Examen SCGC

Commande de procédés **Juin 2009**

NOM, PRENOM: ....

SIGNATURE: ....

Aucune feuille annexe

SVP

	I
1	
2	
3	
4	
5	

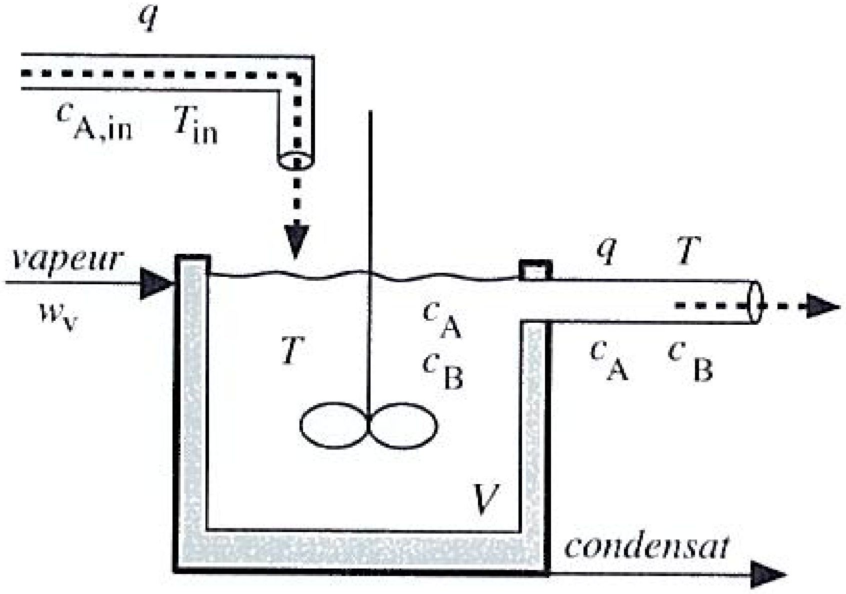


Figure 1. Réacteur agité continu chauffé par de la vapeur

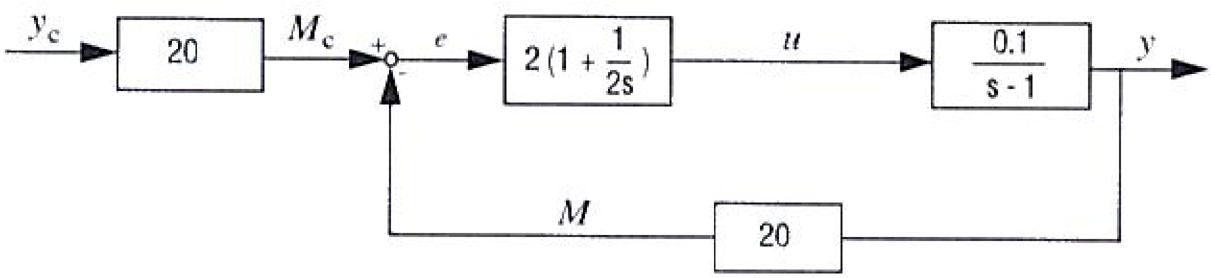


Figure 2. Schéma fonctionnel d'un système bouclé

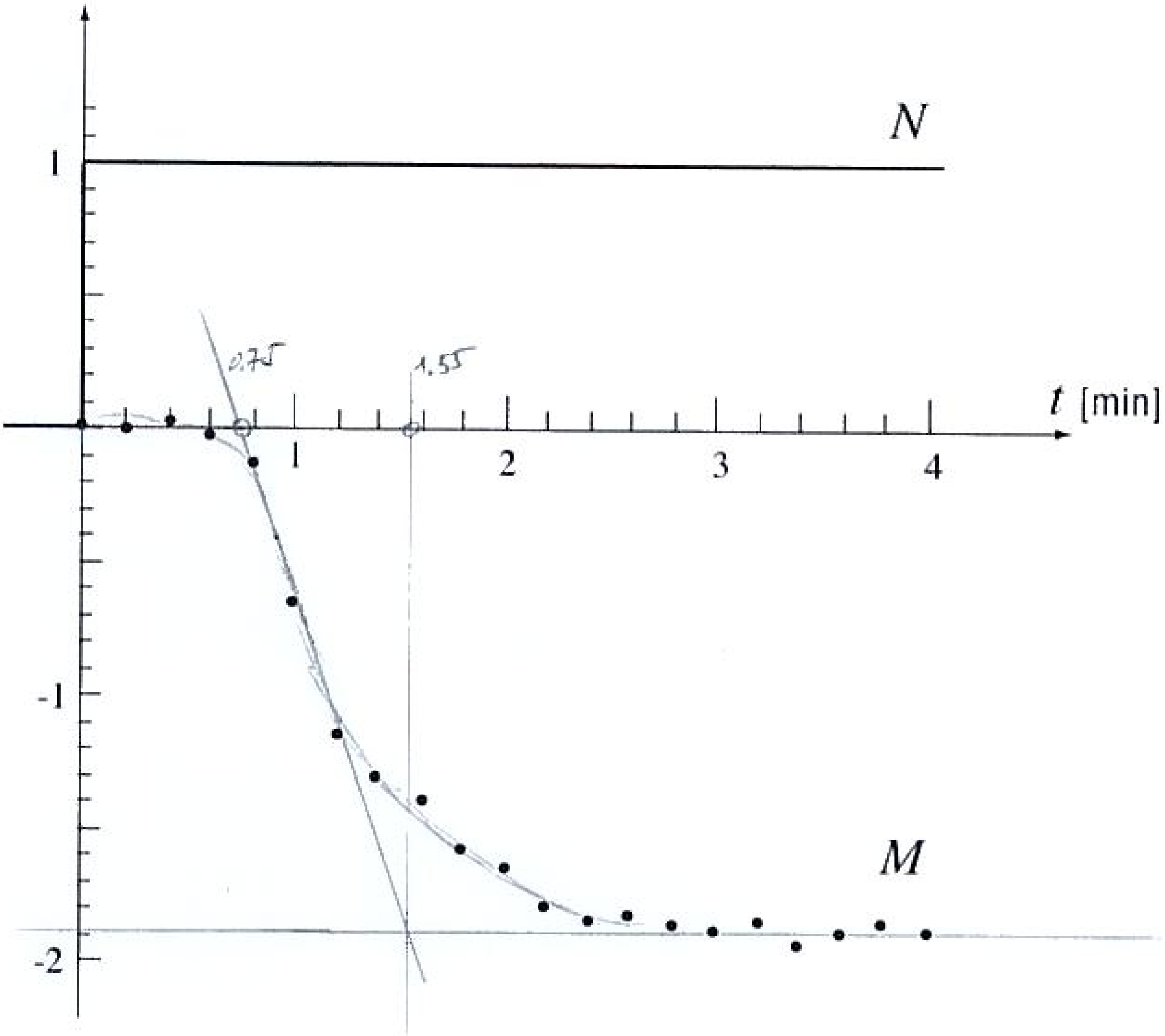


Figure 3. Réponse indicielle échantillonnée

<u>**Problème 1**</u> (Modélisation)

Soit un réacteur agité à marche continue dans lequel a lieu la réaction endothermique $2A \rightarrow B$ caractérisée par la vitesse de réaction $r = k_0 \exp\left(\frac{-E_a}{RT}\right)c_A^2$ (figure 1). Le débit d'alimentation q et sa concentration $c_{A,in}$ sont constants, par contre la température T_{in} varie en fonction des opérations en amont. Le réacteur est chauffé par la condensation de la vapeur dans le manteau du réacteur (enthalpie de vaporisation ΔH_v en J/kg). Le débit massique de vapeur w_v est la grandeur manipulable pour réguler la température T du réacteur. Le volume du réacteur V est constant. On considère que le manteau de chauffage est isolé vers l'extérieur et que toute la chaleur résultant de la condensation de la vapeur est transmise au milieu réactionnel.

a) Modéliser ce système dynamique.

b) Représenter schématiquement ce système dynamique en indiquant clairement les variables d'entrée, de perturbation, d'état et de sortie.

Réponse :

(Si nécessaire, continuez au verso)

Problème 2 (Commande)

Pour le réacteur agité décrit au problème 1, on a identifié les fonctions de transfert suivantes :

$$\frac{T(s)}{W_v(s)} = \frac{10}{(20s+1)(2s+1)} \qquad \left[\frac{°C \min}{kg}\right]$$

$$\frac{T(s)}{T_{in}(s)} = \frac{1}{(20s+1)(s+1)} \qquad [-]$$

a) Dimensionner un régulateur PID pour réguler T en manipulant w_v.

b) Dimensionner une loi de commande feedforward *statique* pour rejeter la perturbation T_{in}.

