EXERCICES

SÉRIE 1

Exercice 1

Soit le système de chauffage d'une maison individuelle consistant en un brûleur à mazout, un réseau de tuyaux et de radiateurs et un thermostat contenant l'élément de mesure et de commande.

a) Dessiner un schéma fonctionnel pour ce système de commande.
b) Identifier les éléments principaux de la boucle de commande.
c) Le problème de commande est-il du type asservissement ou régulation?

Exercice 2

Soit le système dynamique suivant:

$$\dot{y}(t) = -2(t+1)y(t) + 3u(t) \qquad y(0) = 2$$

a) Ce système est-il linéaire, stationnaire, causal et initialement au repos?
b) Si ce système n'est pas causal, proposer une modification de l'équation pour qu'il le devienne. S'il est causal, proposer une modification de l'équation pour qu'il ne le soit plus.

Exercice 3

Soit la cuve chauffée avec volume interne constant donnée à la section 2.2.

a) Ecrire le bilan d'énergie pour le cas où les pertes thermiques vers l'extérieur ne sont pas négligeables. Identifier les grandeurs caractéristiques.
b) Proposer des modifications du modèle pour le cas où le contenu de la cuve n'est pas homogène.

SÉRIE 2

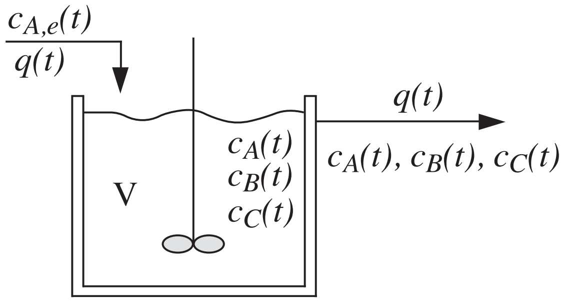
Exercice 1

Soient les deux réactions:

$A \rightarrow B$ $\qquad$ $r_1 = k_1 c_A$

$A + B \rightarrow C$ $\qquad$ $r_2 = k_2 c_A c_B$

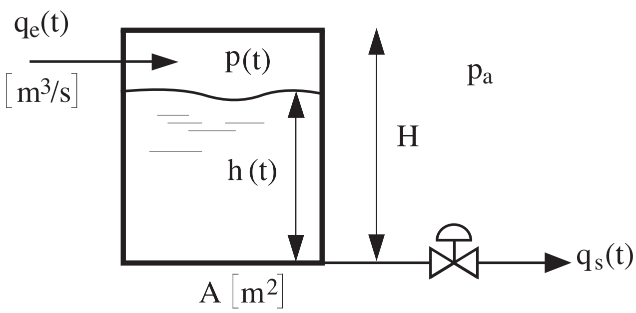
se déroulant de façon isotherme dans un réacteur agité à marche continue de volume V et avec un temps de résidence $\tau = V/q$.



a) Modéliser ce système dynamique. Indiquer les hypothèses de travail.
b) Identifier les variables indépendantes, les variables dépendantes, ainsi que les paramètres du modèle.
c) Le modèle résultant est-il
   1. dynamique?
   2. linéaire?
   3. stationnaire?

Exercice 2

Soit une cuve fermée contenant un liquide et un gaz. Le débit d'alimentation du liquide est égal à $q_e(t)$. Le débit de fuite $q_s(t)$ est proportionnel à la différence des pressions en amont et en aval de la vanne de sortie. La pression atmosphérique p_a est constante.



a) Ecrire un modèle dynamique pour ce système. Indiquer les hypothèses simplificatrices.

b) Identifier les grandeurs caractéristiques du modèle (entrée, sortie, état).
c) L'opération de ce système est-elle indépendante de la pression atmosphérique p_a ?

