
L'exercice peut être rendu aux assistants le mardi 19 mars avant la leçon d'exercice.

Étudiant(e) :

Salle :

Question 4 : *Cette question est notée sur 8 points.*

0 1 2 3 4 5 6 7 8

Réservé au correcteur

Soit V un espace vectoriel de dimension finie sur \mathbb{R} et soit $\langle \cdot, \cdot \rangle$ une forme bilinéaire symétrique sur V . L'espace de nullité est l'espace $V_0 := \{v \in V \mid \langle v, x \rangle = 0 \forall x \in V\}$.
Montrer que V admet une décomposition en somme directe

$$V_0 \oplus V^+ \oplus V^-$$

où V_0 est l'espace de nullité et V^+ et V^- sont des sous-espaces tels que

$$\langle v, v \rangle > 0 \text{ pour tout } v \in V^+ \setminus \{0\}$$

et

$$\langle v, v \rangle < 0 \text{ pour tout } v \in V^- \setminus \{0\}.$$