Réponse :

(Si nécessaire, continuez au verso)

Problème 3 (Modèle d'état)

Un système à commander avec l'entrée u et la sortie y a été modélisé comme suit :

$$\ddot{y} + 2\dot{y} + y^2 = u \qquad y(0) = 1 \qquad \dot{y}(0) = 0$$

Le point de fonctionnement correspond à $\bar{u} = 1$ et $\bar{y} = 1$.

L'actionneur, qui transforme le signal électrique N en le signal d'entrée u, peut être considéré comme un élément dynamique linéaire du premier ordre caractérisé par un gain statique de 2 et une constante de temps de 2 s.

Le capteur, qui transforme le signal de sortie y en le signal électrique M, est un élément statique de gain 0.5.

a) Ecrire un modèle d'état linéaire pour le système dynamique avec l'entrée u et la sortie y.

b) Ecrire un modèle d'état linéaire pour le système global avec l'entrée N et la sortie M.

Réponse :

(Si nécessaire, continuez au verso)

Problème 4 (Divers)

a) Calculer la transformée de Laplace de

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ e^t & 0 \le t < 2 \\ 0 & t \ge 2 \end{cases}$$

b) Pour $Y(s) = \dfrac{2}{s(s+1)^2}$, calculer $y(t)$.

c) Pour le schéma fonctionnel donné à la figure 2, calculer $\dfrac{Y(s)}{Y_c(s)}$.

d) Un système commandé par un régulateur PI possède la fonction de transfert en boucle fermée suivante :

$$\frac{Y(s)}{Y_c(s)} = \frac{K_R(2s+1)}{s^2 + (2K_R - 1)s + K_R}$$

Pour quelles valeurs de K_R ce système bouclé est-il stable ?

Réponse :

(Si nécessaire, continuez au verso)

Problème 5 (Régulateur PI)

La réponse indicielle échantillonnée d'un système à commander est donnée à la figure 3 (N : signal électrique à la sortie du régulateur, M : signal électrique de mesure).

a) Identifier le gain statique et la constante de temps dominante de ce système.

b) Dimensionner un régulateur PI pour ce système.

Réponse :

(Si nécessaire, continuez au verso)

Examen CP 2009

Problème 1

a) Bilans de matière:

$$V \frac{dc_A}{dt} = q\,(c_{A,in} - c_A) - 2 V k_0 e^{-\frac{E_A}{RT}} c_A^2 \qquad \left[\frac{mol}{s}\right]$$

$$V \frac{dc_B}{dt} = -q\,c_B + V k_0 e^{-\frac{E_A}{RT}} c_A^2 \qquad \left[\frac{mol}{s}\right]$$

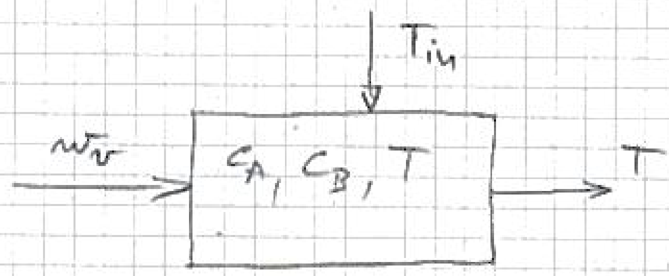
Bilan d'énergie:

$$V \rho c_p \frac{dT}{dt} = q \rho c_p (T_{in} - T) - \Delta H_r V k_0 e^{-\frac{E_A}{RT}} c_A^2 + w_v \Delta H_v$$

$[W]$ $\qquad \left[\frac{J}{mol}\right] [l] \left[\frac{mol}{l\,s}\right] \qquad \left[\frac{kg}{s}\right] \left[\frac{J}{kg}\right]$

0.5

b)



0.5

Problème 2

a) $$\frac{T(s)}{W_v(s)} = \frac{10}{(20s+1)(2s+1)}$$ système à commander

Spécification du système bouclé: $G_{BF}(s) = \frac{1}{10s+1}$

Régulateur PID (polycopié p. 176):

$$K_R = \frac{\tau_1 + \tau_2}{K \tau_{BF}} = \frac{20+2}{10 \cdot 10} = 0.22 \ \frac{kg}{min\,°C}$$

$$\tau_I = \tau_1 + \tau_2 = 22 \ min$$

$$\tau_D = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} = \frac{20 \cdot 2}{20+2} = 1.8 \ min$$

