Systèmes Multivariables

Dr. Denis Gillet, MER

Support:
Polycopié *Systèmes multivariables* (2010) *de D. Gillet*
qui est disponible en ligne (mot de passe: ????)

et certaines sections des chapitres 13 et 14 du livre
Commande Numérique de Systèmes Dynamiques,
Volume 2, *Troisième édition* (2010) de R. Longchamp

http://lawww.epfl.ch/page4228.html

AUTOMATIC CONTROL LABORATORY

SYSTEMES MULTIVARIABLES

EPFL > STI > LA > List of Courses > Systèmes multivar... Print | Login

Information générale

Enseignant: Dr Denis GILLET, MER, Laboratoire d'automatique, ME C2 398, tél: 35168.

Description: Le cours est présenté sous forme ex cathedra et se concentre sur l'analyse et la conception de commandes numériques. De nombreux exemples sont intégrés au cours. Des exercices sont également proposés, ainsi que des séances d'étude de cas.

Contenu: Représentation par variables d'état de systèmes continus et discrets. Représentation d'état des systèmes échantillonnés et discrétisation inverse. Estimation d'état et observateur linéaire. Commande d'état par placement de pôles. Commande optimale quadratique (LQR).

Logistique: Cours le mercredi, de 10h15 à 12h, salle CM3.

Syllabus indicatif (Automne 2010)

1. **Représentation d'état (22 septembre)**: Introduction. Exemples qualitatifs. Représentation d'état analogique.
   State-space description: Introduction. Qualitative examples. Continuous state-space description.
2. **Représentation d'état (29 septembre)**: Simulation. Représentation d'état discrète. Trajectoires et points de fonctionnement. Commande a priori.
   State-space description: Simulation. Discrete state-space description. Nominal trajectories. Feedforward control.
3. **Exercices** + **Introduction à l'étude de cas (6 octobre)**: Introduction ex catherdra à l'étude de cas; exercices (assistant: Alain Bock).
   Case study: Classroom introduction to the case study; exercises.
4. **Linéarisation (13 octobre)**: Linéarisation locale. Linéarisation globale.
   Linearization: Small-signal linearization (local). Feedback linearization (global).
5. **Discrétisation (20 octobre)**: Discrétisation de modèles linéaires (prise en compte de convertisseurs AD & DA). Méthodes de calcul de l'exponentielle de matrice.
   Discretization: Matrix exponential. Discretization of continuous linear models (taking into account AD & DA converters).
6. **Analyse dynamique des systèmes MIMO discrets et Principe de la commande d'état (27 octobre)**: Solution de l'équation d'état discrète. Matrice de transfert. Stabilité, Formes canoniques. Synthèse constructive du régulateur.
   Dynamical analysis of discrete-time MIMO systems and Principle of digital control using state-space methods: Solution of the discrete-time state-space equation. Transfer Matrix. Stability, Canonical forms. Constructive design of SISO controllers.
7. **Commande d'état SISO (3 novembre)**: Formule d'Ackermann pour le régulateur. Gouvernabilité. Commande à réponse pile.
   Control-law design by pole placement for SISO systems: Ackermann's formula. Controllability. Deadbeat design.
8. **Etude de cas (10 novembre)**: Etude de cas au laboratoire - **ME A0 392** (assistant: Alain Bock).
   Case study: Practice in the laboratory - **ME A0 392**.
9. **Extensions de la commande d'état (17 novembre)**
   State-space controller add-ons.
10. **Observation d'état (24 novembre)**: Méthode constructive. Formule d'Ackermann pour l'observateur. Observabilité.
    State estimator: Ackermann's formula. Observability.
11. **Commande d'état optimale (1 décembre)**: Introduction à la commande d'état MIMO. Solution du problème optimal par Lagrange.
    Optimal Control: Introduction. Solution using Lagrange multiplyers.
12. **Commande d'état optimale (8 décembre): Commande optimale linéaire quadratique (LQR) stationnaire.**
    Optimal Control: LQR steady-state optimal control.
13. **Estimation d'état optimale et révision (15 décembre).**
    Optimal estimation.
14. **Etude de cas (22 décembre)**: Etude de cas au laboratoire - **ME A0 392** (assistant: Alain Bock). **0.5 pts de bonus (sur la base d'un rapport à rendre pour le 8 janvier par email à Alain Bock)!**
    Case study: Practice in the laboratory - **ME A0 392**.