Exercice 3

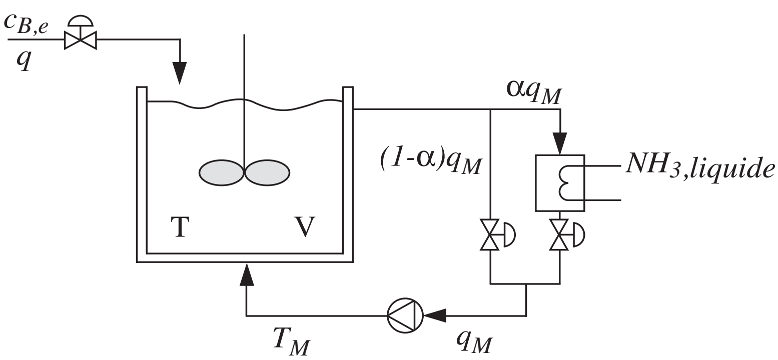
Soit le système réactionnel exothermique :

$A + B \rightarrow C \qquad r_1 = k_1 c_A c_B$

$2B \rightarrow D \qquad r_2 = k_2 c_B^2$

où C représente le produit désiré.

La réaction a lieu de manière isotherme dans un réacteur semi-batch équipé d'un manteau de refroidissement. Le débit du fluide caloporteur est q_M. Une fraction de ce débit est refroidie par de l'ammoniaque liquide. Le milieu réactionnel et le manteau sont considérés comme des zones homogènes. On considère q, q_M et T constants.

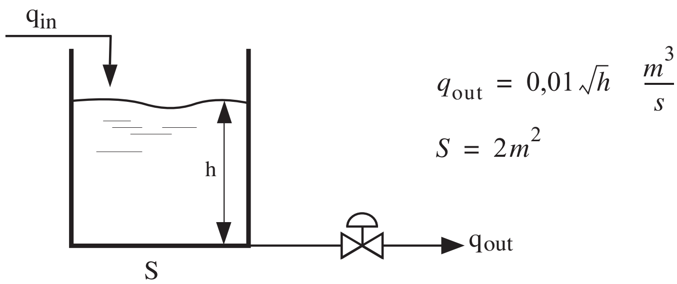


a) Ecrire les équations dynamiques pour ce système.
b) Le système dynamique est-il linéaire ?
c) Quel est le nombre minimal d'équations différentielles nécessaires pour représenter complètement le système.

SÉRIE 3

Exercice 1

Soit le réservoir suivant :



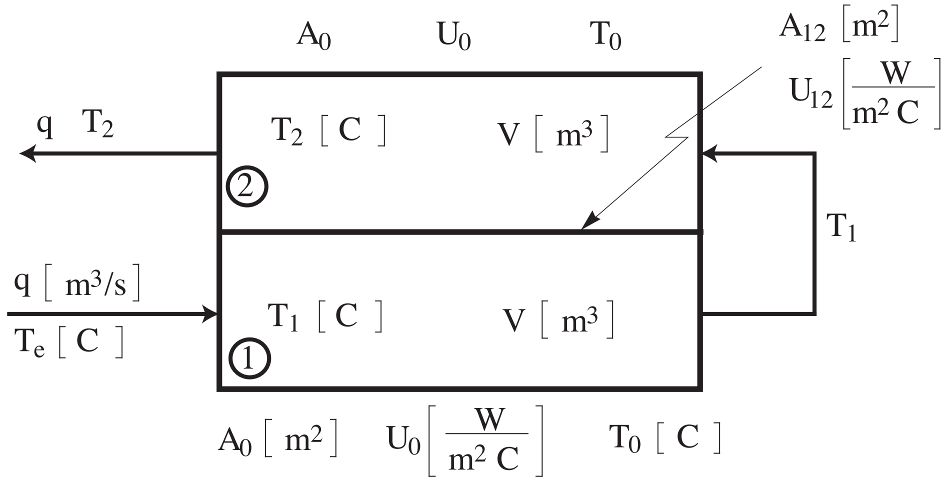
Au temps $t = 0$, lorsque le système est à l'état stationnaire ($\bar{q}_{in} = 0{,}015\ m^3/s$), le débit d'alimentation est coupé.

a) Calculer le temps nécessaire pour vider le réservoir de moitié.

b) Et pour le vider complètement ?

