

Projet de semestre

Identification et commande  
d'un actuateur piézoélectrique

Candidat : Andrés Collazos  
Assistant : Y. Michellod  
MER : D. Gillet

Été 2004-2005

## Résumé

Pour améliorer la résolution d'un télescope, on voudrait rejeter les perturbations dues à l'atmosphère. Pour réaliser ce projet, l'EPFL propose une structure à deux étages : une table (Newport ou à lames) avec une précision théorique du  $\mu m$  combinée avec un actuateur piézoélectrique dont la précision théorique est inférieure au nanomètre.

Le système doit fonctionner en poursuite de trajectoire. On cherche à avoir une bande passante de 200Hz et une précision de l'ordre du nanomètre avec le système en boucle fermée.

Le but de ce projet est d'identifier l'actuateur piézoélectrique et de faire la synthèse d'un algorithme de commande adéquat.

Ce document est donc constitué de deux parties : l'identification de l'actuateur piézoélectrique et la synthèse des algorithmes de commande.

Pour terminer, on présente les résultats obtenus avec les différents régulateurs en gardant à l'esprit que l'actuateur fait partie d'une structure à deux étages.

# Table des matières

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introduction</b>  | <b>1</b>  |
| 1.1      | Contexte du projet . . . . .                                 | 1         |
| 1.2      | L'actuateur piézoélectrique . . . . .                        | 1         |
| 1.3      | Le système . . . . .   | 3         |
| <b>2</b> | <b>Identification</b>  | <b>5</b>  |
| 2.1      | Actuateur piézoélectrique S-316.10 . . . . .                 | 5         |
| 2.2      | Actuateur piézoélectrique P-840.10 . . . . .                 | 6         |
| 2.3      | Résultats . . . . .  | 8         |
| <b>3</b> | <b>Commande</b>  | <b>11</b> |
| 3.1      | Régulateur PID . . . . .                                     | 12        |
| 3.1.1    | Synthèse dans les diagrammes de Bode . . . . .               | 12        |
| 3.1.2    | Synthèse par la deuxième méthode de Zigler-Nichols . . . . . | 13        |
| 3.1.3    | Résultats . . . . .  | 18        |
| 3.2      | Régulateur RST . . . . .                                     | 22        |
| 3.2.1    | Principe du régulateur RST . . . . .                         | 22        |
| 3.2.2    | Relation avec un régulateur PID . . . . .                    | 23        |
| 3.2.3    | Dimensionnement du régulateur RST . . . . .                  | 25        |
| 3.2.4    | Résultats . . . . .  | 28        |
| <b>4</b> | <b>Analyse des résultats</b>                                 | <b>33</b> |
| 4.1      | Résultats . . . . .  | 34        |
| <b>5</b> | <b>Conclusion</b>  | <b>37</b> |
|          | <b>Références</b>  | <b>39</b> |

# 1 Introduction

## 1.1 Contexte du projet

Pour améliorer la résolution d'un télescope au Chili (Very Large Telescope Interféromètre, VLTI), on désire rejeter les perturbations atmosphériques lors d'observations spatiales.

Pour le réaliser, on a besoin d'un dispositif de positionnement dont la course est de  $70mm$  et la précision de l'ordre du nanomètre.

Une des solutions proposées à l'EPFL est un prototype mécanique à deux étages : une table (Newport ou à lames) avec une précision théorique de l'ordre du  $[\mu m]$  combinée avec un actuateur piézoélectrique dont la précision théorique est inférieure au nanomètre.

La structure complète doit être capable de suivre une consigne de référence de  $70mm$  avec un contenu fréquentiel de 200Hz.

Ce travail est un sous module de ce projet. En effet, on ne traite que l'actuateur piézoélectrique, mais en gardant à l'esprit que celui-ci fait partie d'une structure à deux étages.

Dans un premier temps on procède à l'identification de l'actuateur piézoélectrique.

Ensuite, une fois qu'un modèle satisfaisant a été obtenu, on passe à la synthèse des régulateurs de commande appropriés.

Deux types de régulateurs seront synthétisés, des régulateurs PID et des régulateurs RST.

## 1.2 L'actuateur piézoélectrique

Dans cette section, on présente les caractéristiques principales de l'actuateur piézoélectrique. Les données ont été extraites et adaptées du site internet de Physikal Instrumente (<http://www.pi.ws>) [2].

### Caractéristiques des matériaux piézoélectriques

PZT est l'acronyme pour plumbum (plomb) zirconate titante. Il s'agit d'un matériau céramique polycristalin avec des propriétés piézoélectriques<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>La piézoélectricité caractérise la propriété que présentent certains corps à se polariser électriquement sous l'action d'une contrainte mécanique (effet direct) et à se déformer lorsqu'ils sont soumis à un champ électrique (effet inverse) [4]

La déformation des matériaux piézoélectriques est une fonction du champ électrique  $\vec{E}$ , du type de matériau piézoélectrique utilisé et de la longueur de celui-ci.

On peut caractériser le matériau par les coefficients de contrainte piézoélectriques  $d_{ij}$ . Ces coefficients donnent la relation entre le champ électrique appliqué et la contrainte mécanique produite.

$$\Delta L = \epsilon \cdot L_0 \approx \pm E \cdot d_{ij} \cdot L_0$$

Où

$\epsilon$  : variation relative de longueur

$L_0$  : longueur de la céramique [ $m$ ]

$E$  : champ électrique [ $\frac{V}{m}$ ]

$d_{ij}$  : coefficient piézoélectrique [ $\frac{m}{V}$ ]

## Caractéristiques des actionneurs PZT

Les termes d'actionneur ou d'actuateur sont indifféremment utilisés dans la littérature pour décrire les générateurs de vibrations artificielles requis pour contrôler activement les vibrations d'un système quelconque[1].

Dans notre cas, il s'agit de contrôler les vibrations induites par l'atmosphère sur le chemin optique de la lumière vers le télescope. Ces vibrations sont compensées par le déplacement du miroir au bout de l'actionneur modifiant ainsi le chemin optique de la lumière.

La liste suivante donne quelques caractéristiques intéressantes de l'actionneur piézoélectrique en rapport avec l'objectif du projet.

**Résolution** Les actionneurs PZT ont une résolution théorique illimitée. En effet, ils ne présentent pas de frottement, ni des seuils de tension d'entrée. En pratique, le montage et les instruments de métrologie, entre autres, peuvent limiter cette résolution.

**Réponse rapide** Les actionneurs piézoélectriques ont la réponse la plus rapide disponible. La constante de temps est de l'ordre de la microseconde. On peut atteindre des accélérations de l'ordre de 10000g.

**Non linéarités** Les actionneurs piézoélectriques présentent de l'hystérèse et du drift.

**Consommation de puissance** Il n’y pratiquement pas de consommation d’énergie dans les applications statiques. Pour le fonctionnement dynamique, la consommation augmente linéairement avec la fréquence et la capacité de l’actuateur.

**Combinaison avec d’autres appareils de positionnement** Il est possible de combiner un actuateur piézoélectrique avec d’autres instruments de positionnement motorisés pour augmenter la course du dispositif final.

On remarque que l’actuateur piézoélectrique a les caractéristiques recherchées : une très bonne résolution, une réponse rapide et une faible consommation d’énergie. En plus, le dernier point indique qu’il est possible de combiner l’actuateur avec d’autres instruments de positionnement pour augmenter la course, ce qui correspond à l’objectif du projet final.

### 1.3 Le système

On a travaillé avec deux actionneurs. D’abord avec l’actuateur piézoélectrique S-316.10 et ensuite l’actuateur piézoélectrique P-840.10 l’a remplacé.

Le problème avec le premier actionneur est que sa course réelle était de  $6[\mu m]$  au lieu des  $12[\mu m]$  prescrits (table 1). En plus, la bande passante était une limitation trop importante. En effet, l’interface du miroir (rétro-réfecteur) avait une inertie trop importante, ce qui baissait la bande passante de manière considérable.

La table 1 montre que le P-840.10 est meilleur du point de vue de la course théorique, de la résolution (en boucle ouverte), de la rigidité statique et de la fréquence de résonance sans charge.

Outre que les caractéristiques précitées, la principale différence entre ces actionneurs est que le S-316.10 est équipé avec une boule de rétroaction interne, alors que le P-840.10 est fourni pour un fonctionnement en boucle ouverte.

Pour réaliser ce projet on a considéré tout le système (actionneur et son amplificateur de courant avec la métrologie) comme un système SISO, auquel on donne une tension en entrée pour un déplacement à la sortie.

TAB. 1 – Caractéristiques des actuators piézoélectriques

| Modèle                                       | P-840.10   | S-316.10                          | unités                          |
|--|------------|-----------------------------------|---------------------------------|
| Axe actif                                    | Z          | Z, $\theta_x$ , $\theta_y$        |                                 |
| Course en boucle ouverte (0 à 100 V)         | 15         | 12                                | [ $\mu m$ ]                     |
| Course en boucle fermée                      | -          | 12                                | [ $\mu m$ ]                     |
| Senseurs intégrés                            | -          | 3 $\times$ capteurs de contrainte |                                 |
| Résolution en boucle fermée/ouverte          | -/0.15     | 0.2/0.4                           | nm                              |
| Rigidité statique                            | 57         | 10                                | $\frac{N}{\mu m}$               |
| Capacité électrique                          | 1.8        | 3 $\times$ 0.45                   | $\mu F$                         |
| Coefficients de courant dynamique (DOCC)     | 15         | 3 $\times$ 5                      | $\frac{\mu A}{Hz \times \mu m}$ |
| Fréquence de résonance sans charge ( $f_0$ ) | 18         | 5.5                               | kHz $\pm$ 20%                   |
| Température d'opération                      | -20 to +80 | -20 to +80                        | $^{\circ}C$                     |
| Poids sans câbles                            | 20         | 55                                | g                               |

## 2 Identification

Le but de l'identification est d'élaborer un modèle du système à commander qui permet de synthétiser des régulateurs en utilisant les données expérimentales.

Comme Jonq-Jer Tzen, Shyr-Long Jeng et Wei-Hua Chieng [5], on a choisi un modèle de deuxième ordre pour identifier le comportement linéaire de l'actuateur. On a donc négligé l'hystérèse.

Cette hypothèse est justifiée pour l'actuateur S-310.16, car il est équipé d'une boucle de réglage interne.

Par contre, pour que l'hypothèse reste valable pour l'actuateur P-840.10, il faut l'utiliser en boucle fermée avec un régulateur contenant un terme intégrateur. De plus, il faut que la plage des tensions d'entrée lors des mesures en boucle ouverte pour la phase d'identification soit assez petite pour éviter la zone de grande hystérèse.

Considérons la version discrète d'un modèle de deuxième ordre :

$$G(s) = \frac{\kappa\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n + \omega_n^2} \Rightarrow H(z) = \frac{b_0z + b_1}{z^2 + a_1z + a_2}$$

où  $G(s)$  et  $H(z)$  sont les fonctions de transfert analogique et discrète du système à commander. La discrétisation a été faite avec la méthode zero order hold.

