Démo 7 : *Simulation d'un système linéaire du premier ordre*

1 Introduction

On considère le système dynamique de l'exercice 2, série 7. Le but de la simulation est d'étudier l'évolution de la vitesse angulaire $\omega(t)$ d'un moteur. Celle-ci est décrite par une équation différentielle linéaire du premier ordre.

2 Equation dynamique

L'équation dynamique est :

$$\dot{\omega}(t) = -a\omega(t) + bu(t)$$

avec la condition initiale $\omega(0) = 0$. Nous considérons une tension $u(t) = \bar{u}$ pour $t \geq 0$ ($u(t) = 0$ pour $t < 0$).

Remarque :
Ce système, étant linéaire, peut être décrit par sa fonction de transfert :

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{b}{s+a}$$

La réponse indicielle est $\Omega(s) = G(s) \cdot \frac{1}{s}$ ce qui donne dans le domaine temporel :

$$\omega(t) = \frac{b}{a}(1 - e^{-at}) \qquad \forall t \geq 0$$

3 Implémentation Matlab

Nous proposons deux méthodes de simulation.

1ère méthode : le système est introduit dans le programme par sa fonction de transfert $G(s)$. La fonction *step* de Matlab trace directement la réponse indicielle correspondante.

2ème méthode : le système est introduit dans le programme par son équation d'état avec l'état $x = \omega$ (c.à.d. $\dot{x} = -ax + bu$). La fonction *ode45* simule la solution $x(t)$.

4 Observation des résultats

Nous affichons le graphe de $\omega(t)$ pour $\omega(0) = 0$ et $u(t) = 1$ pour $t \geq 0$. Les deux méthodes fournissent des courbes identiques.

Remarque : Matlab permet entre autres aussi de calculer la réponse impulsionnelle à l'aide de la fonction *impulse*(G).