Exercice 2

Soit le système suivant constitué de deux sections couplées thermiquement:

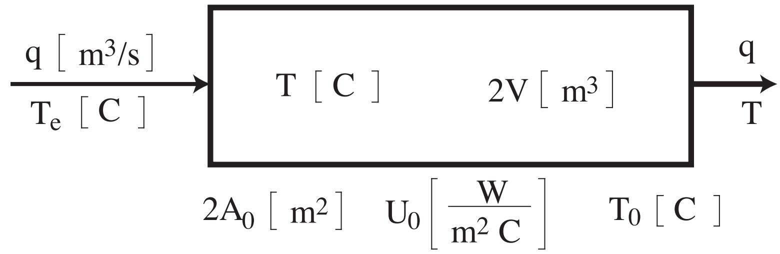


Le liquide d'alimentation est caractérisée par un débit q et une température T_e. Les deux sections **1** et **2** sont homogènes, avec un volume V et des températures T_1 et T_2. Le système est soumis à des échanges thermiques entre les sections **1** et **2** et vers l'extérieur. Les températures, surfaces d'échange et coefficients d'échange thermique sont indiqués sur le schéma. La chaleur spécifique du liquide est $c_p[J/(kg\ K)]$.

a) Ecrire un modèle dynamique pour ce système.

b) Le système est-il linéaire ? Et si l'on suppose q constant ?

c) Le système décrit ci-dessus est-il différent du système suivant ?



d) Quel type de modèle obtient-on si les deux sections ne sont pas homogènes ?

Exercice 3

Soit le système donné sous forme de modèle d'état:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2 - (u_1 + u_2) & x_1(0) = 1 \\ \dot{x}_2 = x_1^2 - (x_2 - 1)^2 + x_1 x_2 - u_1^2 - u_2 & x_2(0) = 1 \end{cases}$$

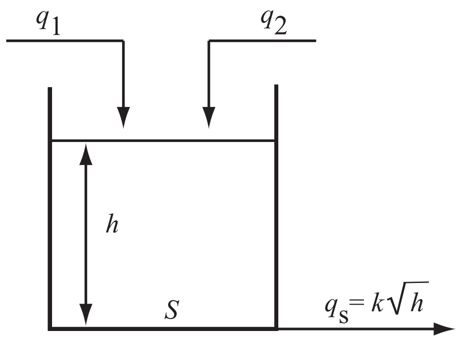
$$\begin{cases} y_1 = x_1(1 + x_2) + u_1 \\ y_2 = x_1 + x_2 - u_2 \end{cases}$$

Linéariser ce modèle pour le point d'équilibre correspondant à $\bar{u}_1 = \bar{u}_2 = 1$ et à des valeurs positives de $\bar{x}_1$ et $\bar{x}_2$.

SÉRIE 4

Exercice 1

Soit une cuve de mélange avec les débits volumiques d'alimentation q_1 et q_2 et le débit de sortie $q_s(t) = k\sqrt{h(t)}$ où $h(t)$ représente le niveau du liquide dans la cuve. Sachant que les masses volumiques des liquides d'alimentation sont égales et constantes, calculer la fonction de transfert $Q_s(s)/Q_1(s)$.



Exercice 2

Un processus dynamique est testé à l'aide de l'entrée suivante:

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ A\sin(\omega t) & 0 \le t < \dfrac{\pi}{\omega} \\ 0 & t \ge \dfrac{\pi}{\omega} \end{cases}$$

Calculer $U(s)$.