### 2.1 Actuateur piézoélectrique S-316.10

La figure 1 montre la réponse de l'actuateur à un saut indiciel d'amplitude  $-3[V]$ . On remarque que cet actuateur présente des oscillations après le saut ; ce qui indique la présence des pôles de résonance à haute fréquence.

Comme on a pris un modèle de deuxième ordre, on a négligé ces pôles de résonance. On a identifié un modèle ARX. Le résultat est montré à la figure 1.

Le modèle obtenu (en puissances négatives de  $q$ ) est :

$$y(k) = \frac{-0.0004615 - 0.002098q^{-1}}{1 - 1.895q^{-1} + 0.903q^{-2}}u(k) + \frac{1}{1 - 1.895q^{-1} + 0.903q^{-2}}e(k) \quad (1)$$

La fréquence d'échantillonnage est de  $f = 5\text{kHz}$ .



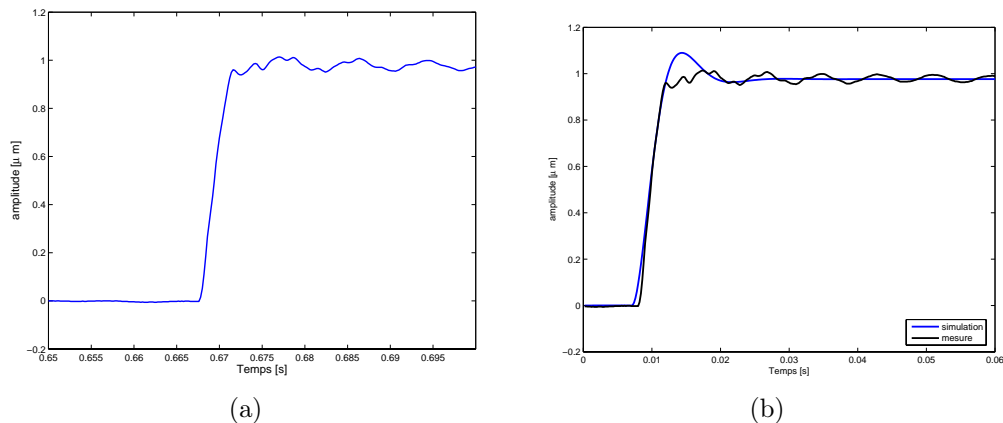


FIG. 1 – Réponse à un saut indiciel d’amplitude  $-3[V]$  avec l’actuateur S-310.10. La fréquence d’échantillonnage est de  $f = 5\text{kHz}$ . (a) mesure obtenue avec le système, (b) mesure et simulation. Simulation faite à partir du modèle ARX, équation 1

Le résultat obtenu n’est pas satisfaisant, même s’il y a une concordance de 92%, il y a un grand dépassement. Ceci est dû au modèle qui identifie les premières oscillations des pôles de résonance.

On n’a pas poursuivi nos recherches pour trouver un meilleur modèle, car cet actuateur a été remplacé par l’actuateur P-840.10, présentant des meilleures caractéristiques.

## 2.2 Actuateur piézoélectrique P-840.10

La figure 2 montre la réponse à un saut indiciel d’une amplitude de  $-1[V]$ . On remarque la présence d’une oscillation.

La figure 4 montre l’allure des oscillations lorsqu’une tension nulle est appliquée au système en boucle ouverte, il s’agit d’un sinus d’une fréquence d’environ 50Hz, modulé en amplitude. La source de ces oscillations n’est pas encore déterminée.

Étant donnée qu’on a un bruit qui n’est pas blanc (figure 4) on a utilisé la méthode Box-Jenkins pour identifier le système. Le modèle recherché à la forme :

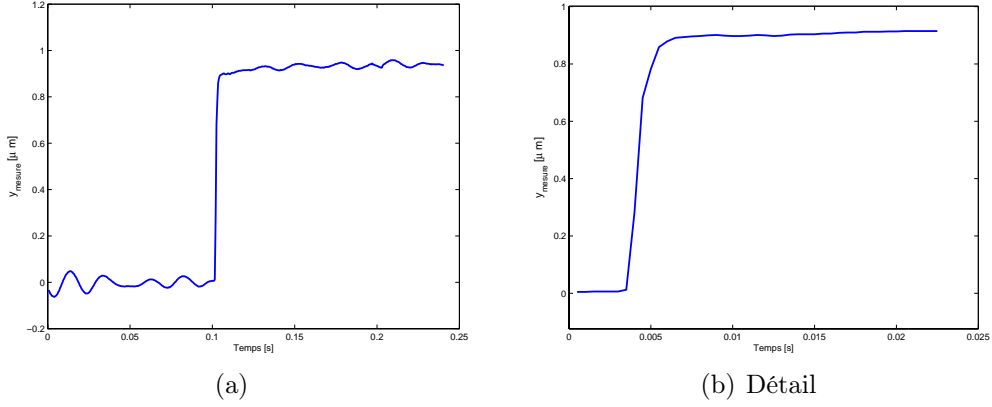


FIG. 2 – Réponse à un saut indiciel d’amplitude  $-1[V]$  avec l’actuateur P-840.10. La fréquence d’échantillonnage est de  $f = 2\text{kHz}$ . (a) mesure obtenue avec le système, (b) détail sur la zone du saut indiciel

$$y(k) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})}u(k) + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}e(k) \quad (2)$$

où  $y(k)$  est la sortie à l’instant  $k$ ,  $u(k)$  l’entrée et  $e(k)$  un bruit blanc. Les polynômes  $B$ ,  $F$ ,  $C$  et  $D$  définissent les fonctions de transfert entre la sortie et l’entrée et le bruit et la sortie.

Pour mieux identifier la dynamique du système, seule une partie des données a été considérée (figure 2(b)).

La figure 3 montre la mesure et la simulation obtenue à partir du modèle :

$$y(k) = \frac{-0.001363q^{-1} - 0.3498q^{-2}}{1 - 0.7904q^{-1} + 0.1843q^{-2}}u(k) + \frac{1 - 0.7041q^{-1} - 0.1326q^{-2}}{1 - 0.7628q^{-1} - 0.3031q^{-2}}e(k) \quad (3)$$

Pour ce modèle on a un taux de concordance de 95%.

La fréquence d’échantillonnage vaut  $f = 2\text{kHz}$ . Comme la bande passante du système était de 150Hz (figure 5), il n’était pas nécessaire de garder une haute fréquence d’échantillonnage, car la composante haute fréquence de la commande serait de toutes manières filtrée par le système. Par contre, on a fait attention à garder une fréquence qui respecte le critère  $f_e = 10 \div 20f_b$  stipulé par [3, §2.6] en ce qui concerne la période d’échantillonnage.

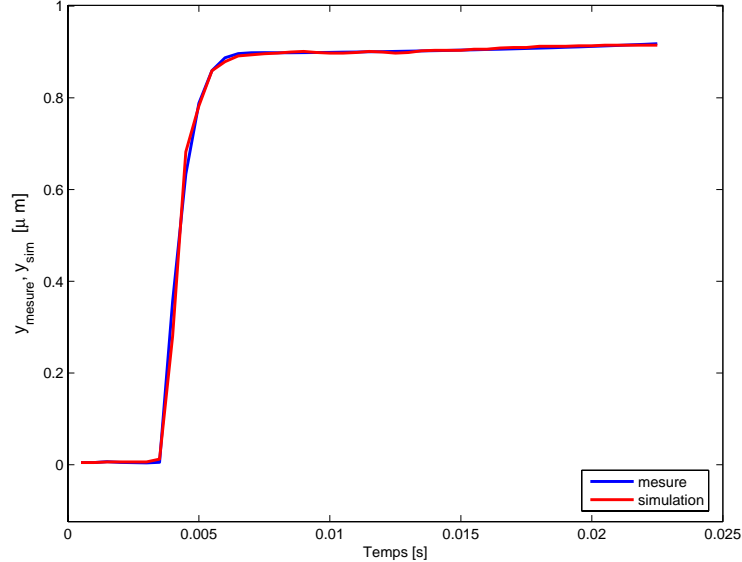


FIG. 3 – Mesure et simulation de la réponse à un saut indiciel à un saut indiciel d’amplitude  $-1[V]$  avec l’actuateur P-840.10. La fréquence d’échantillonnage est de  $f = 5\text{kHz}$ .

## 2.3 Résultats

On a identifié les deux actuateurs, le premier par la méthode ARX (équation 1) et le deuxième par la méthode de Box-Jenkins (équation 3).

Le modèle trouvé pour l’actuateur S-316.10 n’est pas du tout satisfaisant, à cause du grand dépassement, mais comme celui-ci à été remplacé par le P-840.10, aucune investigation supplémentaire n’a été menée.

D’autre part, comme le montre la figure 5, la bande passante du système est plus basse (100Hz). Ceci s’explique d’une part par la grande inertie du miroir.

On remarque ainsi qu’il est impossible d’atteindre les spécifications avec ce système, la bande passante inhérente à l’actuateur piézoélectrique étant trop basse.

Pour l’actuateur P-840.10, la bande passante est autour de 150Hz (figure 5), mais dans ce cas c’est l’amplificateur de puissance qui limite la bande passante car la capacité d’entrée du piézo est plus grande et nécessite donc

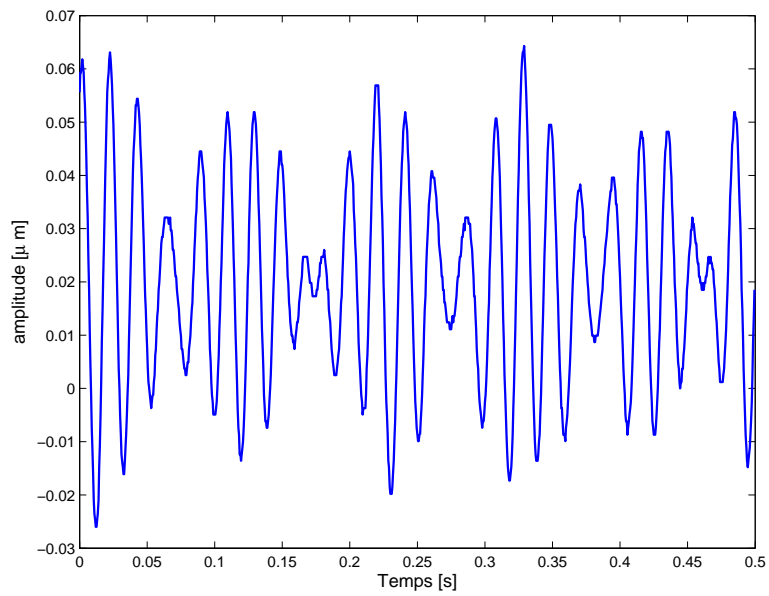


FIG. 4 – Perturbation à la sortie, mesure réalisée en boucle ouverte avec une tension d’entrée nulle

plus de courant de l’amplificateur pour le charger.

Il suffit donc, dans ce cas, d’utiliser un amplificateur plus performant pour monter la bande passante en dessus des 200Hz.

