

# Théorie des groupes

## Automne 2020

### Plan détaillé du cours

1. Une introduction à la théorie des catégories
  - (a) Catégories
  - (b) Foncteurs
  - (c) Transformations naturelles
  - (d) Adjonctions
  - (e) Produits et coproduits
2. Groupes quotient
  - (a) Quelques rappels de première année
  - (b) Une perspective catégorique sur les quotients
  - (c) Les théorèmes d'isomorphisme
  - (d) Groupes résolubles
3. Actions de groupe
  - (a) Quelques rappels de première année
  - (b) Un cadre catégorique pour les actions de groupe
  - (c) Foncteurs de point fixe et d'orbites
  - (d) Création d'actions libres et co-libres
  - (e) Changements de groupe
4. Groupes abéliens
  - (a) Constructions catégoriques dans  $\mathbf{Ab}$
  - (b) Suites exactes
  - (c) Torsion et divisibilité
  - (d)  $p$ -groupes abéliens
  - (e) La classification des groupes abéliens finis

5. Sous-groupes de Sylow
  - (a) Quelques rappels de première année
  - (b) Existence de  $p$ -sous-groupes de Sylow
  - (c) Propriétés des  $p$ -sous-groupes de Sylow
6. Groupes libres et présentations de groupe
  - (a) Groupes libres
  - (b) Coproduits dans  $\mathbf{Gr}$
  - (c) Présentations de groupe
7. Complétions en groupe

## **Bibliographie**

- I. Herstein, *Topics in Algebra*, 2nd Edition, John Wiley & Son, 1975.  
E. Riehl, *Category Theory in Context*, Dover Publications, 2016.  
J. Rotman, *Introduction to the Theory of Groups*, Springer, Fourth Edition, 1995.  
J.-P. Serre, *Finite Groups: An Introduction*, International Press, 2016.