Exercice 3

Déterminer la transformée de Laplace des signaux suivants :

a) $f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 + e^{\alpha t} & 0 \le t < T \\ -e^{\alpha t} & t \ge T \end{cases}$

avec α réel

b) $f(t) = t\sin(\omega t) \qquad t \ge 0$

SÉRIE 5

Exercice 1

Soit $F(s) = \dfrac{10}{s-3}$.

Calculer la valeur finale de $f(t)$, c'est-à-dire $\lim\limits_{t \to \infty} f(t)$, et discuter le résultat obtenu.

Exercice 2

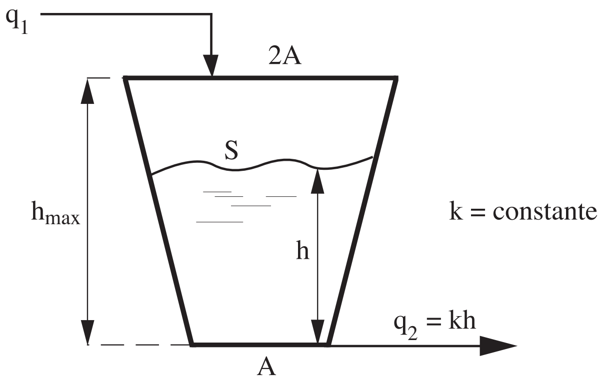
Soit une cuve pour laquelle la surface de section S est proportionnelle à la hauteur h :

$$S(h) = A\left(1 + \frac{h}{h_{max}}\right)$$

A l'état stationnaire, $\bar{q}_1 = 0{,}5 \ (m^3/min)$ et $\bar{h} = 1 \ m$.

a) Modéliser ce système dynamique en indiquant les hypothèses simplificatrices.

b) Calculer la fonction de transfert $H(s)/Q_1(s)$ sachant que $A = 1 \ m^2$ et $h_{max} = 2m$.



Exercice 3

Calculer la réponse indicielle du système dynamique suivant:

$$\ddot{c}(t) + 7\dot{c}(t) + 6c = u(t) \qquad c(0) = 1\,,\ \dot{c}(0) = 2$$

SÉRIE 6

Exercice 1

Résoudre l'équation différentielle suivante:

$$\ddot{x}(t) + 2\dot{x}(t) + x(t) = -e^{-t}\sin(t) \qquad x(0) = 0\,,\ \dot{x}(0) = 2$$

Exercice 2

Calculer $x(t)$ correspondant aux transformées de Laplace suivantes:

a) $X(s) = \dfrac{s(s+1)}{(s+2)(s+3)(s+4)}$

b) $X(s) = \dfrac{(s+4)}{(s+1)^2}$

c) $X(s) = \dfrac{1}{s^2+s+1}$

Exercice 3

La réponse impulsionnelle d'un système dynamique est donnée par:

$$g(t) = 2\varepsilon(t)e^{-2t}$$

a) Déterminer la fonction de transfert du système.
b) Evaluer sa réponse indicielle.
c) Evaluer sa réponse à l'entrée

$$u(t) = \varepsilon(t-1)e^{-(t-1)}$$

SÉRIE 7

Exercice 1

Les mesures expérimentales de la réponse indicielle d'un système dynamique sont reportées dans le tableau ci-dessous:

t [s]	0	…	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4
$y(t)$	0	…	0	0	0,349	0,455	0,486	0,496	0,499	0,500	0,500

a) Evaluer graphiquement la fonction de transfert de ce système.
b) Déterminer sa réponse impulsionnelle sous forme analytique.

