Déroulement

Nous posons une question et vous avez **une minute pour préparer une réponse**. Puis, on fait un vote.
Ensuite, vous avez **deux minutes pour discuter avec vos voisins** et on fait un deuxième vote (en espérant que le résultat s'améliore).
Après si nécessaire ou souhaité nous faisons des commentaires.

Question 1

Question

On sait déjà que $\pi_1(S^2) \cong 0$ *mais qu'est-ce qu'on peut dire du groupe* $\pi_1(S^2 \setminus \{p\})$ *pour* $p \in S^2$ *un point?*

1. *Il est non-nul.*
2. *Il est nul.*
3. *Ça dépend de p.*

Question 1

Question

On sait déjà que $\pi_1(S^2) \cong 0$ *mais qu'est-ce qu'on peut dire du groupe* $\pi_1(S^2 \setminus \{p\})$ *pour* $p \in S^2$ *un point?*

1. *Il est non-nul.*
2. *Il est nul.*
3. *Ça dépend de p.*

La réponse (2) est juste (indépendant de p) et donc (1) et (3) sont fausses.

Question 2

Question

Par définition $\mathbf{R}^1 \times \mathbf{R}^2 \cong \mathbf{R}^3$. *En considérant des sphères, qu'est-ce que la relation entre les espaces* $S^1 \times S^2$ *et* S^3 *?*

1. *Ils sont homéomorphes.*
2. *Ils sont homotopiquement équivalent.*
3. *Ni (1) ni (2).*

Question 2

Question

Par définition $\mathbf{R}^1 \times \mathbf{R}^2 \cong \mathbf{R}^3$*. En considérant des sphères, qu'est-ce que la relation entre les espaces* $S^1 \times S^2$ *et* S^3*?*

1. *Ils sont homéomorphes.*
2. *Ils sont homotopiquement équivalent.*
3. *Ni (1) ni (2).*

La réponse (3) est juste.

Question 3

Question

Soit $S := \{0,1\}$ *l'espace de Sierpiński où les ouverts sont*

$$\varnothing, \quad \{1\} \quad \textit{et} \quad S.$$

Lesquelles des assertions suivantes sont justes?

1. *S est compact.*
2. *S est connexe par arcs.*
3. *Chaque suite dans S converge vers 0.*
4. $\pi_1(S,0) \cong 0$
5. *S est contractile.*
6. *S est T_1.*
7. *On peut équipper S avec la structure d'un groupe topologique.*

Question 3

Question

Soit $S := \{0, 1\}$ *l'espace de Sierpiński où les ouverts sont*

$$\varnothing, \quad \{1\} \quad \textit{et} \quad S.$$

Lesquelles des assertions suivantes sont justes?

1. *S est compact.*
2. *S est connexe par arcs.*
3. *Chaque suite dans S converge vers 0.*
4. $\pi_1(S, 0) \cong 0$
5. *S est contractile.*
6. *S est T_1.*
7. *On peut équipper S avec la structure d'un groupe topologique.*

La (6) et la (7) sont fausses.

Question 4

Question

Soit $A \subset I = [0, 1]$ fini. Lesquelles des assertions suivantes sont justes en général?

1. *I/A est compact.*
2. *I/A est de Hausdorff.*
3. *L'application quotient $q\colon I \to I/A$ induit un homéomorphisme $I \setminus A \cong q(I \setminus A)$.*
4. *$\pi_1(I/A, x) \cong 0$, pour tous $x \in I/A$.*

Question 4

Question

Soit $A \subset I = [0,1]$ fini. Lesquelles des assertions suivantes sont justes en général?

1. *I/A est compact.*
2. *I/A est de Hausdorff.*
3. *L'application quotient $q\colon I \to I/A$ induit un homéomorphisme $I \setminus A \cong q(I \setminus A)$.*
4. *$\pi_1(I/A, x) \cong 0$, pour tous $x \in I/A$.*

La (4) est fausse.

Question 5

Question

Pour deux espaces non-vides X, Y les applications continues $f : X \to Y$ pour qu'il existe une application constante c_f avec $f \simeq c_f$ forment une classe d'homotopie.

1. *Toujours juste*
2. *Toujours faux*
3. *Ça dépend de X.*
4. *Ça dépend de Y.*
5. *Ça dépend des deux.*

Question 5

Question

Pour deux espaces non-vides X, Y les applications continues $f : X \to Y$ pour qu'il existe une application constante c_f avec $f \simeq c_f$ forment une classe d'homotopie.

1. *Toujours juste*
2. *Toujours faux*
3. *Ça dépend de X.*
4. *Ça dépend de Y.*
5. *Ça dépend des deux.*

La réponse (4) est correcte car la proposition est juste ssi Y est connexe par arcs.

Question 6

Question

Est-ce que l'application déterminant $\det\colon \mathrm{GL}_n(\mathbf{C}) \to \mathbf{C}^\times$ *avec* $n > 1$*, est-elle un revêtement?*

1. *Toujours oui*
2. *Toujours non*
3. *Ça dépend de n.*

Question 6

Question

Est-ce que l'application déterminant $\det \colon \mathrm{GL}_n(\mathbf{C}) \to \mathbf{C}^\times$ *avec* $n > 1$*, est-elle un revêtement?*

1. *Toujours oui*
2. *Toujours non*
3. *Ça dépend de n.*

La réponse (2) est correcte car les fibres ne sont pas discrètes.