

SÉRIE 8

Exercice 1

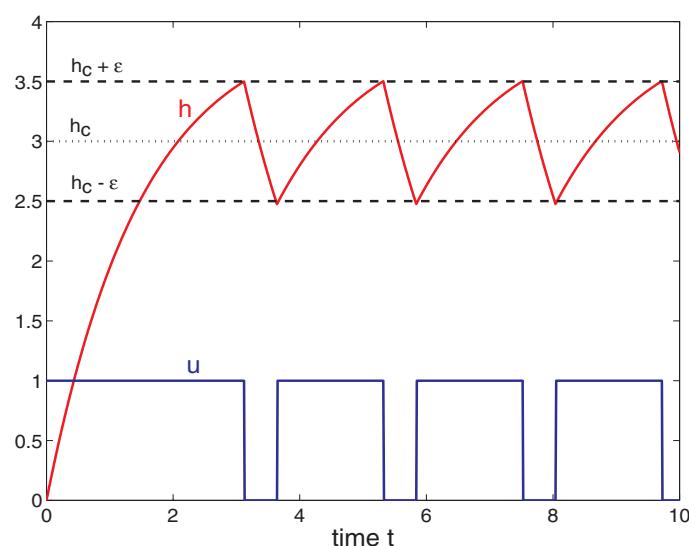
Modèle dynamique

$$\rho S \dot{h} = \rho q_e - \rho k h \quad h(0) = h_0$$

$$\rightarrow \text{fonction de transfert} \quad \frac{H(s)}{Q_e(s)} = \frac{1}{Ss + k}$$

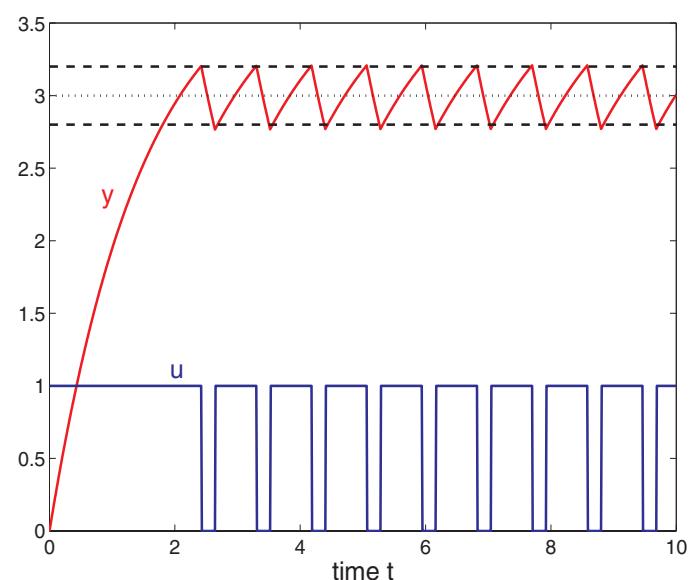
ce qui correspond à un système dynamique du premier ordre.

a) Commande tout-ou-rien avec hystérésis



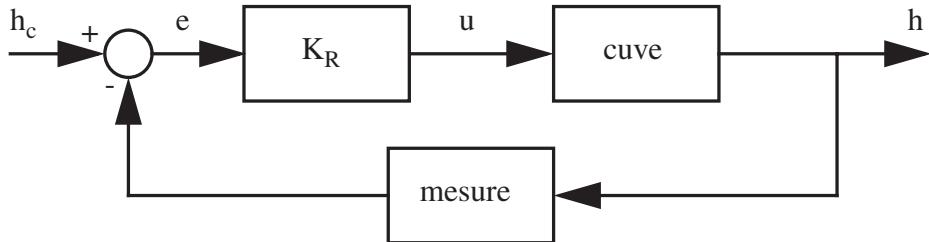
b) Influence de l'hystérésis

Quand la largeur de l'hystérésis diminue, l'amplitude des oscillations diminue également. Par contre, leur fréquence augmente.



Exercice 2

Principe de régulation



Système a)

- La rétroaction est sur le débit d'alimentation de la cuve, c'est-à-dire $u = q_e$
- La correction du débit d'alimentation sera proportionnelle à l'erreur $e = h_c - h$

Il faut choisir entre une action inverse ($K_R > 0$) et une action directe ($K_R < 0$)

Premier cas: $K_R < 0$

$$\left. \begin{array}{l} h < h_c \Rightarrow e > 0 \\ K_R < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow u = K_R e < 0$$

Ainsi, si h est inférieur à la consigne, le débit diminuera (ce qui n'est pas souhaité).

Deuxième cas: $K_R > 0$

$$\left. \begin{array}{l} h < h_c \Rightarrow e > 0 \\ K_R > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow u = K_R e > 0$$

Ainsi, si h est inférieur à la consigne, le débit augmentera (ce qui est souhaité).

Système b)

- On a une rétroaction sur le débit de sortie de la cuve, c'est-à-dire $u = q_s$
- La correction du débit de sortie sera proportionnelle à l'erreur $e = h_c - h$

Il faut choisir entre une action inverse ($K_R > 0$) et une action directe ($K_R < 0$)

Premier cas: $K_R > 0$

$$\left. \begin{array}{l} h < h_c \Rightarrow e > 0 \\ K_R > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow u = K_R e > 0$$

Ainsi, si h est inférieur à la consigne, le débit de sortie augmentera (ce qui n'est pas souhaité).

Deuxième cas: $K_R < 0$

$$\left. \begin{array}{l} h < h_c \Rightarrow e > 0 \\ K_R < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow u = K_R e < 0$$

Ainsi, si h est inférieur à la consigne, le débit de sortie diminuera (ce qui aura bien pour conséquence de faire remonter le niveau).

Exercice 3

a) **Régulateur P :** $G_R(s) = K_R$

$$\frac{E(s)}{Y_c(s)} = \frac{1}{1 + K_R \frac{K_p}{s(\tau s + 1)}} = \frac{s(\tau s + 1)}{\tau s^2 + s + K_R K_p}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{E(s)}{Y_c(s)} = 0$$

$$\frac{E(s)}{D(s)} = \frac{\frac{K_L}{s(\tau s + 1)}}{1 + K_R \frac{K_p}{s(\tau s + 1)}} = \frac{-K_L}{\tau s^2 + s + K_R K_p}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{E(s)}{D(s)} = -\frac{K_L}{K_R K_p}$$

Pas de statisme dans le cas d'un changement permanent de valeur de consigne, mais bien lors d'une perturbation permanente.

b) **Régulateur PI:** $G_R(s) = K_R(1 + 1/\tau_I s)$

$$\begin{aligned} \frac{E(s)}{Y_c(s)} &= \frac{1}{1 + K_R \frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s} \frac{K_p}{s(\tau s + 1)}} \\ &= \frac{\tau_I s^2(\tau s + 1)}{\tau \tau_I s^3 + \tau_I s^2 + \tau_I K_R K_p s + K_R K_p} \end{aligned}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{E(s)}{Y_c(s)} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{E(s)}{D(s)} &= \frac{-\frac{K_L}{s(\tau s + 1)}}{1 + K_R \frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s} \frac{K_p}{s(\tau s + 1)}} \\ &= \frac{-K_L(\tau_I s)}{\tau \tau_I s^3 + \tau_I s^2 + \tau_I K_R K_p s + K_R K_p} \end{aligned}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{E(s)}{D(s)} = 0$$

Pas d'erreur de statisme pour des changements permanents de valeur de consigne ou de perturbation.