

Démo 2 : Simulation d'un accéléromètre

1 Introduction

On considère l'accéléromètre de l'exercice 3, série 2. Notre but est de simuler l'équation dynamique du système et déterminer le bon régime de paramètres tel que ce système mécanique permette de mesurer une accélération.

2 Equation dynamique

L'équation dynamique vue dans l'exercice 3, série 2, peut se mettre sous la forme :

$$\ddot{y} = \ddot{z} + \frac{f}{m}\dot{z} + \frac{k}{m}z$$

Ici \ddot{y} est l'accélération de l'objet (que l'on désire mesurer) et z le déplacement de la masse m par rapport au cadre de l'accéléromètre.

Si on souhaite que \ddot{y} soit proportionnel au déplacement z de la masse, il faut choisir $\frac{k}{m} \gg \frac{f}{m} \gg 1$.

3 Implémentation Matlab

Pour simuler le système nous utilisons la fonction `ode45`. Tout d'abord nous mettons le système sous forme de modèle d'état avec deux états : $x_1 = z$, $x_2 = \dot{z}$ et l'entrée $u = \ddot{y}$.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{f}{m}x_2 - \frac{k}{m}x_1 + u \end{cases}$$

Ici les conditions initiales sont $x_1(0) = 0$ et $x_2(0) = 0$. L'entrée est choisie comme $u(t) = \sin(\omega t)$.

Le programme affiche les fonctions $u(t)$ (égal à $\ddot{y}(t)$) et $\frac{k}{m}x_1(t)$ (égal à $\frac{k}{m}z(t)$).

4 Observation des résultats

Le programme vous propose un ensemble de paramètres m, k, f qui respecte la condition $\frac{k}{m} \gg \frac{f}{m} \gg 1$ ($m = 1, k = 100m$ et $f = 5m$). De plus la pulsation ω de l'entrée est choisie à $\omega = 2\text{rad/sec}$ et l'observation se fait sur 10sec .

Vous observez sur la solution numérique que $u(t) = \sin(\omega t)$ est quasi-égale à $\frac{k}{m}x_1(t)$ ($= \frac{k}{m}z(t)$). Ainsi la mesure du déplacement z (multipliée par $\frac{k}{m}$) donne bien l'accélération de l'objet.

Afin de vous convaincre de l'importance de la condition $\frac{k}{m} \gg \frac{f}{m} \gg 1$, nous vous proposons de modifier ces paramètres et d'observer que les deux courbes $u(t)$ et $\frac{k}{m}x_1(t)$ peuvent être très différentes.