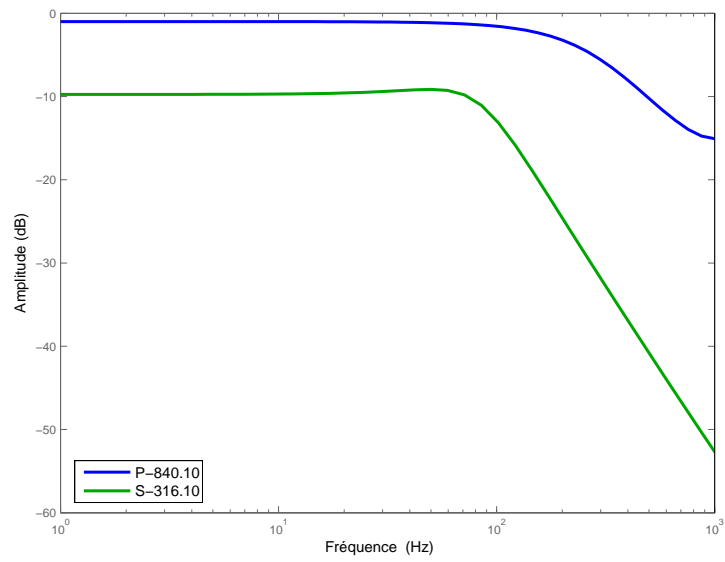


FIG. 5 – Diagramme de Bode. Modèle ARX (équation 1) en vert, actuateur S-316.10. Modèle Box-Jenkins (équation 3) en bleu, actuateur P-810.10

### 3 Commande

La plupart des applications actuelles des actionneurs piézoélectriques sont en régime statique, quasi-statique ou stationnaire [2]. Dans ces cas, la répétitivité théorique des actionneurs piézoélectriques suffit pour assurer une bonne performance en boucle ouverte avec une consigne de commande faite à priori. Dans ces cas, il faut modéliser l'hystérèse [5].

Par contre, le système étudié dans ce travail doit fonctionner en poursuite de trajectoire.

Cette trajectoire nous est donnée en temps réel; elle a un contenu fréquentiel jusqu'à 200Hz et correspond à un processus stochastique de type Kolmogorov.

La consigne correspond aux corrections à apporter au chemin optique en déplaçant le miroir fixé au bout de l'actionneur piézoélectrique.

Ces corrections compensent les variations de longueur du chemin optique induites par l'atmosphère et ainsi améliorer la résolution du télescope.

Dans cette section, on examine deux types de régulateurs pour l'actionneur piézoélectrique P-840.10<sup>2</sup> : des régulateurs PI et RST.

Pour les régulateurs PI on a pris deux méthodes, la synthèse dans les diagrammes de Bode (§3.1.1) et la deuxième méthode de Zigler-Nichols (3.1.2).

Le paragraphe 3.1.3 présente les résultats obtenus avec le système réel pour différents types de consignes.

Ensuite, la synthèse des régulateurs RST est abordée (§3.2) avec la méthode algébrique proposée par R. Longchamp [3, §10].

La performance des régulateurs RST, ainsi que les résultats obtenus pour différentes consignes sont présentés au paragraphe 3.2.4.

---

<sup>2</sup>Comme indiqué précédemment, l'actionneur S-316.10 n'était plus à disposition à cette période, aucune synthèse de régulateur n'a été faite pour ce système

### 3.1 Régulateur PID

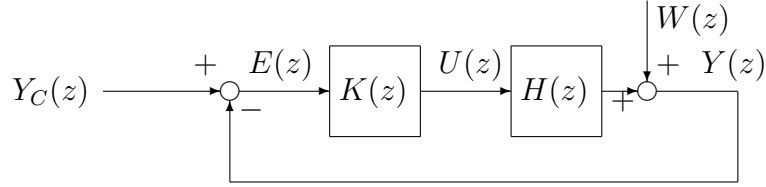


FIG. 6 – Schéma bloc du régulateur PID.  $Y_C(z)$  : consigne,  $Y(z)$  : sortie ,  $E(z)$  : erreur  $Y_C(z) - Y(z)$ ,  $U(z)$  : commande,  $K(z)$  : fonction de transfert discrète du régulateur PI,  $H(z)$  : fonction de transfert du système à commander en boucle ouverte

La figure 6 montre le schéma bloc correspondant à une régulation en asservissement avec un régulateur PID. En discret, la fonction de transfert  $K(z)$  s'écrit :

$$K(z) = K_p \left( 1 + \frac{h}{z-1} + \frac{N(z-1)}{\left(1 + N\frac{h}{T_d}\right)z-1} \right) \quad (4)$$

Où :

$h$  : la période d'échantillonnage.

$K_p$  : gain proportionnel du régulateur

$T_i$  : constante de temps du terme intégrateur

$T_d$  : constante de temps du terme dérivateur

$N$  : paramètre du filtre du terme dérivateur (constante de temps  $\frac{T_d}{N}$ )

Le premier terme de l'équation 4 correspond au terme proportionnel, le deuxième au terme intégral et le troisième au terme dérivateur.

#### 3.1.1 Synthèse dans les diagrammes de Bode

La figure 7 montre le diagramme de Bode du système à commander et le diagramme de bode du système avec le régulateur PI. Les valeurs des paramètres du régulateur sont  $K_p = -1.1$  et  $T_i = \frac{1}{200} = 0.05$ .

La figure 7 montre, comme l'indique la théorie [3, §9.9], que le terme intégral augmente  $|K(z)H(z)|$  en basse fréquence, pour  $f < \frac{T_i}{2\pi} \approx 30\text{Hz}$  et

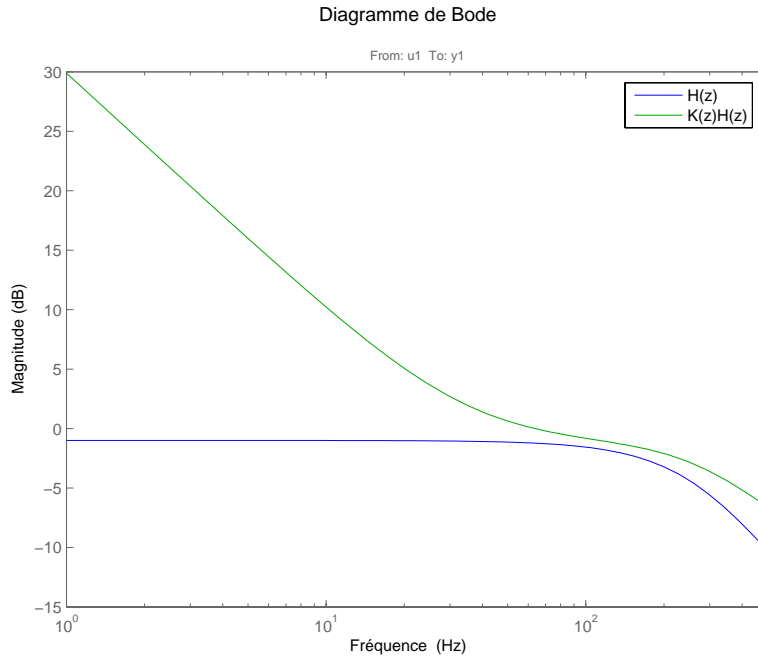


FIG. 7 – Diagramme de Bode du modèle du système à commander  $H(z)$  et du système avec le régulateur PI  $K(z)H(z)$

tend vers l'infini pour une fréquence nulle, ce qui permet d'annuler les écarts permanents.

La figure 8 montre le résultat du régulateur pour une consigne de la forme d'un saut indiciel de 1 [ $\mu m$ ]. On remarque une oscillation à haute fréquence.

La figure 9 montre le diagramme de Bode de la fonction de transfert du système en boucle fermée  $H_m(z) = \frac{K(z)H(z)}{1+K(z)H(z)}$  pour un régulateur PI et PID.

Lorsqu'on introduit un terme dérivateur, le mode résonant augmente, ce qui explique les oscillations obtenues, en mesure et en simulation 8.

On voit la nécessité d'un régulateur tel que le RST, avec un degré de liberté supplémentaire, pour annuler cette oscillation en boucle fermée (§3.2).

### 3.1.2 Synthèse par la deuxième méthode de Zigler-Nichols

La deuxième méthode de Zigler-Nichols est utilisé pour le dimensionnement des régulateurs P, PI ou PID. Elle se base sur le gain statique critique



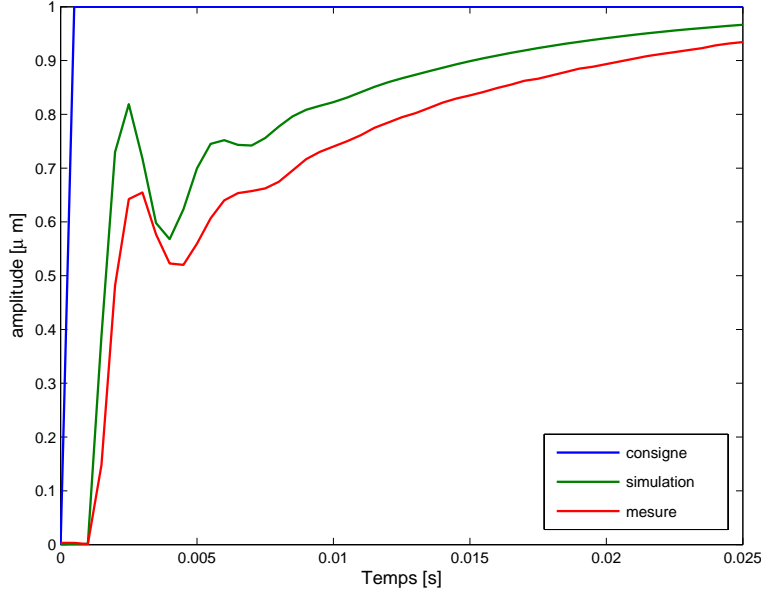


FIG. 8 – Réponse à un saut indiciel. Régulateur PI synthétisé dans le diagramme de Bode. La période d'échantillonnage est  $h = 0.0005s$ . Les valeurs des paramètres du régulateur sont  $K_p = -1.1$  et  $T_i = \frac{1}{200} = 0.05$ . La simulation a été faite à partir de la fonction en boucle fermée  $H_m(z) = \frac{K(z)H(z)}{1+K(z)H(z)}$

$K_{pc}$  et la constante de temps critique correspondante  $T_c$ .

Le gain critique  $K_{pc}$  correspond au gain pour lequel

$$K_{pc}H(j\omega_c) = -1 \quad (5)$$

$T_c$  est la constante de temps correspondante  $T_c = \frac{2\pi}{\omega_c}$ .

Ensuite, on détermine les valeurs de  $K_p$ ,  $T_i$  et  $T_d$  à partir des la table 2 pour les régulateurs P, PI et PID.

Pour déterminer les constantes critiques  $K_{pc}$  et  $T_c$ , on utilise la méthode du premier harmonique. La figure 10 illustre cette méthode, elle consiste à appliquer un régulateur non-linéaire de type tout-ou-rien au système en boucle fermée avec une consigne nulle.