Syllabus (automne 10)

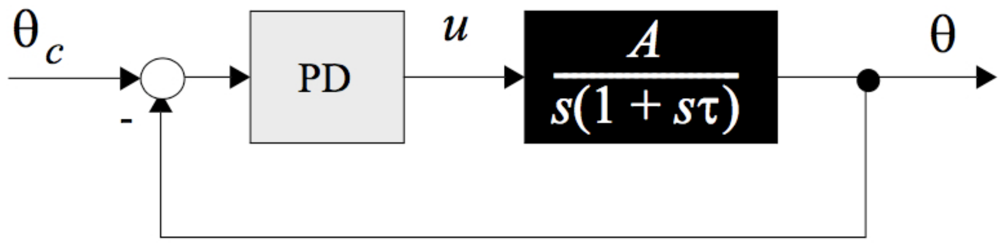
http://lawww.epfl.ch/page4228.html

1. **Représentation d'état (22 septembre)**: Introduction. Exemples qualitatifs. Représentation d'état analogique.
2. **Représentation d'état (29 septembre)**: Simulation. Représentation d'état discrète. Trajectoires et points de fonctionnement. Commande a priori
3. **Exercices + Introduction à l'étude de cas (6 octobre)**: Introduction ex catherdra à l'étude de cas; exercices (assistant: Alain Bock)
4. **Linéarisation (13 octobre)**: Linéarisation locale. Linéarisation globale
5. **Discrétisation (20 octobre)**: Discrétisation de modèles linéaires (prise en compte de convertisseurs AD & DA). Méthodes de calcul de l'exponentielle de matrice
6. **Analyse dynamique des systèmes MIMO discrets et Principe de la commande d'état (27 octobre)**: Solution de l'équation d'état discrète. Matrice de transfert. Stabilité, Formes canoniques. Synthèse constructive du régulateur
7. **Commande d'état SISO (3 novembre)**: Formule d'Ackermann pour le régulateur. Gouvernabilité. Commande à réponse pile
8. **Etude de cas (10 novembre)**: Etude de cas au laboratoire - ME A0 392 (assistant: Alain Bock)
9. **Extensions de la commande d'état (17 novembre)**
10. **Observation d'état (24 novembre)**: Méthode constructive. Formule d'Ackermann pour l'observateur. Observabilité
11. **Commande d'état optimale (1er décembre)**: Introduction à la commande d'état MIMO. Solution du problème optimal par Lagrange
12. **Commande d'état optimale (8 décembre)**: Commande optimale linéaire quadratique (LQR) stationnaire
13. **Estimation d'état optimale et révision (15 décembre).**
14. **Etude de cas (22 décembre)**: Etude de cas au laboratoire - ME A0 392 (assistant: Alain Bock). 0.5 pts de bonus (sur la base d'un rapport à rendre pour le 8 janvier par email à Alain Bock)!

