **Juin 2011**

NOM, PRENOM: ....

SIGNATURE: ....

	1
1	
2	
3	
4	
5	

Aucune feuille annexe

SVP

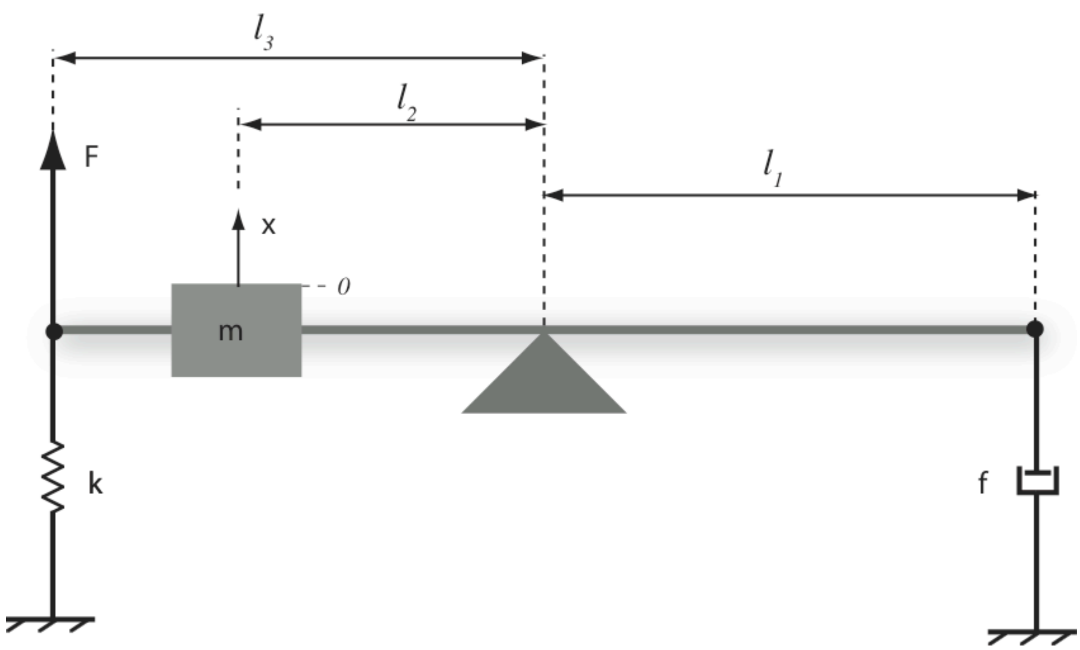


Figure 1. Système mécanique

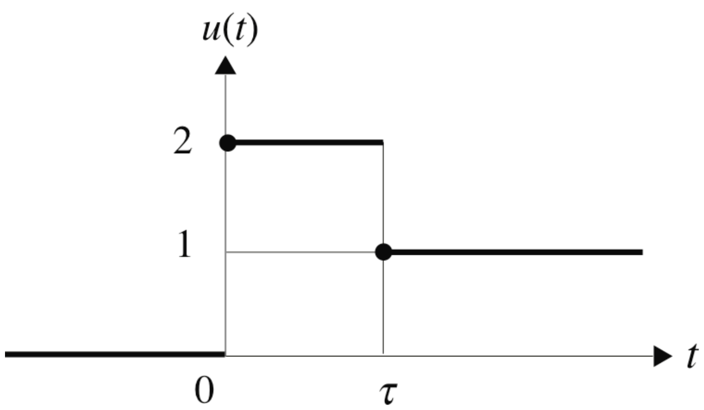
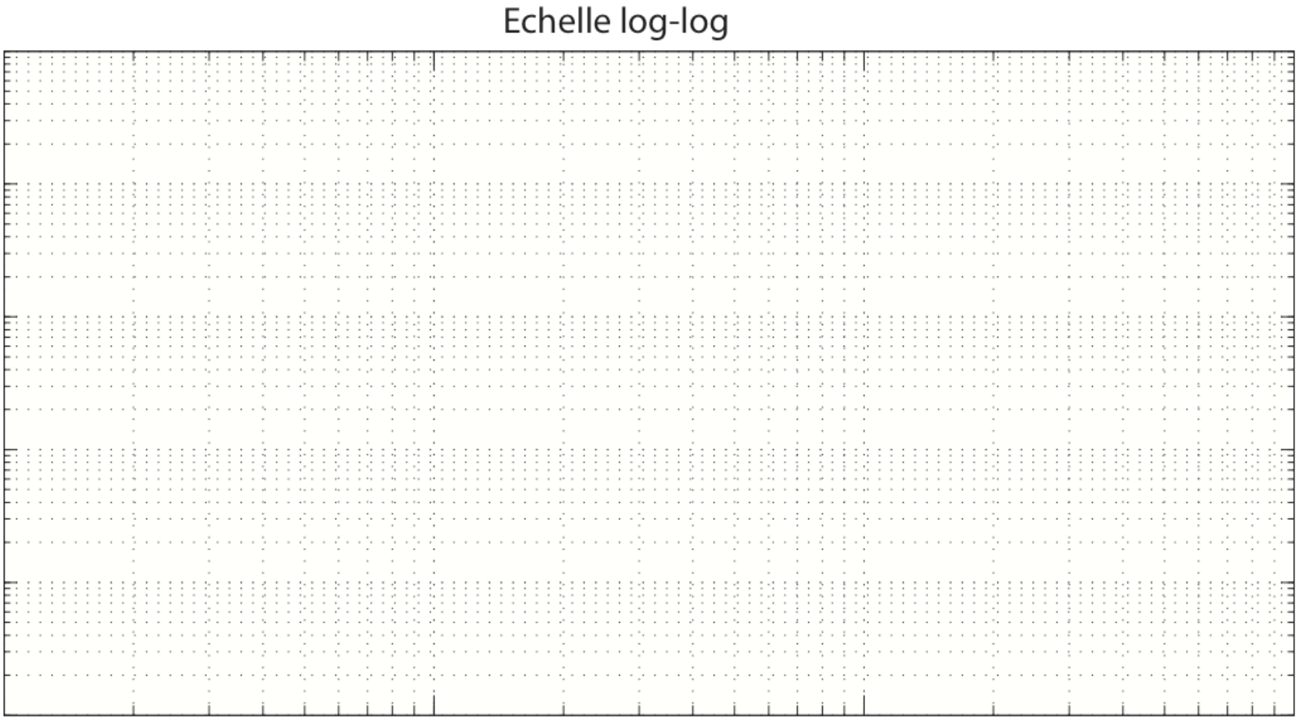