À partir de la sortie mesuré, on détermine l'amplitude d'oscillation  $a_c$  et la période d'oscillation  $T_c$ , comme le montre la figure 11.

Finalement on trouve le gain critique  $K_{pc}$  à partir de la formule suivante[3, §12.4]

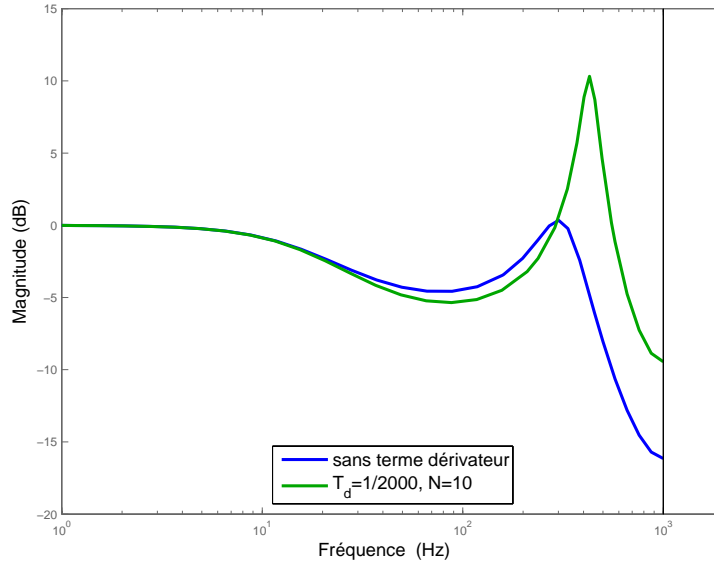


FIG. 9 – Diagramme de Bode pour les régulateur PI et PID. La période d'échantillonnage est  $h = 0.0005s$ . Les valeurs des paramètres des régulateurs sont  $K_p = -1.1$ ,  $T_i = \frac{1}{200} = 0.005$  et  $T_d = \frac{1}{2000} = 0.0005$ . La simulation a été faite à partir de la fonction en boucle fermée  $H_m(z) = \frac{K(z)H(z)}{1+K(z)H(z)}$

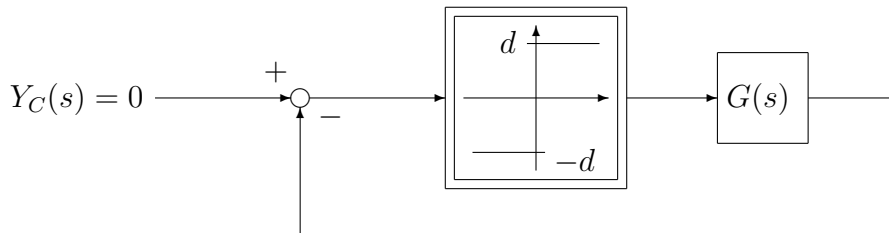


FIG. 10 – Réglage tout-ou-rien avec contre-réaction négative. La consigne  $Y_C$  est nulle.  $G(s)$  est la fonction de transfert analogique du système à commander,  $Y(s)$  est la sortie analogique du système et  $d$  est l'amplitude du dispositif tout-ou-rien

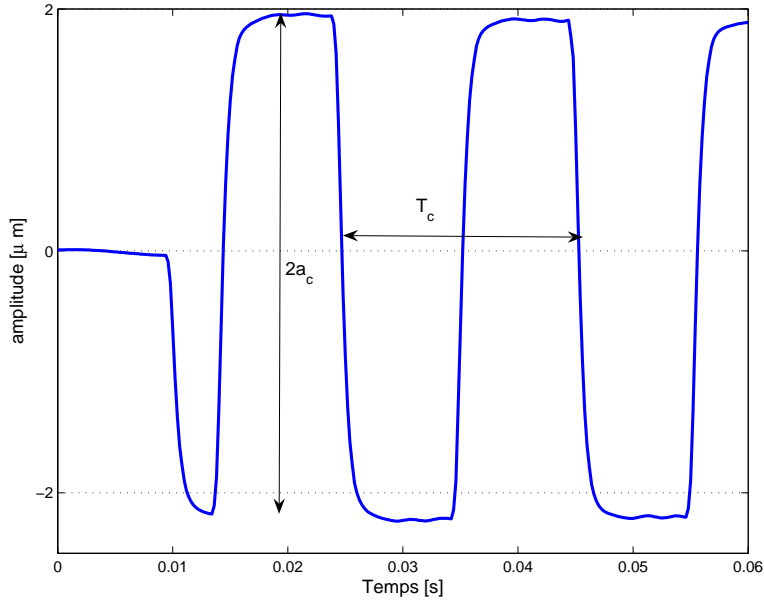


FIG. 11 – Détermination de l’amplitude  $a_c$  et de la période  $T_c$  de la sortie obtenues à partir d’un réglage tout-ou-rien avec une consigne nulle. L’amplitude du régulateur tout-ou-rien est  $d = 2$

TAB. 2 – Paramètres des régulateurs P, PI et PID analogiques d’après la seconde méthode de Ziegler-Nichols (d’après R. Longchamp [3, §12.4])

| Type | $H(s)$  | $K_p$        | $T_i$     | $T_d$      |
|------|---|--------------|-----------|------------|
| P    | $K_p$   | $0.5K_{pc}$  |           |            |
| PI   | $K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$        | $0.45K_{pc}$ | $0.83T_c$ |            |
| PID  | $K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + sT_d\right)$ | $0.6K_{pc}$  | $0.5T_c$  | $0.125T_c$ |

$$K_{pc} = \frac{4d}{\pi a_c}$$

Donc, pour les valeurs

$$d = 2[V] \text{ et } a_c = 1.9596\mu\text{m}$$

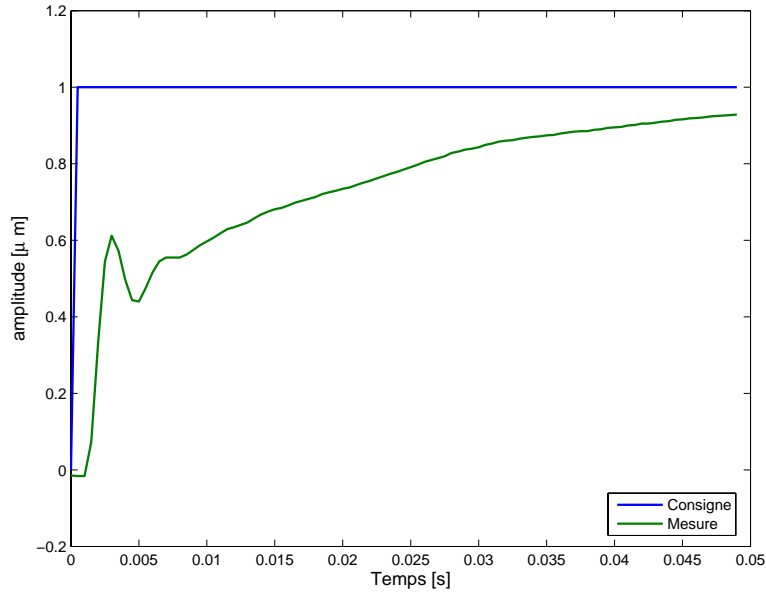


FIG. 12 – Réponse à un saut indiciel. Régulateur PI synthétisé par la deuxième méthode de Zigler-Nichols, les paramètres  $K_{pc}$  et  $T_c$  ont été trouvés par la méthode du premier harmonique. La période d'échantillonnage est  $h = 0.0005s$ . Les valeurs des paramètres du régulateur sont  $K_p = -0.78$  et  $T_i = 0.013$ .

on trouve

$$K_{pc} = 1.2995 \text{ et } T_c = 0.0206$$

d'où les paramètres pour le régulateur PI :

$$K_p = -0.78$$

$$T_i = 0.013$$

Il suffit alors de discrétiser la fonction de transfert  $K(s)$

$$K(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right) \Rightarrow H(z) = K_p \left( 1 + \frac{\frac{h}{T_i}}{z - 1} \right)$$

Cette discrétisation a été faite par la première méthode d'euler [3, §8.3].

La figure 12 montre le résultat obtenu pour une consigne de la forme d'un saut unitaire. On n'est pas surpris de trouver la même oscillation que précédemment lors de la montée, car on n'a pas changé la structure du régulateur, mais seulement les valeurs de  $K_p$  et  $T_i$ .

### 3.1.3 Résultats

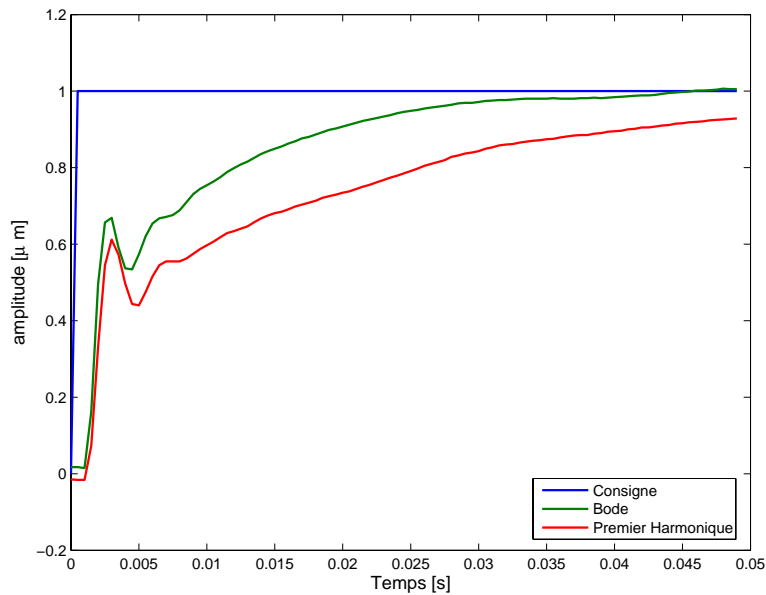
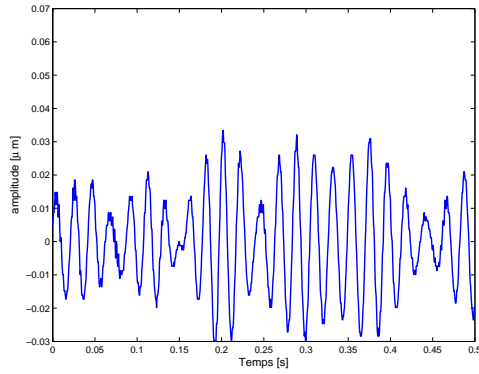


FIG. 13 – Réponse du système en boucle fermée à une consigne en forme de saut unitaire. Régulateurs PI synthétisés dans le diagramme de Bode et avec la deuxième méthode de Zigler-Nichols

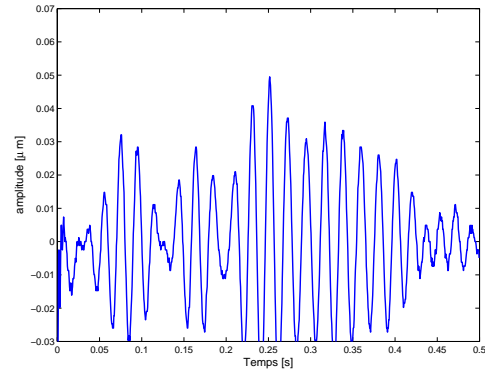
Dans cette section on essaye de comparer les régulateurs PI synthétisés précédemment.