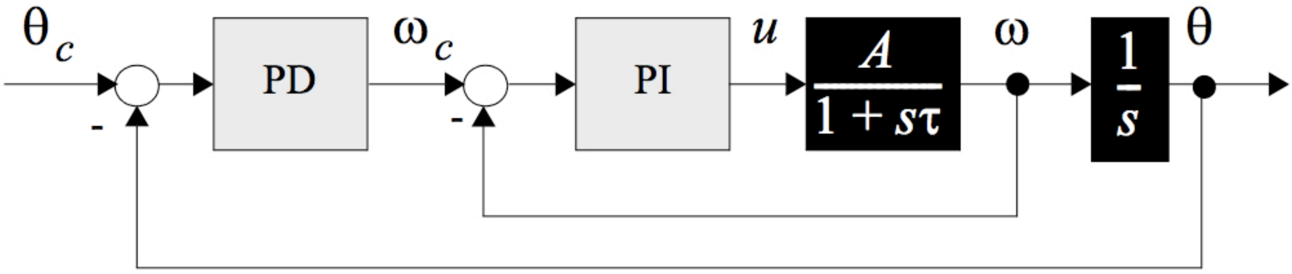
Cours de 10h15 à 12h

Introduction sur des exemples
Entraînement électrique

Rétroaction classique

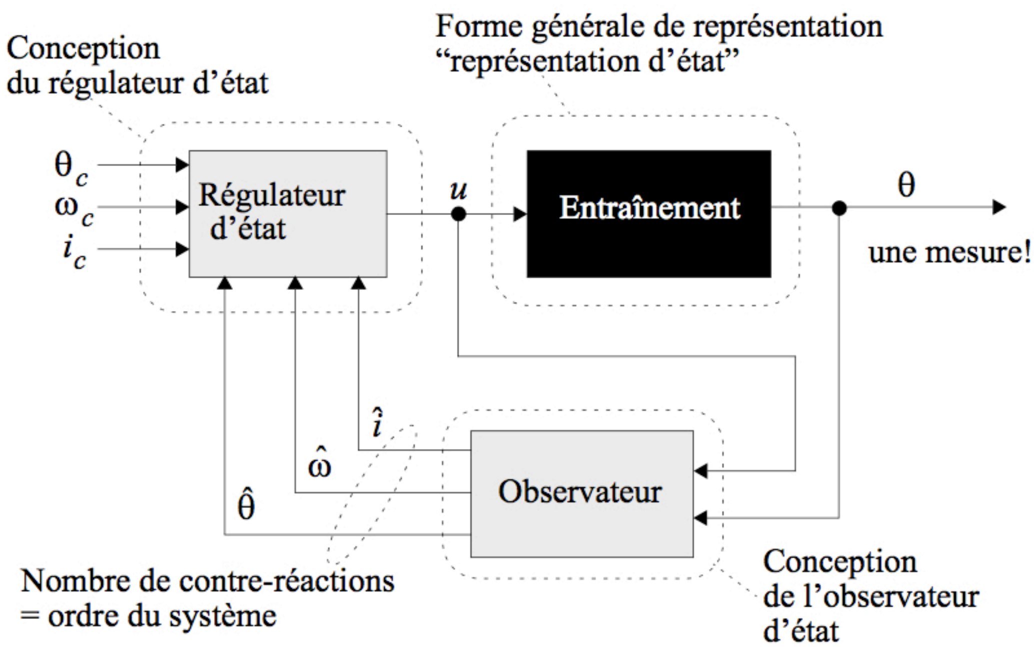


Commande en cascade



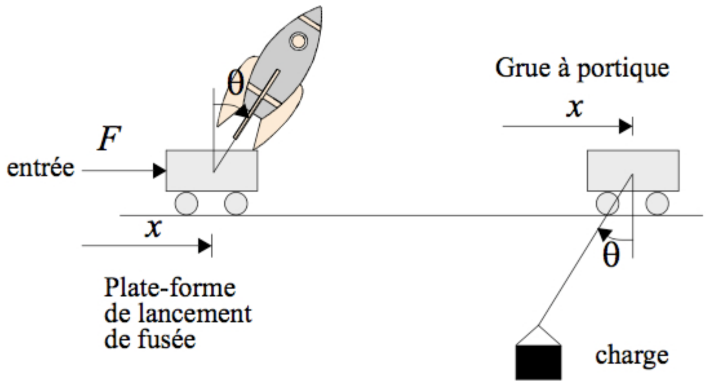
Introduction sur des exemples
Entraînement électrique