Exercice 2

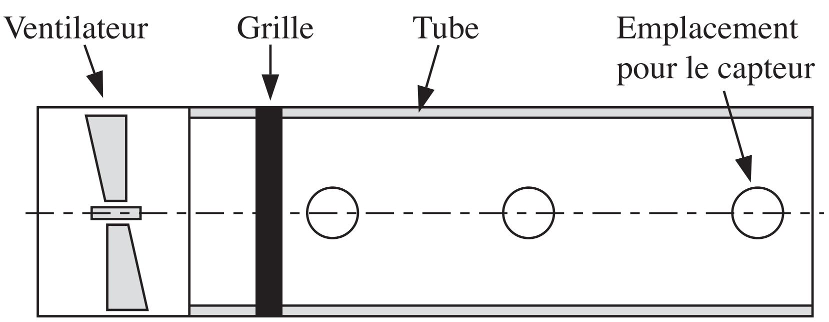
Soit l'équation dynamique:

$$\ddot{y}(t) + k\dot{y}(t) + 4y(t) = u(t) \qquad y(0) = \dot{y}(0) = 0$$

a) Calculer la fonction de transfert et déterminer son gain statique et sa constante de temps équivalente.
b) Déterminer la forme qualitative de la réponse pour $-10 \leq k \leq 10$ indépendamment de $u(t)$.

Exercice 3

Soit un canal aérothermique parcouru par un flux d'air constant produit par un ventilateur. L'air est chauffé à l'entrée du tube par une fine grille dont la puissance dégagée est proportionnelle à la tension de commande u. Une mesure par thermistance fournit une tension u_m proportionelle à la température de l'air à la sortie du tube.



L'installation est décrite techniquement comme suit:

Tube: Diamètre intérieur: 5 cm, longueur: 30 cm, position à l'entrée du tube où l'air est chauffé par la grille: environ 1 cm.

Grille: Fils Ni–Cr, longueur: 1 m, diamètre: 0,2 mm, masse volumique: 8 g/cm^3, chaleur spécifique: 0,12 cal/g°C, coefficient de transfert de chaleur au débit d'air choisi: 400 W/m^{2}K.

Air: Débit: 2,4 g/s, chaleur spécifique: 0,24 cal/g°C, masse volumique: 1,2 kg/m^3.

Actionneur: La puissance électrique fournie à la grille est proportionelle à la tension d'alimentation u, avec un facteur de proportionnalité K_p = 7,36 W/V. Ce facteur de proportionnalité a été choisi de façon à obtenir expérimentalement un gain statique unité entre la tension de commande et la tension de mesure. Est-ce bien le cas ?

Capteur: La thermistance constitue l'une des branches d'un pont de mesure dont la sortie est la tension de mesure u_m. Le capteur peut être considéré comme un élément dynamique du premier ordre caractérisé par le gain statique $K_m = 0{,}33$ V/°C et la constante de temps $\tau_m = 0{,}2$ s.

a) Modéliser le canal aérothermique en choisissant bien les hypothèses simplificatrices (suppositions *a priori*).

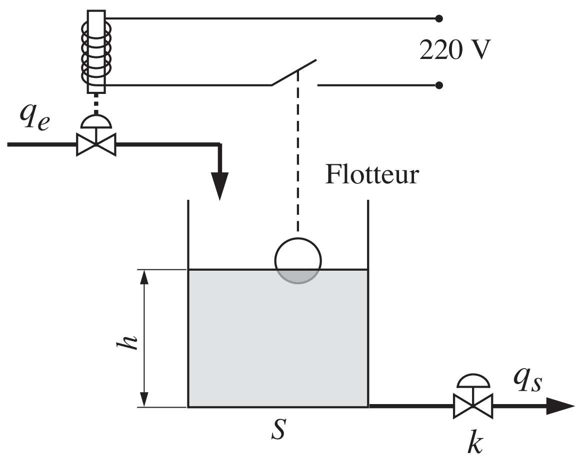
b) Choisir le point de travail de façon à ce que l'air ambiant à 20 °C soit chauffé à 40 °C.

c) Déterminer la fonction de transfert $U_m(s)/U(s)$ et les valeurs numériques associées. Est-il possible de simplifier le modèle obtenu (suppositions *a posteriori*).