D'abord, on analyse leurs performances pour une consigne d'un saut unitaire. Comme le montre la figure 13, les deux régulateurs produisent une oscillation à haute fréquence, ce qui est dû à la structure de réglage choisie, et non pas à la réalisation des régulateurs sur le système réel.

Par contre aucun de deux ne dépasse la consigne. Finalement, on remarque que le régulateur synthétisé dans le diagramme de Bode est un peu

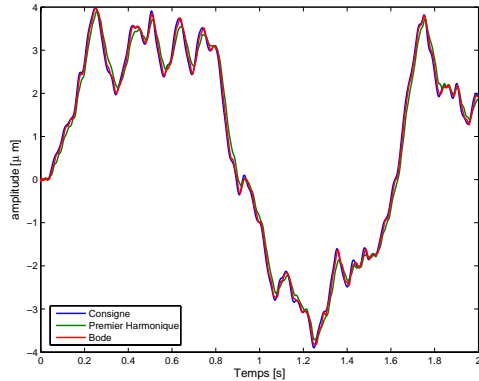


(a) Synthèse dans le diagramme de Bode

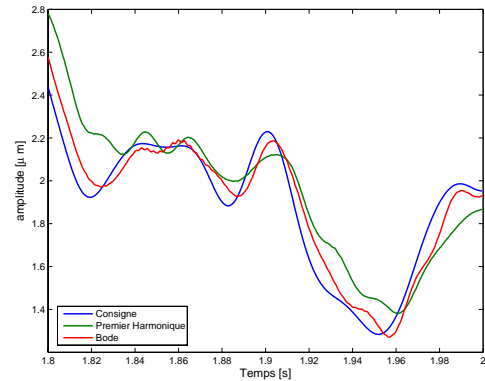


(b) Méthode du premier harmonique

FIG. 14 – Rejet de perturbation à l'entrée (cf. §2.2, figure 4). Mesure en boucle fermée avec les régulateurs PI



(a)



(b) Détail

FIG. 15 – Fonctionnement en poursuite de trajectoire (consigne filtrée à 100Hz et adaptée pour avoir des valeurs entre  $\pm 5\mu\text{m}$ )

plus rapide étant donnée que son gain est un peu plus grand (en valeur absolue) que celui du régulateur synthétisé par la méthode du premier harmonique

$$|K_{p,\text{Bode}}| = 1.1 > |K_{p,1er\text{Harmonique}}| = 0.78$$

Ensuite, on s'intéresse à la performance des régulateurs pour le rejet de la perturbation à la sortie. La figure 14 montre les résultats obtenus pour les deux régulateurs. On remarque que aucun des deux ne diminue l'amplitude de

l'oscillation de manière considérable. En théorie, un terme dérivateur pourrait améliorer cette performance étant donné sa caractéristique prédictive.

D'autre part, le terme intégrateur ramène la composante constante de la perturbation à 0.

Finalement, on regarde le comportement du système en boucle fermée pour une consigne de type Kolmogorov<sup>3</sup>. La figure 15 montre les résultats obtenus.

D'une manière globale (figure 15(a)), on peut être satisfait des résultats obtenus, la consigne et les mesures se superposent. Par contre, si on regarde de plus près (figure 15(b)), on distingue des différences considérables entre la consigne et les mesures. De plus, on s'aperçoit que d'une manière générale le régulateur synthétisé dans le diagramme de Bode "colle mieux" à la consigne que celui synthétisé par la méthode du premier harmonique.

Pour quantifier ces résultats, on a calculé le *Root Mean Square*

$$RMS = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_k e(k)^2} \quad (6)$$

de l'erreur pour la consigne Kolmogorov et pour le rejet de perturbation. On a aussi calculé l'erreur maximale et minimale globales ainsi que l'écart maximal dans une fenêtre de 8ms. Ces résultats sont résumés à la table 3.

Pour le suivi de la consigne du type Kolmogorov, on a un rapport d'environ deux entre le RMS du deuxième régulateur et du premier régulateur. Il en va de même pour les autres grandeurs calculées pour cette consigne.

En ce qui concerne le rejet de perturbation, on a environ les mêmes performances.

On a un rapport 2 entre les constantes de temps  $\tau$  telle que  $y(\tau) \approx 0.63$ .

D'après les critères utilisées, le régulateur synthétisé dans le diagramme de Bode est meilleur que le régulateur synthétisé par la deuxième méthode de Ziegler-Nichols. Par contre, il n'est pas satisfaisant pour les objectifs recherchés car il présente des pics d'erreur trop grands en amplitude par rapport aux spécifications.

---

<sup>3</sup>La consigne est filtrée à 100Hz. On a modifié le signal pour avoir des valeurs entre  $\pm 5\mu m$  pour ne pas arriver à la saturation fixé à  $\pm 5[V]$

TAB. 3 – Analyse des résultats obtenus pour les régulateurs PI

| Régulateur  | Régulateur PI synthétisé par |                                 |         |
|---|------------------------------|---------------------------------|---------|
|   | Bode                         | 1 <sup>er</sup> harmo-<br>nique | unités  |
| Consigne "Kolmogorov"   |                              |                                 |         |
| $\frac{1}{N} \sqrt{\sum_k e(k)^2}$                                    | 0.0015                       | 0.0.0034                        | $\mu m$ |
| $\max_k(e(k))$  | 0.1746                       | 0.4662                          | $\mu m$ |
| $\min_k(e(k))$  | -0.2377                      | -0.4943                         | $\mu m$ |
| $\max_{t_1-t_2 \leq 8ms} ( e(t_1) - e(t_2) )$                         | 0.1995                       | 0.2578                          | $\mu m$ |
| Rejet de perturbation   |                              |                                 |         |
| $\frac{1}{N} \sqrt{\sum_k e(k)^2}$                                    | $4.563 \times 10^{-4}$       | $5.721 \times 10^{-4}$          | $\mu m$ |
| Dépassement   | Non                          | Non                             |         |
| Estimation de la constante de temps $\tau$ telle que $y(\tau) = 0.63$ | 0.007                        | 0.012                           | $s$     |



## 3.2 Régulateur RST

Comme le montre la section précédente, les régulateurs PI et PID ne sont pas assez performants pour arriver aux objectifs fixés pour le projet. C'est ainsi que, pour trouver une meilleure solution, on s'intéresse aux régulateurs polynomiaux RST.

À la différence des régulateurs PID numériques, qui sont une numérisation des régulateurs analogiques, le régulateur RST tire plein profit des caractéristiques numériques des systèmes de commande actuels. En effet, il utilise les capacités de calcul des systèmes de commande actuels ainsi que la possibilité de stocker les valeurs passées de l'entrée, de la sortie et de la consigne.

D'autre part, la synthèse d'un régulateur RST se fait directement de manière algébrique et univoque à partir du modèle discret du système.

Contrairement à la méthode de synthèse dans le diagramme de Bode, où on utilisait un modèle fréquentiel du système à commander, le régulateur RST utilise un modèle paramétrique du système. Dans le cas présent il s'agit du modèle Box-Jenkins (équation 3) identifié au paragraphe 2.

On s'attend alors à ce que le régulateur soit mieux adapté à la dynamique du système.

### 3.2.1 Principe du régulateur RST

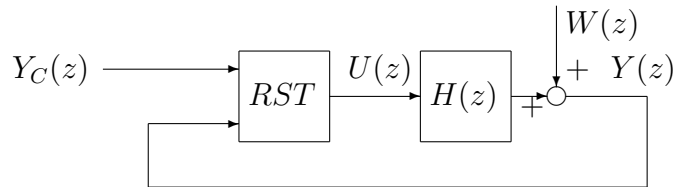


FIG. 16 – Régulateur RST en asservissement.  $H(z)$  est la fonction de transfert discrète du système à commander,  $Y(z)$  la sortie,  $Y_C(z)$  la consigne et  $U(z)$  la commande. Le carré  $RST$  représente le régulateur, on remarque qu'il a deux entrées  $Y_C(z)$  et  $Y(z)$ , il ne s'agit plus d'une fonction de transfert  $SISO$  comme pour les régulateurs PID

La figure 16 montre le principe de fonctionnement du régulateur RST en asservissement. On remarque que les entrées du régulateur sont la consigne

et la sortie, en opposition aux régulateurs PID où la seule entrée est l'écart. De ce fait, le régulateur RST ne peut pas être représenté par une fonction de transfert *SISO*.

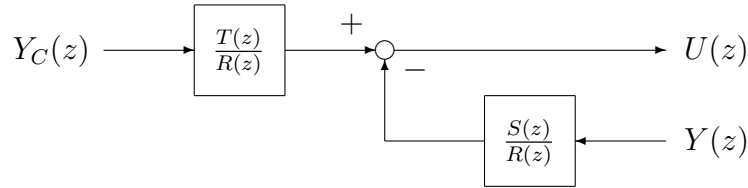


FIG. 17 – Régulateur RST sous forme d'un schéma fonctionnel dit à *trois branches*

La figure 17 montre la structure interne d'un régulateur RST : la sortie et la consigne passent par des fonctions de transfert avec un même dénominateur mais avec un numérateur différent, ceci donne un degré de liberté supplémentaire au régulateur RST par rapport au régulateur PID.

Comme l'indique la figure 17, la sortie  $U(z)$  vaut

$$U(z) = \frac{T(z)}{R(z)}Y_C(z) - \frac{S(z)}{R(z)}Y(z)$$

### 3.2.2 Relation avec un régulateur PID

Si on regarde la structure du régulateur PID :

$$K(z) = K_p \left( 1 + \frac{h}{T_i} + \frac{N(z-1)}{\left(1 + N\frac{h}{T_d}\right)z-1} \right) = \frac{P(z)}{Q(z)}$$

On remarque qu'il s'agit d'un régulateur RST tel que

$$R(z) = Q(z)$$

$$S(z) = T(z) = P(z)$$

La table 4 illustre le degré de liberté supplémentaire du régulateur RST en termes de fonctions de transfert.