Commande d'état

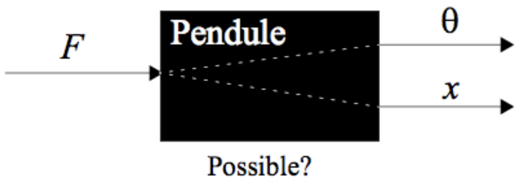


Introduction sur des exemples
Pendule inversé

Applications

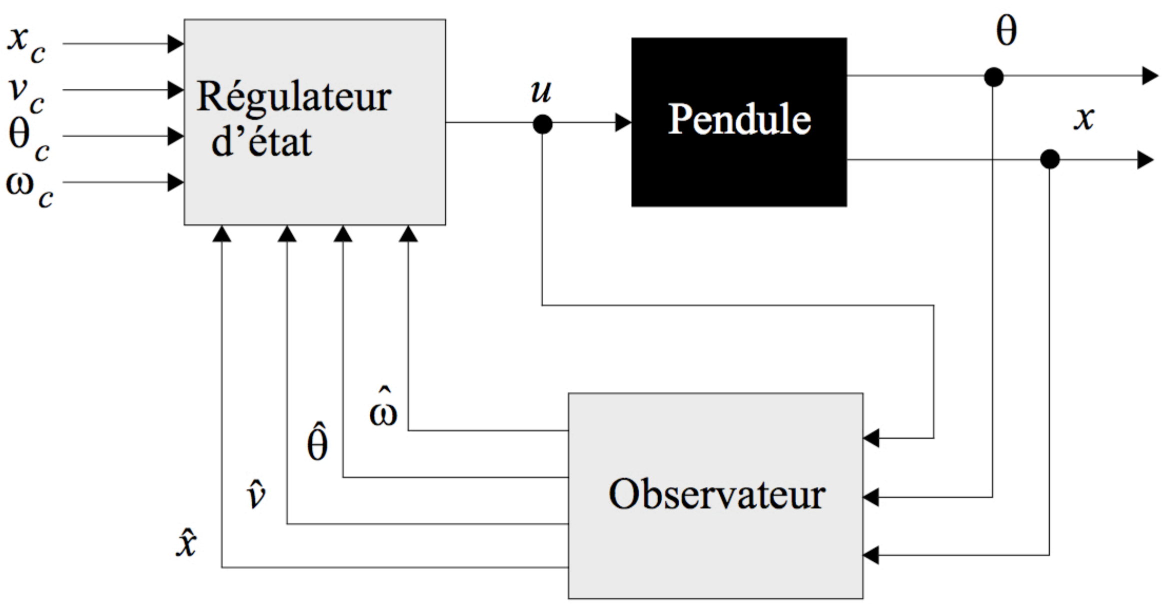


Interactions dynamiques

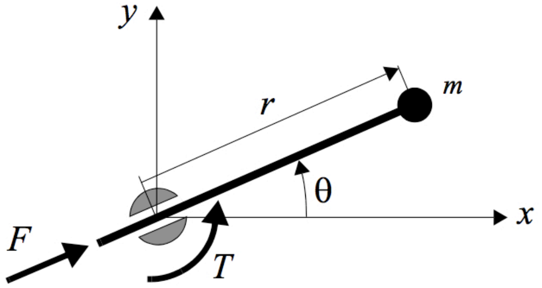


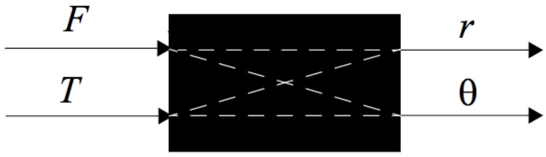
Introduction sur des exemples
Pendule inversé

