

Objectifs

- ▶ Récapitulation : Itération de l'algorithme du simplexe
- ▶ Exemple
- ▶ Simplexe est correcte
- ▶ Réduire le cas dégénéré au cas non dégénéré
- ▶ Dualité forte

Implémenter pas iii)

- ▶ On considère les systèmes d'équations

$$\sum_{k \in B} a_k x_k + a_i x_i = c \quad (20)$$

$$\sum_{k \in B} a_k y_k + a_i y_i = 0 \quad (21)$$

avec variables x_k , $k \in B$, x_i et y_k , $k \in B$, y_i .

- ▶ Calcule la solution $x^* \in \mathbb{R}^{n+1}$ de (20) tel que $x_i^* = 0$ et une solution $y^* \in \mathbb{R}^{n+1}$ de (21) tel que $y_i^* = 1$
- ▶ Calcule $J = \{k \in B: y_k^* < 0\}$

$$\lambda^* = \min_{k \in J} -\frac{x^*(k)}{y^*(k)}. \quad (22)$$

On choisit $j \in J$ tel que le minimum est atteint.

- ▶ j sort du toit

Lemma 4.10

L'ensemble des indexes $B' = B \cup \{i\} \setminus \{j\}$ est un toit et $x_{B'}^$ est admissible pour le PL défini par B .*

Asserter l'inadmissibilité

Si $J = \emptyset$, le PL est inadmissible.

Proposition

Les demi-espaces $a_k^T x \leq b(k)$, $k \in B$ et $a_i^T x \leq b(i)$ définissent un système d'inégalités inadmissible si et seulement si $J = \emptyset$.

Le cas dégénéré

Soit

$$\max\{c^T x: x \in \mathbb{R}^n, Ax \leq b\} \quad (23)$$

un PL avec toits.

Lemma 4.11

Il existe un $\varepsilon > 0$ tel que

1. *Le PL*

$$\max\{c_\varepsilon^T x: x \in \mathbb{R}^n, Ax \leq b\} \quad (24)$$

a un toit.

2. *Si $B \subseteq \{1, \dots, m\}$ n'est pas un toit du PL(23), alors B n'est pas non plus un toit du PL (24).*
3. *Aucun toit de (24) est dégénéré.*

Le PL dual

PL dual

Le PL

$$\min\{b^T y: y \in \mathbb{R}^m, A^T y = c, y \geq 0\} \quad (25)$$

est le PL dual du PL (11).

Theorem 4.12 (Dualité forte)

Si le PL (11) est admissible et borné, alors aussi le PL (25) est admissible et borné. De plus, les deux PL ont des solutions optimales et les valeur objectives correspondantes sont identiques.

Objectifs

- ▶ Récapitulation : Itération de l'algorithme du simplexe
- ▶ Exemple
- ▶ Simplexe est correcte
- ▶ Réduire le cas dégénéré au cas non dégénéré
- ▶ Dualité forte

Objectifs

- ▶ Récapitulation : Itération de l'algorithme du simplexe ✓
- ▶ Exemple ✓
- ▶ Simplexe est correcte ✓
- ▶ Réduire le cas dégénéré au cas non dégénéré ✓
- ▶ Dualité forte ✓