TAB. 4 – Comparaison des fonctions de transfert pour les régulateurs RST et PID. Modèle à commander  $H(z)$ ,  $K(z)$  est la fonction de transfert du régulateur PID et  $U(z) = \frac{T(z)}{R(z)}Y_C(z) - \frac{S(z)}{R(z)}Y(z)$  est la sortie du régulateur RST.  $W(z)$  est une perturbation à la sortie On a omis le  $(z)$  pour alléger l'écriture

| Fonction de transfert | Régulateur                                    |                     |
|-----------------------|---|---------------------|
|                       | <i>RST</i>                                    | <i>PID</i>          |
| $\frac{Y}{Y_C}$       | $\frac{\frac{T}{R}H}{1 + \frac{S}{R}H}$       | $\frac{KH}{1 + KH}$ |
| $\frac{Y}{W}$         | $\frac{1}{1 + \frac{S}{R}H}$                  | $\frac{1}{1 + KH}$  |
| $\frac{E}{Y_C}$       | $\frac{1 - \frac{S-T}{R}H}{1 + \frac{S}{R}H}$ | $\frac{1}{1 + KH}$  |

Si on prend la fonction de transfert entre la sortie  $Y(z)$  et la consigne  $Y_C(z)$ , une fois qu'on a fixé le polynôme  $S(z)$ , on a encore un degré de liberté avec le polynôme  $T(z)$ , ce qui n'est pas le cas pour un régulateur PID, car une fois que la fonction de transfert du régulateur  $K(z)$  a été fixée, la fonction de transfert  $\frac{Y}{Y_C}$  est complètement déterminée.

Cette caractéristique peut être utile pour éliminer l'oscillation rencontrée lors des essais en boucle fermée pour un saut indicial (§3.1.1).

En outre, les fonctions de transfert  $\frac{E}{Y_C}$  et  $\frac{Y}{W}$  sont identiques pour un régulateur PID, ce qui n'est pas le cas pour le régulateur RST. On en déduit qu'il est possible de "moduler" la fonction de transfert  $\frac{E}{Y_C}$  avec le polynôme  $T(z)$  une fois que la fonction de transfert  $\frac{Y}{W}$  a été fixée convenablement.

### 3.2.3 Dimensionnement du régulateur RST

Pour la synthèse du régulateur RST on s'est basé sur [3, §10].

On a choisi un régulateur avec intégrateur et sans simplification de zéros. L'intégrateur sert entre autres à compenser l'hystérèse et le "drift" de l'actuateur piézoélectrique .

**Données** Le modèle du système

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)}$$

avec  $A(z) = z^2 + a_1z + a_2$  et  $B(z) = b_0z + b_1$

**Spécifications**  $A_0(z) = z^{\delta A_0}$   
 $A_m(z)$ ,  $B_m(z)$  et telles que

$$H_m(z) = \frac{B_m(z)}{A_m(z)}$$

où  $H_m(z)$  est le modèle à poursuivre (figure 18).

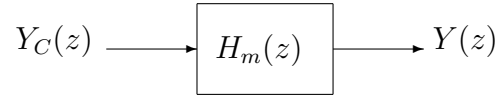


FIG. 18 – Définition du modèle à poursuivre  $H_m(z)$

**Conditions**  $A(z)$  et  $B(z)$  n'ont aucun facteur commun.

$$B_m(z) = \frac{A_m(1)}{B(1)}B(z)$$

$$\delta A_m - \delta B_m = \delta A - \delta B$$

$$A_0 = z^{\delta A_0}$$

$$\delta A_0 = 2\delta A - \delta A_m$$

$$\delta R = \delta A_m + \delta A_0 - \delta A - 1$$

$$\delta S = \delta A$$

D'où

$$\begin{aligned}
 A_m(z) &= z^2 + c_1z + c_2 \\
 B_m &= \frac{1 + c_1 + c_2}{b_0 + b_1} B(z) \\
 A_0 &= z^2 \\
 R(z) &= (z - 1)(z + r_1) & S(z) &= s_0z^2 + s_1z + s_2
 \end{aligned}$$

**Étape 1** Résoudre

$$A(z)(z - 1)R(z) + B(z)S(z) = A_m(z)A_0(z)$$

Dans le cas étudié on trouve le système linéaire

$$\begin{bmatrix} 1 & b_0 & 0 & 0 \\ a_1 - 1 & b_1 & b_0 & 0 \\ a_2 - a_1 & 0 & b_1 & b_0 \\ -a_2 & 0 & 0 & b_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ s_0 \\ s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 - a_1 + 1 \\ c_2 - a_2 + a_1 \\ a_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

**Étape 2** Calculer

$$T(z) = \frac{A_m(1)}{B(1)} A_0(z)$$

**Détermination des pôles de  $H_m(z)$**  Il est évident que les coefficients des polynômes  $R(z)$ ,  $S(z)$  et  $T(z)$  dépendent des coefficients  $c_1$  et  $c_2$ . Ceux-ci déterminent les pôles du modèle à poursuivre  $H_m(z)$ . Tout l'art du design du régulateur réside dans le choix de ces pôles.

Pour ce travail, ce choix a été fait de manière empirique, en résolvant l'équation 7 pour des pôles complexes conjuguées dans une zone du cercle unité.

Le paragraphe 3.2.4 présente les résultats obtenus avec les régulateurs calculés à partir des pôles signalés à la figure 19.

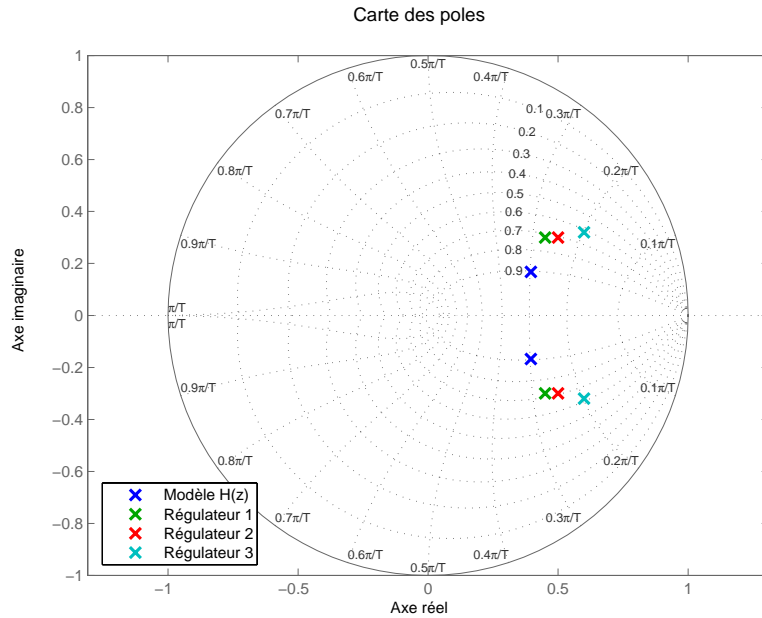


FIG. 19 – Carte des pôles. Les pôles verts, rouges et cyan correspondent aux pôles du modèle à poursuivre  $H_m(z)$ . Ce diagramme montre les courbes iso-fréquences (courbes quasi radiales) et iso-amortissement relatif (voir la commande matlab `zgrid`).

**Remarque** Une recherche d’une paire de pôles optimale a été faite. Celle-ci consistait à rechercher des paires de pôles dans le cercle unité et de calculer la performance du régulateur synthétisé à partir de cette paire de pôles en termes d’erreur (en simulation).

Cette méthode heuristique, peu élégante, permet de trouver la zone où l’erreur est proche d’un minimum.

Il est évident qu’il serait plus intéressant de résoudre ce problème d’optimisation d’une manière plus formelle, ce qui sort du cadre du projet.

### 3.2.4 Résultats

La table 5 montre les coefficients obtenues pour les régulateurs RST de la figure 19 correspondant aux polynômes

$$\begin{aligned} R(z) &= (z - 1)(z + r_1) \\ S(z) &= s_0 z^2 + s_1 z + s_1 \\ T(z) &= t_0 z^2 \end{aligned}$$

Les trois modèles à poursuivre ont été choisis avec un amortissement relatif plus petit et une fréquence inférieure à celle du modèle du système à commander.

TAB. 5 – Paramètres des régulateurs RST

| Régulateur | pôles           | Coefficients des polynômes $R(z)$ , $S(z)$ et $T(z)$ |         |        |         |         |
|------------|-----------------|--|---------|--------|---------|---------|
|            |                 | $r_1$  | $s_0$   | $s_1$  | $s_2$   | $t_0$   |
| 1          | $0.45 \pm 0.3i$ | 0.8869   | -2.5968 | 1.9464 | -0.4673 | -1.1177 |
| 2          | $0.5 \pm 0.3i$  | 0.7874   | -2.2223 | 1.6689 | -0.4149 | -0.968  |
| 3          | $0.6 \pm 0.32i$ | 0.5883   | -1.5510 | 1.1137 | -0.3100 | -0.7472 |

Il est intéressant de remarquer que le coefficient du polynôme  $R(z)$  est peu affecté par le choix de pôles, alors que les coefficients des polynômes  $S(z)$  et  $T(z)$  en dépendent fortement.

On remarque que plus on est rapide (haute fréquence) et plus l'amortissement relatif est élevé, plus ces coefficients sont élevés.

La figure 20 illustre le fait que l'amortissement du régulateur RST 3 est plus bas que celui des autres (autour de 0.6 contre 0.7 pour les régulateurs RST 2 et 3).

La constante de temps  $\tau$  décroît avec la fréquence des pôles choisis pour la synthèse des régulateurs.

Finalement, la réponse du système ne présente plus d'oscillation à haute fréquence comme pour les régulateurs PID. En effet, dans le diagramme de Bode du système en boucle fermée à la figure 21 il n'y a plus de pôle de résonance.

Le résultat obtenu en rejet de perturbation à la sortie est montré à la figure 22. On s'aperçoit que l'amplitude des oscillations est fortement diminuée.

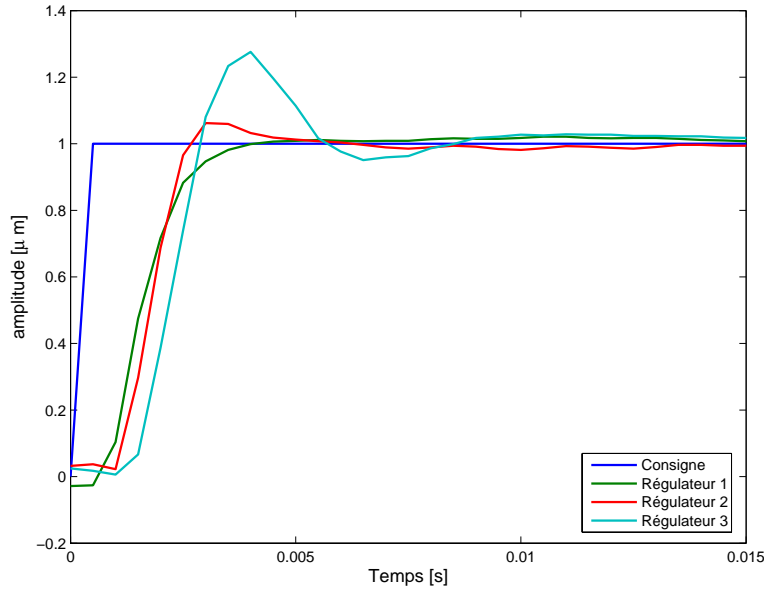


FIG. 20 – Réponse à un saut indiciel. Régulateurs RST 1, 2 et 3. Les coefficients des polynômes  $R(z)$ ,  $S(z)$  et  $T(z)$  correspondent aux valeurs indiqués à la table 5

Pour le régulateur RST 1, elle diminue d'un facteur 10. Pour les régulateurs RST 2 et 3 elle diminue de l'ordre de 2 et 3 respectivement. Les résultats, en termes de  $RMS$ , sont montrés à la table 6. Le régulateur RST 1 a une meilleur performance en comparaison des autres régulateurs.