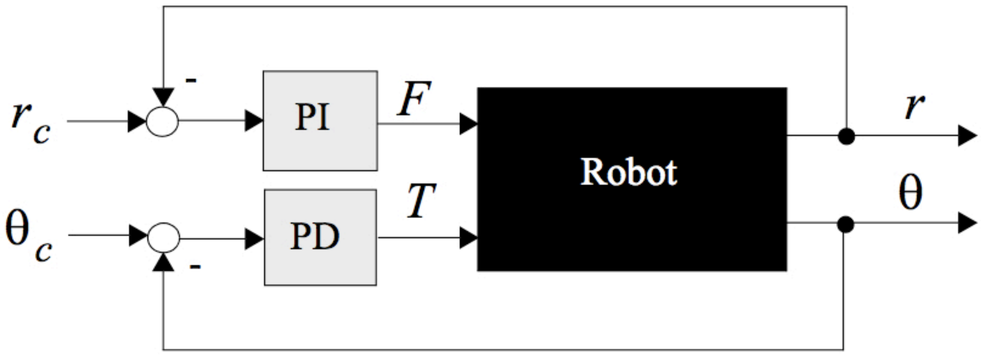
Commande d'état



Introduction sur des exemples
Robot 2D



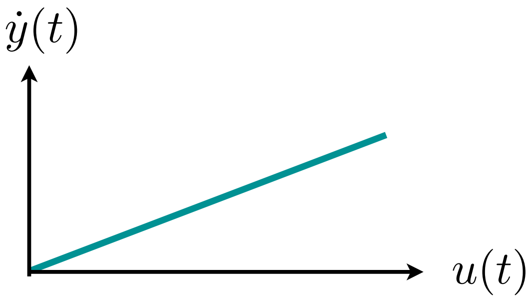




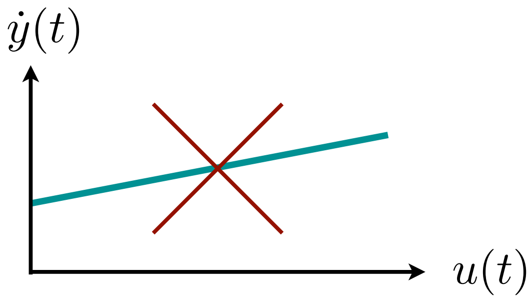
Linéarité

Additivité	$f(x+y) = f(x) + f(y)$
+ Homogénéité	$f(\alpha x) = \alpha f(x)$
Principe de superposition	$f(\alpha x + \beta y) = \alpha f(x) + \beta f(y)$

Comportement proportionnel



$$\dot{y}(t) = f\left[u(t), t\right] = au(t)$$



$$\dot{y}(t) = f\left[u(t), t\right] = au(t) + b$$

Linéarité

$$u_1 \rightarrow \dot{y}_1 = au_1$$
$$u_2 \rightarrow \dot{y}_2 = au_2$$

$$u = \alpha u_1 + \beta u_2 \rightarrow \dot{y} = a(\alpha u_1 + \beta u_2) = \alpha(au_1) + \beta(au_2) = \alpha\dot{y}_1 + \beta\dot{y}_2$$

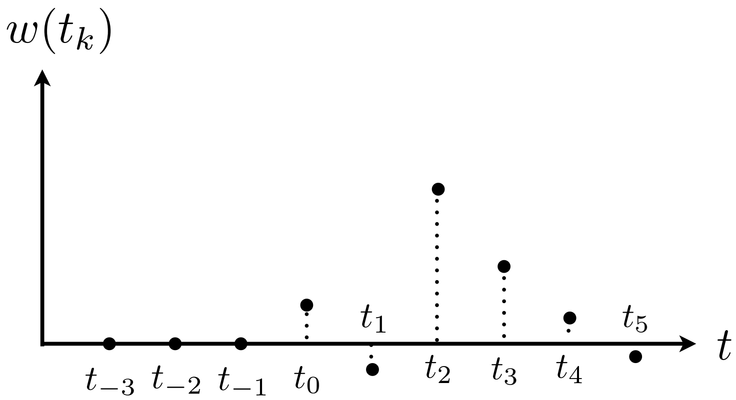
Le principe de superposition s'applique

$$u_1 \rightarrow \dot{y}_1 = au_1 + b$$
$$u_2 \rightarrow \dot{y}_2 = au_2 + b$$

$$u = \alpha u_1 + \beta u_2 \rightarrow \dot{y} = a(\alpha u_1 + \beta u_2) + b = \alpha(au_1) + \beta(au_2) + b \neq \alpha\dot{y}_1 + \beta\dot{y}_2$$