SÉRIE 8

Exercice 1

Le niveau d'une cuve est commandé par une commande tout-ou-rien avec hystérésis comme illustré à la figure suivante :

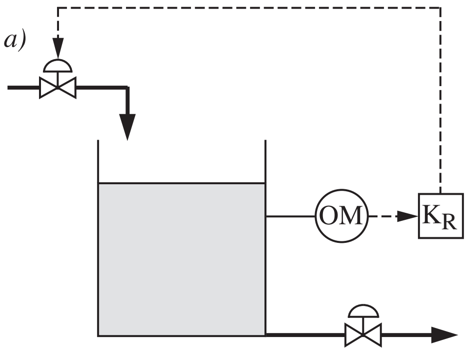


a) Sachant que le débit de fuite q_s est linéairement proportionnel au niveau h, dessiner *qualitativement* le comportement de la grandeur commandée suite à un saut de consigne.

b) Quelle est l'influence de la largeur de l'hystérésis sur l'amplitude et la fréquence des oscillations de la grandeur commandée.

Exercice 2

Un système de commande de niveau peut être configuré des 2 façons suivantes:

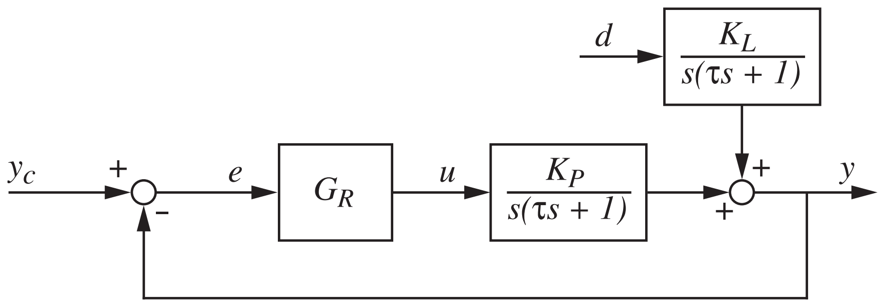


OM: organe de mesure
K_R: régulateur proportionnel
Vanne de type «air-to-open»

Quel mode d'action du régulateur (inverse, directe) faut-il choisir dans chaque cas?

Exercice 3

Soit le système de commande suivant:



Evaluer les fonctions de transfert $E(s)/Y_c(s)$ et $E(s)/D(s)$ pour les cas d'un régulateur P et PI.

SÉRIE 9

Exercice 1

Dimensionner un régulateur PI et un régulateur PID pour le processus suivant:

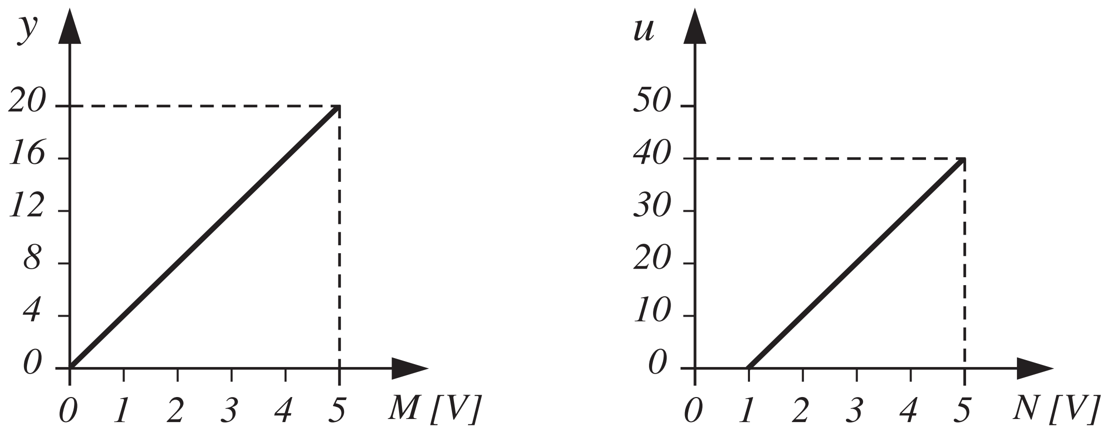
$$G(s) = \frac{2}{(s+1)(10s+1)}$$

Exercice 2

Un processus à commander est décrit par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{y}(t) + 0{,}2y(t) = 0{,}4u(t-1) \qquad y(0) = 0$$