Les réponses du système en poursuite d'une consigne de type "Kolmogorov" pour les trois régulateurs sont montrés à la figure 23. D'une manière générale, la consigne est bien suivie par le système, comme le montre la figure 23(a).

Par contre, si on regarde de plus près (figure 23(b)), on s'aperçoit qu'on n'est pas exactement sur la consigne. Ce n'est pas surprenant, car on a toujours au moins une période d'échantillonnage de retard par rapport à la consigne, caractéristique intrinsèque des systèmes de commande numériques. De plus, comme la consigne est un processus stochastique, il est impossible d'essayer d'ajouter une certaine prédictivité à la commande.

Pour diminuer ce retard, il faut augmenter la fréquence d'échantillonnage, de sorte à diminuer la période d'échantillonnage et donc le retard intrinsèque



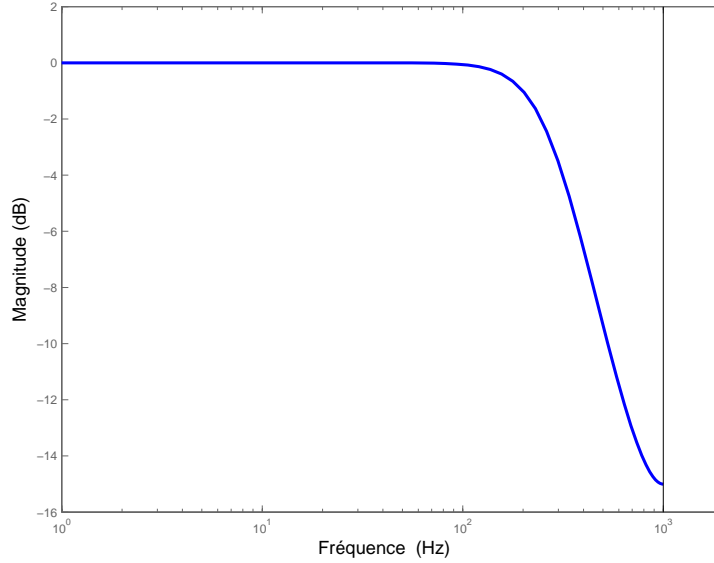


FIG. 21 – Diagramme de Bode pour le système en boucle fermée  $H_m(z) = \frac{\frac{T(z)}{R(z)}H(z)}{1 + \frac{S(z)}{R(z)}H(z)}$  avec le régulateur RST 1.

de la commande numérique.

La figure 23(b), montre que les trois régulateurs ont la même performance pour une consigne régulière. Par contre, quand celle-ci change brusquement (elle s’aplatit vers  $0.42s$ ), le régulateur 1 et 2 arrivent à suivre ce changement, alors que le régulateur 3 présente une oscillation avant de se stabiliser.

Les oscillations du régulateur 2 dans ce plateau sont probablement dues à une perturbation externe, en non pas à une instabilité de la commande en boucle fermée.

La table 6 résume les résultats obtenus pour les 3 régulateurs en termes de *RMS*, d’erreurs maximale et minimale globales, ainsi que l’écart maximal pour une fenêtre temporelle de  $8ms$ . La différence la plus importante entre les trois régulateurs se trouve pour ce dernier critère, où l’écart maximal du régulateur 1 est deux fois meilleur que les autres.

D’une manière générale, le régulateur RST 1 a une meilleure performance que les autres régulateurs par rapport aux critères analysés (table 6).

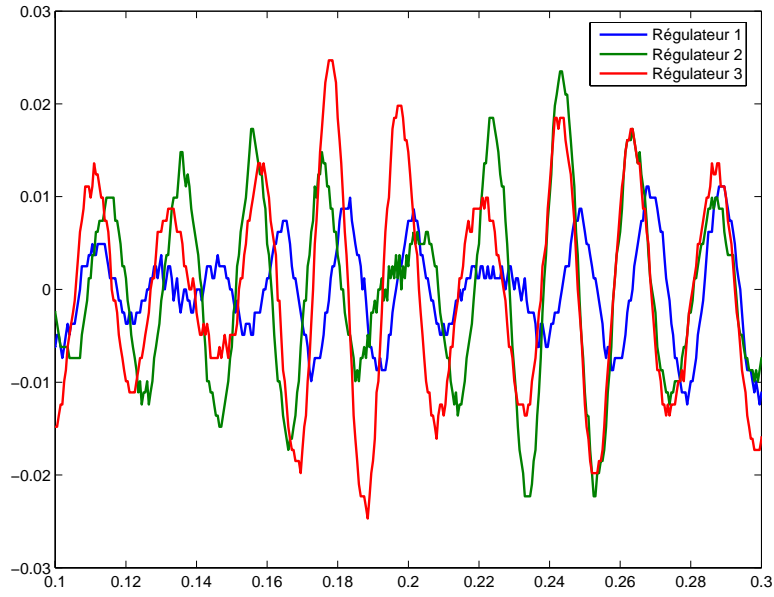


FIG. 22 – Rejet à la perturbation en sortie (cf. §2.2, figure 4). Mesure en boucle fermée avec les régulateurs RST

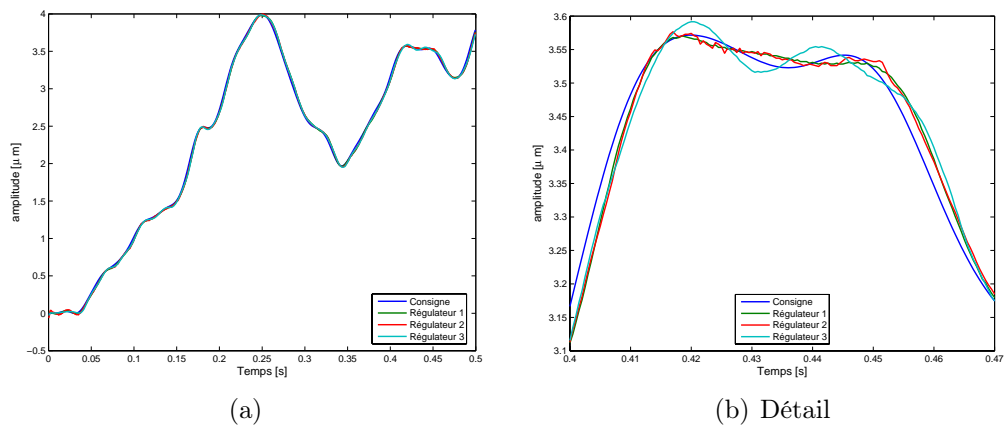


FIG. 23 – Fonctionnement en poursuite de trajectoire (consigne filtrée à 100Hz et adaptée pour avoir des valeurs entre  $\pm 5\mu\text{m}$ )

TAB. 6 – Analyse des résultats obtenus pour les régulateurs RST

| Régulateur  | Régulateur RST         |                        |                        | unités  |
|---|------------------------|------------------------|------------------------|---------|
|   | 1                      | 2                      | 3                      |         |
| Consigne "Kolmogorov"   |                        |                        |                        |         |
| $\frac{1}{N} \sqrt{\sum_k e(k)^2}$                                    | $9.116 \times 10^{-4}$ | $9.513 \times 10^{-4}$ | $10 \times 10^{-4}$    | $\mu m$ |
| $\max_k(e(k))$  | 0.0693                 | 0.0706                 | 0.0985                 | $\mu m$ |
| $\min_k(e(k))$  | -0.0595                | -0.0589                | -0.0910                | $\mu m$ |
| $\max_{t_1-t_2 \leq 8ms} ( e(t_1) - e(t_2) )$                         | 0.0589                 | 0.1026                 | 0.0951                 | $\mu m$ |
| Rejet de perturbation   |                        |                        |                        |         |
| $\frac{1}{N} \sqrt{\sum_k e(k)^2}$                                    | $2.07 \times 10^{-4}$  | $3.213 \times 10^{-4}$ | $3.425 \times 10^{-4}$ | $\mu m$ |
| Dépassement   | Non                    | Peu                    | Oui                    |         |
| Estimation de la constante de temps $\tau$ telle que $y(\tau) = 0.63$ | 0.0025                 | 0.0025                 | 0.0030                 | $s$     |

## 4 Analyse des résultats - vers une structure à deux étages

L'objectif du projet global est de créer une structure à deux étages : une table (Newport ou à lames) avec une course d'environ  $70\text{mm}$ , combinée avec l'actuateur piézoélectrique.

Le but de cette combinaison est d'augmenter la course du système complet ( $70\text{mm}$  contre les  $12\mu\text{m}$  théoriques de l'actuateur piézoélectrique) toute en gardant la précision.

Il serait alors intéressant de regarder le comportement des régulateurs synthétisés dans ce travail pour une telle configuration. Malheureusement, on n'a pas eu le temps de faire des essais sur la structure complète.

Par contre, pour avoir des résultats dans cette direction, on a simulé les pas d'une table à lames avec un moteur pas à pas.

Pour faire cette simulation, on crée une perturbation à la sortie qui correspond à un pas de la table à chaque fois que la consigne dépasse un seuil (dans notre cas ce seuil vaut  $3\text{ }\mu\text{m}$ ).

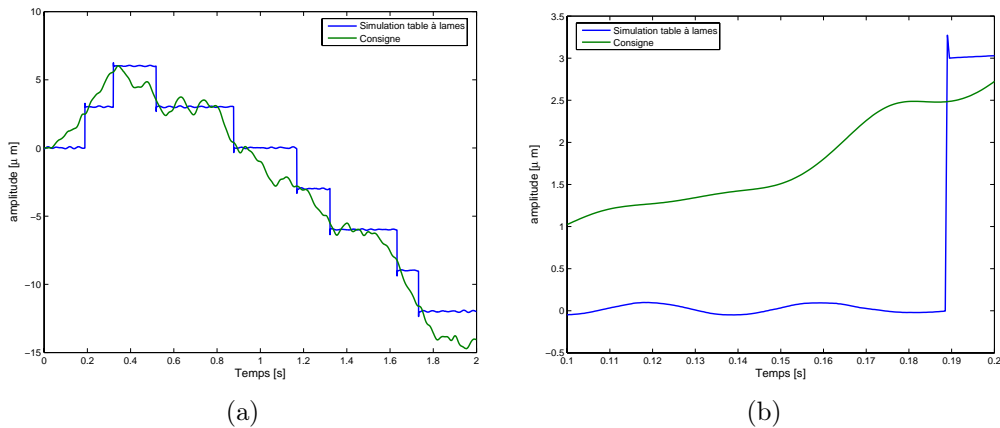


FIG. 24 – Consigne à suivre et perturbation à la sortie correspondant à une simulation de la table à lames. (a) les signaux complets (b) détail de la simulation du pas de la table à lames. On remarque une oscillation permanente et un dépassement à la fin du pas. La consigne est filtrée à 100Hz.

