Démo 5 : *Simulation d'un circuit intégrateur*

1 Introduction

On considère le circuit intégrateur de l'exercice 2, série 5. Le but est de calculer la valeur de l'arcsin u étant donné un nombre réel u compris entre -1 et 1. Pour cela on construit le système indiqué à la figure de l'exercice 2.

Partant d'une condition initiale α_0, on compare $\sin\alpha_0$ à la valeur u donnée (a priori). L'écart $u - \sin\alpha_0 = e$ est ensuite intégré et fourni la nouvelle valeur de α. Lorsque e converge vers zéro, on obtient $u = \sin\alpha$ c.à.d. $\alpha = \arcsin u$.

2 Equation dynamique

Cette équation peut se mettre sous la forme :

$$\dot{\alpha}(t) = \frac{1}{\tau}(u - \sin\alpha(t))$$

Ceci est une équation différentielle du premier ordre, non linéaire. Le régime stationnaire correspond à $\dot{\alpha}(t) = 0$ et ainsi pour toute condition initiale $\alpha_0 \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ nous savons que $\alpha(t) \to \arcsin u$ quand $t \to \infty$.

3 Implémentation Matlab

Nous utilisons la fonction *ode45* pour résoudre l'équation différentielle du premier ordre ci-dessus.

Dans le programme $u = 0.5$ et la condition initiale est choisie $\alpha_0 = 0$. La constante d'intégration est fixée à $\tau = 0.01 sec$.

4 Observation des résultats

La figure illustre le résultat de la simulation $\alpha(t)$ pour $t \in [0, 10] sec$. Cette courbe est comparée à la valeur désirée $\arcsin u$ pour $u = 0.5$. Nous observons que $\alpha(t)$ s'approche de cette valeur sur une échelle de temps reliée à $\tau = 0.01 sec$. Vous pouvez augmenter τ dans la simulation et observez que l'approche de $\alpha(t)$ vers $\arcsin u$ est plus lente.