Figure 2. Signal d'entrée



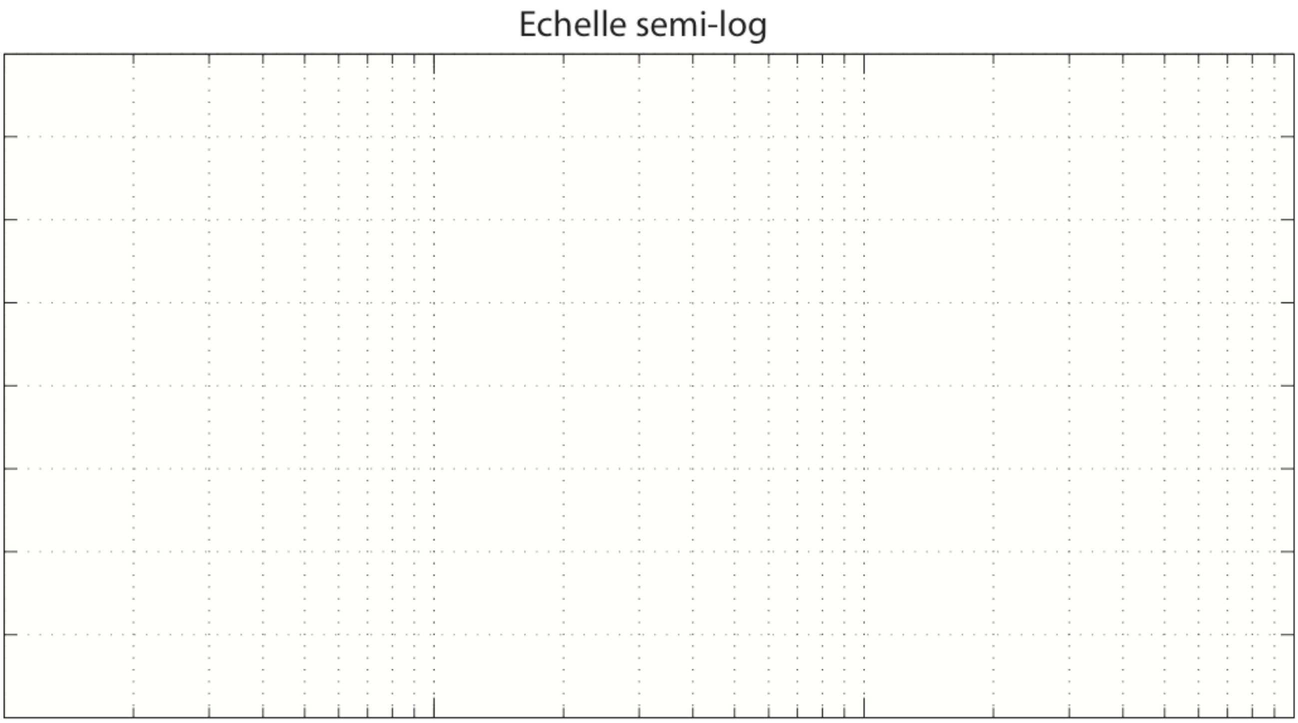


Figure 3. Diagramme de Bode

Problème 1 (1 point)

Soit un système mécanique formé d'une masse m fixée à une barre qui peut pivoter autour de la position horizontale comme indiqué à la figure 1. La masse de la barre est négligeable. Une extrémité de la barre est soumise à la force verticale F, mais également retenue par un ressort linéaire. L'autre extrémité de la barre est soumise à une force de frottement proportionnelle à sa vitesse de translation. Le déplacement vertical de la masse est représenté par x.

a) Ecrire les équations dynamiques pour de petits déplacements autour de la position horizontale.

b) Déterminer la fonction de transfert X(s)/F(s) pour ce point de fonctionnement.

c) Déterminer la position d'équilibre de la masse pour le cas où la force F est nulle.

Réponses :

(Si nécessaire, continuez au verso)

<u>Problème 2</u> (1 point)

Un système dynamique a été modélisé comme suit: $G(s)=\dfrac{Y(s)}{U(s)}=\dfrac{-2\,e^{-s}}{s^2+4s+3}$.

a) Ecrire l'équation différentielle correspondant au système initialement au repos.
b) Calculer la réponse impulsionnelle g(t).
c) Ce système est-il stable, c'est-à-dire est-ce que tous ses modes sont stables ?
d) Calculer la valeur finale de la réponse à l'entrée donnée à la figure 2.

Réponses :

(Si nécessaire, continuez au verso)

Problème 3 (1 point)

Soient les 4 systèmes suivants :

1) $G(s)=\frac{5e^{-s}}{s+2}$ 2) $G(s)=\frac{5s(2s+1)}{s+1}$