Le principe de superposition ne s'applique pas

Signaux discrets



h **est la période d'échantillonnage** $\quad t_k = kh$

$$w(t_k) = w(kh) \rightarrow w(k)$$

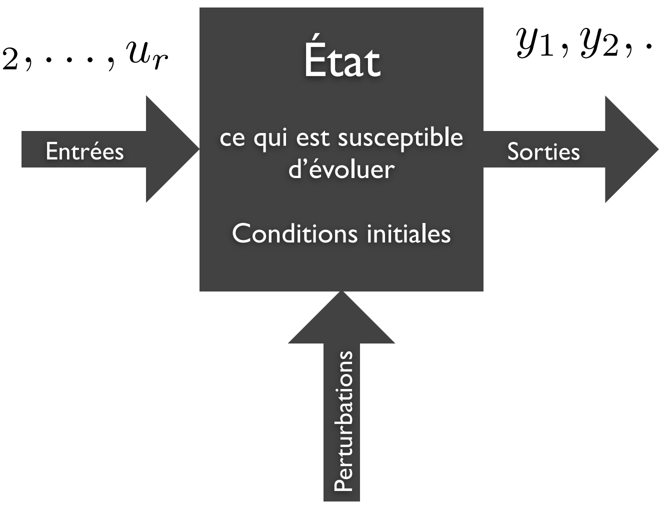
Les techniques avancées de commande n'ont de sens qu'implantées sur ordinateurs, donc numériques

Etat d'un système

$x_1, x_2, \ldots, x_n$

$u_1, u_2, \ldots, u_r$ $\qquad$ $y_1, y_2, \ldots, y_p$

- Actions
- Causes
- Données
- Moyens disponibles pour influencer le système
- Excitation
- Grandeurs pouvant être manipulées

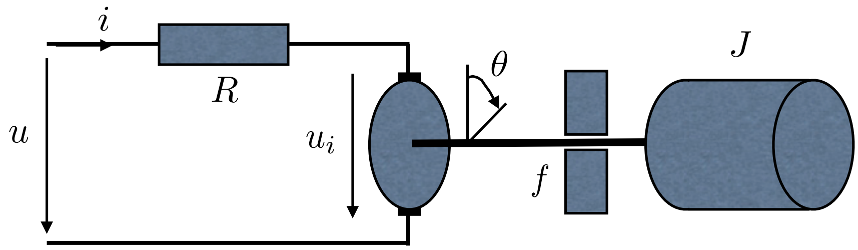


- Réactions
- Effets
- Résultats
- Comportements qui doivent être observés ou modifiés
- Réponse du système
- Observations
- Mesures

- Influence de l'environnement sur le système
- Grandeurs ne pouvant pas être manipulées

Le modèle est une représentation mathématique qui décrit les interactions entre les entrées et l'état, et entre l'état et les sorties

Entraînement électrique
Electrical Drive



Partie électrique

$$u(t) = Ri(t) + u_i(t)$$

$$u_i(t) = k\omega(t)$$

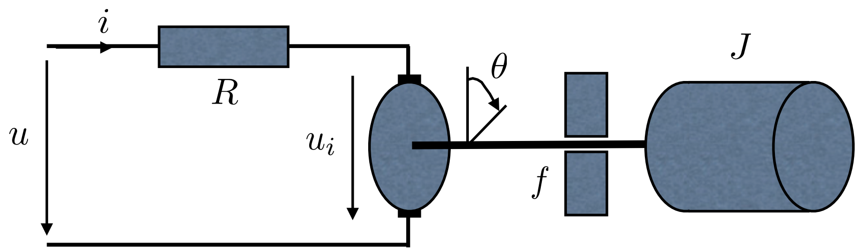
Partie mécanique

$$J\dot{\omega}(t) = M(t) - f\omega(t)$$

$$\dot{\theta}(t) = \omega(t)$$

$$M(t) = ki(t)$$

Entraînement électrique
Electrical Drive



Modèle physique

$$\dot{\omega}(t) = -\frac{1}{J}\left(\frac{k^2}{R} + f\right)\omega(t) + \frac{k}{JR}u(t)$$
$$\omega(t) = \dot{\theta}(t)$$

