
L'exercice peut être rendu par e-mail aux assistants le mardi 24 mars avant la leçon d'exercice.

Étudiant(e) :

Salle :

Question 5 : *Cette question est notée sur 8 points.*

0 1 2 3 4 5 6 7 8

Réservé au correcteur

1. Soit $n \geq 2$. Trouver une forme bilinéaire symétrique de \mathbb{R}^n telle qu'il existe des vecteurs $u, v \in \mathbb{R}^n$ avec $\langle u, u \rangle < 0$ et $\langle v, v \rangle > 0$.

Soit V un espace vectoriel sur \mathbb{R} muni d'une forme bilinéaire symétrique.

2. S'il existe des vecteurs $u, v \in V$ tels que $\langle u, u \rangle < 0$ et $\langle v, v \rangle > 0$, il existe un vecteur $w \neq 0$ tel que $\langle w, w \rangle = 0$.
3. Soient $u_1, u_2, v_1, v_2 \in V$ deux à deux orthogonaux et tels que $\langle u_i, u_i \rangle < 0$ et $\langle v_i, v_i \rangle > 0$ pour $i = 1, 2$. Montrer qu'il existe deux vecteurs $w_1, w_2 \in V \setminus \{0\}$ libres et orthogonaux tels que $\langle w_i, w_i \rangle = 0$ pour $i = 1, 2$.