Les organes de mesure et de commande sont de nature statique et possèdent les caractéristiques suivantes :



Organe de mesure *Organe de commande*

a) Calculer la fonction de transfert du système à commander $M(s)/N(s)$.
b) Dimensionner un régulateur *PID* pour ce système.
c) Evaluer numériquement le gain statique de la fonction de transfert $Y(s)/Y_c(s)$ du système bouclé.

Exercice 3

Soit le processus

$$G(s) = \frac{2}{2s+1}$$

et le régulateur *PI*

$$G_R(s) = K_R\left(1 + \frac{1}{\tau_I s}\right)$$

avec $K_R = 4$ et $\tau_I = 2$. Etudier individuellement l'effet des paramètres K_R et τ_I (en maintenant l'autre paramètre constant) sur les pôles du système bouclé.

SÉRIE 10

Exercice 1

Un système instable possède la fonction de transfert suivante:

$$G(s) = G_{OC}(s)G_{P}(s)G_{OM}(s) = \frac{K}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s-1)}$$

Ce système peut-il être stabilisé par un régulateur proportionnel? Et par un régulateur *PD*?

Exercice 2

Un processus est décrit par l'équation différentielle suivante:

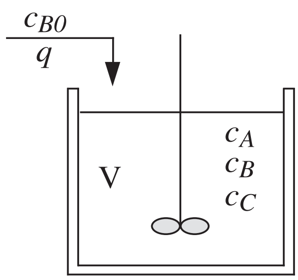
$$\tau\dot{y}(t) + y(t) = Ku(t) \qquad y(0) = y_0$$

a) Etudier la stabilité de ce processus bouclé à l'aide d'un régulateur *PI*.
b) Quel serait l'effet d'un retard pur du processus à commander sur la stabilité du système bouclé?

Exercice 3

Soit un réacteur semi-batch dans lequel A et B réagissent pour produire C. A est en excès dans le réacteur et B est ajouté avec un faible débit volumique q de concentration c_{B0}. Dans ces conditions, on peut considérer le volume du réacteur constant et la vitesse de la réaction proportionnelle à c_B.

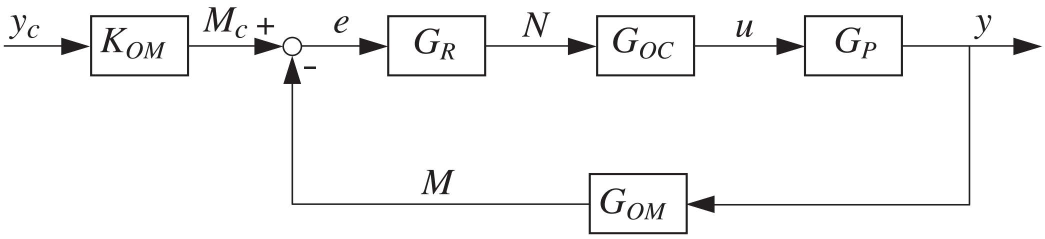
a) Evaluer la fonction de transfert $C_C(s)/Q(s)$.
b) Discuter la stabilité du système.