Choix des variables d'état

$$x_1(t) = \theta(t)$$
$$x_2(t) = \omega(t)$$
$$y(t) = \theta(t)$$

Modèle d'état: équation d'état

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = -\frac{1}{J}\left(\frac{k^2}{R} + f\right)x_2(t) + \frac{k}{JR}u(t)$$

Modèle d'état: équation de sortie

$$y(t) = x_1(t)$$

Systèmes analogiques non linéaires
Nonlinear continuous time systems

$$\left|\begin{array}{l}\dot{x}_1(t) = f_1\left[x_1(t), \ldots, x_n(t), u_1(t), \ldots u_r(t), t\right] \\ \dot{x}_2(t) = f_2\left[x_1(t), \ldots, x_n(t), u_1(t), \ldots u_r(t), t\right] \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) = f_n\left[x_1(t), \ldots, x_n(t), u_1(t), \ldots u_r(t), t\right]\end{array}\right. \qquad \dot{x}(t) = \begin{bmatrix}\dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t)\end{bmatrix}$$

$$\left|\begin{array}{l}y_1(t) = g_1\left[x_1(t), \ldots, x_n(t), u_1(t), \ldots u_r(t), t\right] \\ y_2(t) = g_2\left[x_1(t), \ldots, x_n(t), u_1(t), \ldots u_r(t), t\right] \\ \vdots \\ y_p(t) = g_p\left[x_1(t), \ldots, x_n(t), u_1(t), \ldots u_r(t), t\right]\end{array}\right. \qquad y(t) = \begin{bmatrix}y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_p(t)\end{bmatrix}$$

$$x(t) = \begin{bmatrix}x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t)\end{bmatrix} \quad u(t) = \begin{bmatrix}u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_r(t)\end{bmatrix} \quad f\left[x(t), u(t), t\right] = \begin{bmatrix}f_1\left[x(t), u(t), t\right] \\ f_2\left[x(t), u(t), t\right] \\ \vdots \\ f_n\left[x(t), u(t), t\right]\end{bmatrix}$$

Systèmes analogiques non linéaires
Nonlinear continuous time systems

$$\left|\begin{array}{l}\dot{x}_1(t) = f_1\left[x_1(t), \ldots, x_n(t), u_1(t), \ldots u_r(t), t\right] \\ \dot{x}_2(t) = f_2\left[x_1(t), \ldots, x_n(t), u_1(t), \ldots u_r(t), t\right] \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) = f_n\left[x_1(t), \ldots, x_n(t), u_1(t), \ldots u_r(t), t\right]\end{array}\right.$$

$$\left|\begin{array}{l}y_1(t) = g_1\left[x_1(t), \ldots, x_n(t), u_1(t), \ldots u_r(t), t\right] \\ y_2(t) = g_2\left[x_1(t), \ldots, x_n(t), u_1(t), \ldots u_r(t), t\right] \\ \vdots \\ y_p(t) = g_p\left[x_1(t), \ldots, x_n(t), u_1(t), \ldots u_r(t), t\right]\end{array}\right.$$

$$\begin{array}{l}\dot{x}(t) = f\left[x(t), u(t), t\right] \\ y(t) = g\left[x(t), u(t), t\right]\end{array}$$

Sélection des variables d'état
Selection of the state variables

$$
\begin{aligned}
a\ddot{\omega}(t) + \sin \dot{z}(t) &= u_1^2(t) \\
\sqrt{\dot{v}(t)} + \cos \dot{z}(t) &= u_2(t) \\
\dot{z}(t) &= \alpha t
\end{aligned}
$$

Ne pas prendre en considération les dérivées des entrées