0.5

b) $$G^{FF} = -\frac{G_L}{G_p} = -\frac{T(s)}{T_{in}(s)} \frac{W_v(s)}{T(s)} = -\frac{(2s+1)}{10(s+1)} \qquad K^{FF} = -\frac{1}{10} = -0.1$$

Loi FF statique $\| \delta W_v(s) = -0.1\, \delta T_{in}(s) \|$

0.5

Problème 3

a) $\ddot{y} + 2\dot{y} + y^2 = u \qquad y(0) = 1 \quad \dot{y}(0) = 0$

Linéarisation du terme NL : $y^2 \simeq \bar{y}^2 + 2\bar{y}\,\delta y$

$\Rightarrow \quad \delta\ddot{y} + 2\delta\dot{y} + (\cancel{1} + 2\delta y) = \cancel{1} + \delta u \qquad$ à $\begin{cases} \bar{u} = 1 \\ \bar{y} = 1 \end{cases}$

0.25

Modèle d'état :

$\begin{cases} x_1 = \delta y \\ x_2 = \delta\dot{y} \end{cases} \qquad \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -2x_2 - 2x_1 + \delta u \end{cases}$

$\delta y = x_1$

0.25

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad c^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$$

b) $\dfrac{U(s)}{N(s)} = \dfrac{2}{2s+1} \quad \longleftrightarrow \quad 2\delta\dot{u} + \delta u = 2N$

$x_3 = \delta u \qquad \dot{x}_3 = -\dfrac{x_3}{2} + N$

0.25

$\dfrac{M(s)}{Y(s)} = 0.5 \qquad M = 0.5\,\delta y$

Modèle d'état global :

$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -2x_2 - 2x_1 + x_3 \\ \dot{x}_3 = -\dfrac{x_3}{2} + N \end{cases} \qquad M = 0.5\,x_1$

0.25

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad c^T = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Problème 4

a) $$U(s) = \int_0^2 e^{t} e^{-st}\, dt = \int_0^2 e^{(1-s)t}\, dt = \frac{1}{1-s} e^{(1-s)t}\Big|_0^2$$

$$= \frac{1}{1-s}\left[e^{2(1-s)} - 1\right] = \frac{1 - e^{2(1-s)}}{s-1}$$

0.25

b) $$Y(s) = \frac{2}{s(s+1)^2} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+1} + \frac{C}{(s+1)^2}$$

$$A = \lim_{s \to 0} \frac{2}{(s+1)^2} = 2$$

$$C = \lim_{s \to -1} \frac{2}{s} = -2$$

$$B = \lim_{s \to -1} \frac{d}{ds}\left[\frac{2}{s}\right] = \lim_{s \to -1} -\frac{2}{s^2} = -2$$

$$\Rightarrow \quad y(t) = 2\,\varepsilon(t) - 2\,\varepsilon(t)\, e^{-t} - 2\,\varepsilon(t)\, t e^{-t}$$

$$= 2\,\varepsilon(t)\left[1 - e^{-t} - t e^{-t}\right]$$

0.25

c) $$\frac{Y(s)}{Y_c(s)} = \frac{20 \cdot \frac{2s+1}{s} \cdot \frac{0.1}{s-1}}{1 + 20 \cdot \frac{2s+1}{s} \cdot \frac{0.1}{s-1}} = \frac{2(2s+1)}{s^2 - s + 2(2s+1)} = \frac{2(2s+1)}{s^2+3s+2}$$

0.25

d) Equation caractéristique : $s^2 + (2K_R - 1)s + K_R = 0$

Condition nécessaire et suffisante :

- $2K_R - 1 > 0 \qquad K_R > 0.5$
- $K_R > 0$

INSTABLE | 0.5 | STABLE → K_R

0.25

Problème 5

a) Gain statique $K = \frac{\Delta M}{\Delta N} = \frac{-1,9}{1} = -1.9$

Retard pur : $\theta = 0,75$ min

Constante de temps : $\tau = 1.55 - 0.75 = 0.8$ min (0.5)

b) Régulateur PI (selon Z-N):

$$K_R = 0,9 \frac{\tau}{\theta K} = 0.9 \frac{0.8}{0.75\,(-1,9)} = -0.51$$

$$\tau_I = 3.33\,\theta = 3.33 \cdot 0.75 = 2,50 \text{ min}$$ (0.5)