La figure 24 montre le résultat qu'on a obtenu pour une consigne type "Kolmogorov" de 2 secondes. Le pas de la table à lames est modélisé comme

un saut indiciel avec un dépassement et une oscillation permanente. Il est important de remarquer que le vrai système n'est pas aussi agressif.

L'utilisation de ces pas "indiciels" permet de tester la stabilité des régulateurs synthétisés.

## 4.1 Résultats

On a réalisé des essais avec le système en boucle fermée avec le régulateur PI synthétisé dans le diagramme de Bode au §3.1.1 et avec le régulateur RST 1, synthétisé au §3.2.

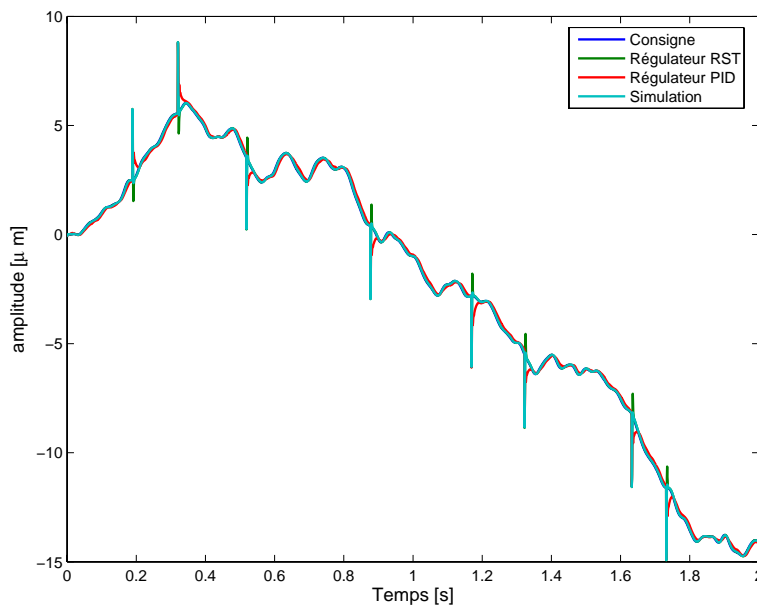
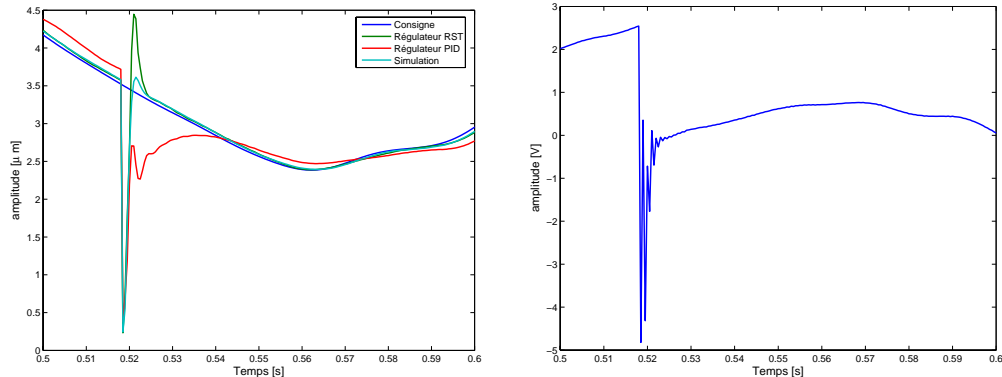


FIG. 25 – Consigne, mesure et simulation du système pour consigne de type Kolmogorov avec une perturbation à la sortie pour simuler des pas d'une table à lames. Les pas de la table ont une amplitude de  $3\mu\text{m}$ . La tension d'entrée de l'actuateur piézoélectrique est limitée à  $\pm 5[\text{V}]$ . La consigne a été filtrée à  $100\text{Hz}$ . La simulation correspond au modèle Box-Jenkins en boucle fermée avec le régulateur RST

La figure 25 montre le résultat obtenu lors des essais avec les régulateurs PI et RST. D'une manière globale, le système suit la consigne avec les deux

régulateurs (sauf aux endroits où l'on a la perturbation de la table à lames). On peut en déduire, que les régulateurs RST et PI peuvent être utilisés dans la structure à deux étages pour un suivi général de la consigne.



(a) Consigne, mesure et simulation du système en boucle fermée avec les régulateurs PI et RST. La simulation correspond au système en boucle fermée avec le régulateur RST

(b) Tension d'entrée appliqué au système en boucle fermée avec le régulateur RST

FIG. 26 – Détail de la figure 25.

La figure 26(a) montre en détail le moment de la perturbation induite par le stepper. Comme on s'y attendait, le régulateur RST est beaucoup plus agressif et donc suit la consigne plus plus rapidement que le régulateur PI.

Il y toujours une oscillation à haute fréquence pour le régulateur PI.

La simulation et la mesure du régulateur RST sont assez cohérentes sauf au moment de la perturbation. Cette différence est probablement due à l'hystérèse qu'on a négligée lors de l'identification. En effet, on est presque à tension maximale juste après la perturbation (figure 26(b)), les effets d'hystérèse sont donc plus marqués. Pendant le fonctionnement habituel, la tension reste autour de 2 à 3[V].

La table 7 montre les performances des régulateurs en termes de *RMS* de l'erreur, d'erreurs maximale et d'erreur minimale minimale et de l'écart maximal dans une fenêtre de 8ms.

On constate que le régulateur RST est meilleur que le régulateur PI en terme de l'erreur *RMS*.

D'autre part, la figure 26(a) montre que les régulateurs RST et PI sont toujours en dessus de la consigne si elle monte, ou en dessous si elle descend.

Alors, quand le pas de la table à lames a lieu, cette erreur est "dans la bonne direction" pour rattraper la nouvelle erreur.

Comme le régulateur PI suit la consigne de plus loin, il est plus favorisé lors des perturbations. C'est ainsi que le régulateur RST est moins performant pour les critères d'erreur maximale et d'erreur minimale (table 7). Cette différence est toutefois négligeable.

Finalement, le plus grand écart du régulateur RST dans les fenêtres temporelles de  $8ms$  s'explique surtout par le dépassement de la consigne (figures 25 et 26(a)).

TAB. 7 – Analyse des résultats obtenus pour les régulateurs RST et PI pour une consigne type Kolmogorov avec simulation de pas d'une table à lames

| Régulateur                                    | RST     | Régulateur<br>PID | unités  |
|---|---------|-------------------|---------|
| $\frac{1}{N} \sqrt{\sum_k e(k)^2}$            | 0.0508  | 0.0957            | $\mu m$ |
| $\max_k(e(k))$                                | 3.3493  | 3.2981            | $\mu m$ |
| $\min_k(e(k))$                                | -3.2738 | -3.2255           | $\mu m$ |
| $\max_{t_1-t_2 \leq 8ms} ( e(t_1) - e(t_2) )$ | 4.4180  | 3.4266            | $\mu m$ |

On en conclut que le régulateur RST est plus performant, mais il reste encore du travail à faire pour optimiser le régulateur du point de vue du dépassement et pour d'autres critères.

## 5 Conclusion

Les objectifs fixés au début de ce travail étaient :

- la modélisation et l'identification de l'actuateur piézoélectrique
- la synthèse d'un algorithme de contrôle adéquat

On a identifié des modèles d'ordre relativement bas (§2), d'une part pour simplifier la synthèse des régulateurs et d'autre part parce qu'on a trouvé des modèles semblables dans la littérature [5].

On a obtenu un modèle satisfaisant d'ordre 2 avec la méthode Box-Jenkins (équation 3).

La synthèse des régulateurs a été satisfaisante, mais pas optimale. En effet, le développement d'une méthode pour trouver un régulateur RST optimale de manière formelle sort du cadre de ce projet.

Les résultats appliqués au système réel sont très bons et encourageants pour continuer sur cette voie par la suite.

Il est important de remarquer les difficultés rencontrées lors de la réalisation de ce projet.

Tout d'abord, la bande passante peu élevée des deux systèmes ; élément déterminant au niveau des possibilités des performances des régulateurs synthétisables. C'est pour cela que la synthèse d'un régulateur avec les caractéristiques prescrites (§1) n'a pas été possible.

Personnellement, un des points positifs des plus importants, est d'avoir eu la possibilité de travailler avec le vrai système et de l'avoir eu à disposition presque tout le temps. Il a donc été possible de faire toutes les mesures et essais nécessaires.

En plus, comme on a eu deux systèmes au début, pendant l'étape de l'identification, on a pu travailler et comparer avec deux systèmes différents.

Ensuite, ce travail a été focalisé uniquement sur l'aspect automatique du projet sans s'occuper des systèmes DAQ, ni métrologie, ce qui est bien adapté au nombre d'heures mises à disposition.

De plus, ce projet m'a permis d'approfondir les connaissances acquises au cours et pouvoir les appliquer dans un cas concret. Et c'est ainsi qu'on est confronté aux difficultés entre la théorie et la pratique.

Pour terminer, il est toujours motivant de travailler avec un système pointu (précision sub-nanométrique, interférométrie laser).

En ce qui concerne le projet global de la structure à deux étages, il y a



des points à approfondir.

Au niveau du hardware, il faut un amplificateur de courant plus puissant pour pouvoir augmenter la bande passante du système de manière suffisante étant donné la grande capacité électrique de l'actuateur piézoélectrique.

D'autre part, il y a beaucoup de travail à faire en ce qui concerne la recherche d'un régulateur optimal, d'autant plus si on veut le faire d'une manière systématique. Un point de départ serait les méthodes de commande optimale, ou une autre méthode d'optimisation de commande.

Finalement, il faut avoir un meilleur modèle de l'actuateur (d'ordre plus élevé), si l'on souhaite calculer la position de la table à partir de celle de l'actuateur piézoélectrique pour pouvoir commander la structure à deux étages. Il faudra alors avoir une robustesse du régulateur pour pouvoir rejeter les perturbations de la table et garder la précision requise. Ce qui relève un défi intéressant pour la suite.

## Références

- [1] Bernard Garnier. Contrôle actif des vibrations. *Téchniques de l'ingénieur*, R-6200, <http://www.techniques-ingenieur.fr>. Site consulté le 20 juin 2005.
- [2] Physikal Instrumente. Tutorial : Piezoelectrics in Positioning, <http://www.physikinstrumente.de/products/section4/content.php>. Site consulté le 25 mars 2005.
- [3] Roland Longchamp. *Commande Numérique de Systèmes Dynamiques*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, 1995.
- [4] Emmanuel Sarraute, Dejan Vasic, and François Costa. Transformateurs statiques piézoélectriques. *Téchniques de l'ingénieur*, D-3015, <http://www.techniques-ingenieur.fr>. Site consulté le 20 juin 2005.
- [5] Jonq-Jer Tzen, Shyr-Long Jeng, and Wei-Hua Chieng. Modeling of piezoelectric actuator for compensation and controller design. *Precision Engineering*, 27 :70–86, 2003.