Démo 10 : *Transformation de Laplace*

1 Introduction

On considère l'exercice 3 de la série 10, le but étant d'évaluer la réponse temporelle d'un système, à diverses entrées, connaissant a priori sa réponse impulsionnelle.

2 Fonction de transfert

Le système est défini par sa réponse impulsionnelle donnée par :

$$g(t) = 2\epsilon(t)e^{-2t}$$

La fonction de transfert correspondante est :

$$\mathcal{L}\left[g(t)\right] = G(s) = \frac{2}{s+2}$$

Cela permet de calculer la réponse à l'entrée $u(t) = \epsilon(t)$:

$$\mathcal{L}^{-1}\left[G(s)U(s)\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2}{s+2}\cdot\frac{1}{s}\right] = (1-e^{-2t}), \qquad t \geq 0$$

Pour la réponse à l'entrée retardée $u(t) = \epsilon(t-1)e^{-(t-1)}$ on a :

$$\mathcal{L}^{-1}\left[G(s)U(s)\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2}{s+2}\cdot\frac{e^{-s}}{s+1}\right] = 2e^{-(t-1)} - 2e^{-2(t-1)}, \qquad t \geq 1$$

Ces calculs (faits analytiquement aux exercices) seront réalisés à l'aide de Matlab.

3 Implémentation Matlab

Tout d'abord, dans le programme, nous définissons deux variables symboliques pour le temps t et la variable de Laplace s.

La transformée de Laplace est calculée grâce à la fonction de Matlab *laplace*.

Pour obtenir la fonction temporelle voulue, on fait appel à la fonction *ilaplace*.

Pour pouvoir afficher le résultat de *ilaplace* (la sortie du système) on utilise la fonction *ezplot*.

4 Observation des résultats

On affiche les deux réponses aux entrées $u(t) = \epsilon(t)$ et $u(t) = \epsilon(t-1)e^{-(t-1)}$ pour un intervalle de temps $[0, 5]$ sec.

Les graphes correspondent bien aux solutions analytiques. Observez que le retard pour la deuxième entrée est bien mis en évidence.