SÉRIE 11

Exercice 1

Soit le système bouclé suivant:



avec les fonctions de transfert:

$$G_P = \frac{5}{(s+2)(s+3)}$$ processus à commander

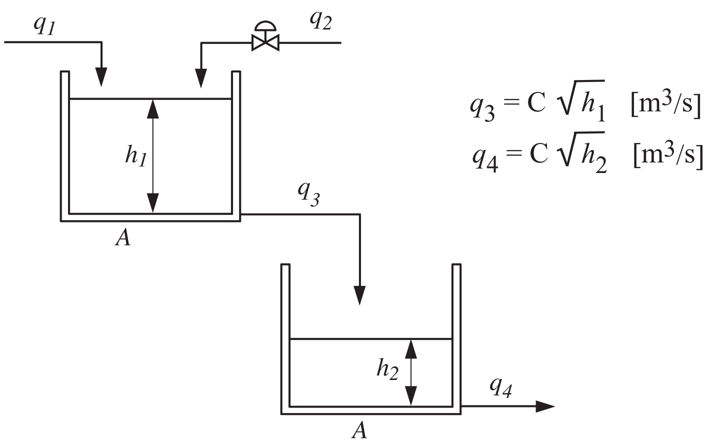
$$G_{OC} = \frac{10}{0{,}01s+1}$$ organe de commande

$$G_{OM} = K_{OM} = 2$$ organe de mesure

a) Etudier la stabilité du système bouclé en fonction de K_R, le gain d'un régulateur proportionnel. Proposer une valeur numérique pour K_R.
b) Calculer numériquement la fonction de transfert du système bouclé. Est-elle linéaire? stationnaire? Quel est son ordre?
c) Indiquer en détail la *démarche* à suivre pour mettre au point un régulateur *PID*.

Exercice 2

Soit le système de deux réservoirs en série suivant:



La commande consiste à réguler h_2 autour d'une valeur de consigne en dépit de perturbations dans q_1, et cela, en manipulant le débit q_2.

a) Dessiner le schéma fonctionnel d'une structure de commande *FB*/*FF* (q_1 et h_2 sont les deux grandeurs mesurables).
b) Donner la loi de commande *FF*.

Exercice 3

Pour le même système de réservoirs en série et le même objectif de commande que dans l'exercice précédent, proposer une structure de commande en cascade qui élimine rapidement l'effet des variations de q_1 (h_1 et h_2 sont les deux grandeurs mesurables).

SÉRIE 12

Exercice 1

On considère un procédé de neutralisation où un débit w d'acide A doit être neutralisé avec un débit m de base B. Les deux débits sont mesurés. Si les pH des deux flux sont connus (constants ou mesurés), on peut utiliser une commande de rapport pour ajuster le débit de base B. Cependant, les pH de A et B ne sont pas connus précisément car ils ne sont pas mesurés et ils varient légèrement. Par contre, on mesure le pH en sortie du processus de neutralisation. Dessiner le schéma fonctionnel d'une modification de la commande de rapport de la figure 7.8 qui tienne compte du fait que les compositions de A et B ne sont pas constantes.

Exercice 2

On désire utiliser une commande numérique pour asservir le système dynamique suivant:

$$K = \frac{2e^{-s}}{5s+1}$$

Calculer les valeurs numériques de la loi de commande $\Delta N_k = \alpha e_k + \beta e_{k-1} + \gamma e_{k-2}$ pour les régulateurs P, PI et PID.

Exercice 3

La dynamique d'un système réactionnel est décrite par l'équation

$$V\frac{dx(t)}{dt} = au(t) - kx^{2/3}(t)$$

où x représente la concentration dans le réacteur, u la concentration d'alimentation et où a, k et V sont des constantes positives, $a = 1$ [l/min], $k = 2$ [mol$^{1/3}$ l$^{2/3}$/min], $V = 10$ [l].

a) Pour le point de fonctionnement correspondant à $\bar{u} = 4$ [mol/1], déterminer la fonction de transfert $X(s)/U(s)$.

b) On veut commander la variable x en agissant sur u. Dimensionner un régulateur numérique de type PID de complexité minimale afin de garantir l'absence de statisme dans x.

c) Pour le régulateur obtenu au point *b)*, est-ce que le changement du point de fonctionnement modifie les propriétés statiques et dynamiques du système bouclé ?