Démo 11 : *Application de la méthode des moindres carrés*

1 Introduction

Nous considérons l'exercice 1 de la série 11. Des mesures expérimentales de la réponse indicielle d'un système dynamique sont données. Le but de cette simulation est de déterminer les paramètres d'un modèle mathématique qui représente le système dynamique par la méthode des moindres carrés.

2 Equation dynamique

L'esquisse des valeurs expérimentales y_i aux instants t_i, $i = 1, \dots, N$ montre qu'il s'agit d'un système du premier ordre avec un retard pur de $2sec$. La fonction de transfert correspondante est de la forme :

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Ke^{-2s}}{\tau s + 1}$$

Dans le domaine temporel la réponse indicielle est donnée par :

$$y(t) = K(1 - e^{-(t-2)/\tau})\epsilon(t-2)$$

On veut déterminer les paramètres du modèle K et τ par la méthode des moindres carrés. Dans cette méthode K et τ sont déterminés en minimisant l'erreur quadratique entre les mesures $y_i, i = 1, \dots, N$ et les valeurs $y(t_i), i = 1, \dots, N$ données par le modèle :

$$S(K, \tau) = \sum_{i=1}^{N} (y_i - y(t_i))^2$$

3 Implémentation Matlab

Il faut introduire dans le programme la forme analytique du modèle, c.à.d. ici $y(t)$, ainsi que les valeurs expérimentales.

Les valeurs de K et τ qui minimisent la fonction $S(K, \tau)$ sont calculées grâce à la fonction *lsqcurvefit* de Matlab.

La fonction *lsqcurvefit* est basée sur des algorithmes itératifs qui requièrent une valeur initiale pour les paramètres K_0 et τ_0.

4 Observation du résultat

Le résultat des moindres carrés pour K et τ s'affiche sur la console de l'écran. Ici les conditions initiales choisies sont $K_0 = 0.7$, $\tau_0 = 0.3$ et on trouve $K = 0.5$, $\tau = 0.17$. Essayer de modifier les conditions initiales et observer le résultat de *lsqcurvefit*.

Vous pouvez à partir des valeurs obtenues tracer la réponse indicielle correspondant au modèle et comparer avec les valeurs expérimentales.