3) $\ddot{y}(t)+\dot{y}(t)+y(t)=5u(t-1)$ $\quad y(0)=\dot{y}(0)=0$

4) $\begin{cases}\dot{x}_1(t)=-2x_1(t)+x_2(t)+5u(t) & x_1(0)=2\\ \dot{x}_2(t)=-2x_2(t)+u(t) & x_2(0)=0\\ y(t)=2x_1(t)-x_2(t)\end{cases}$

a) Lesquels de ces systèmes sont non linéaires ? *Réponse :*

b) Lesquels de ces systèmes sont non causals ? *Réponse :*

c) Lesquels de ces systèmes ont une réponse indicielle oscillatoire ? *Réponse :*

d) Lesquels de ces systèmes ont un gain statique de 5 ? *Réponse :*

Justifier chacune des *réponses* ci-dessus.

Réponses :

(Si nécessaire, continuez au verso)

<u>Problème 4</u> (1 point)

Soit le modèle d'état non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -2x_1 + 3x_2^2 + \sqrt{2}\sin u & x_1(0) = 0 \\ \dot{x}_2 = x_1 - 3x_2 + \sqrt{2}\cos u & x_2(0) = 0 \\ y = x_1 - x_2 \end{cases}$$

a) Linéariser ce système dynamique autour du point d'équilibre correspondant à $\overline{u} = \dfrac{\pi}{4}$.

b) Calculer la sortie du modèle linéarisé à l'entrée $u(t) = \delta(t)$.

Réponses :

(Si nécessaire, continuez au verso)

<u>Problème 5</u> (1 point)

On a modélisé un système dynamique par l'équation dynamique suivante :

$$\ddot{y}(t+0.5)+6\dot{y}(t+0.5)+5y(t+0.5)=5\dot{u}(t)+u(t) \qquad y(0)=2,\ \dot{y}(0)=0,\ u(0)=0\ .$$

a) Déterminer la fonction de transfert Y(s)/U(s).

b) Evaluer le gain statique, les pôles et les zéros de ce système.

c) Construire son diagramme de Bode dans le diagramme de la figure 3.

Réponses :

(Si nécessaire, continuez au verso)