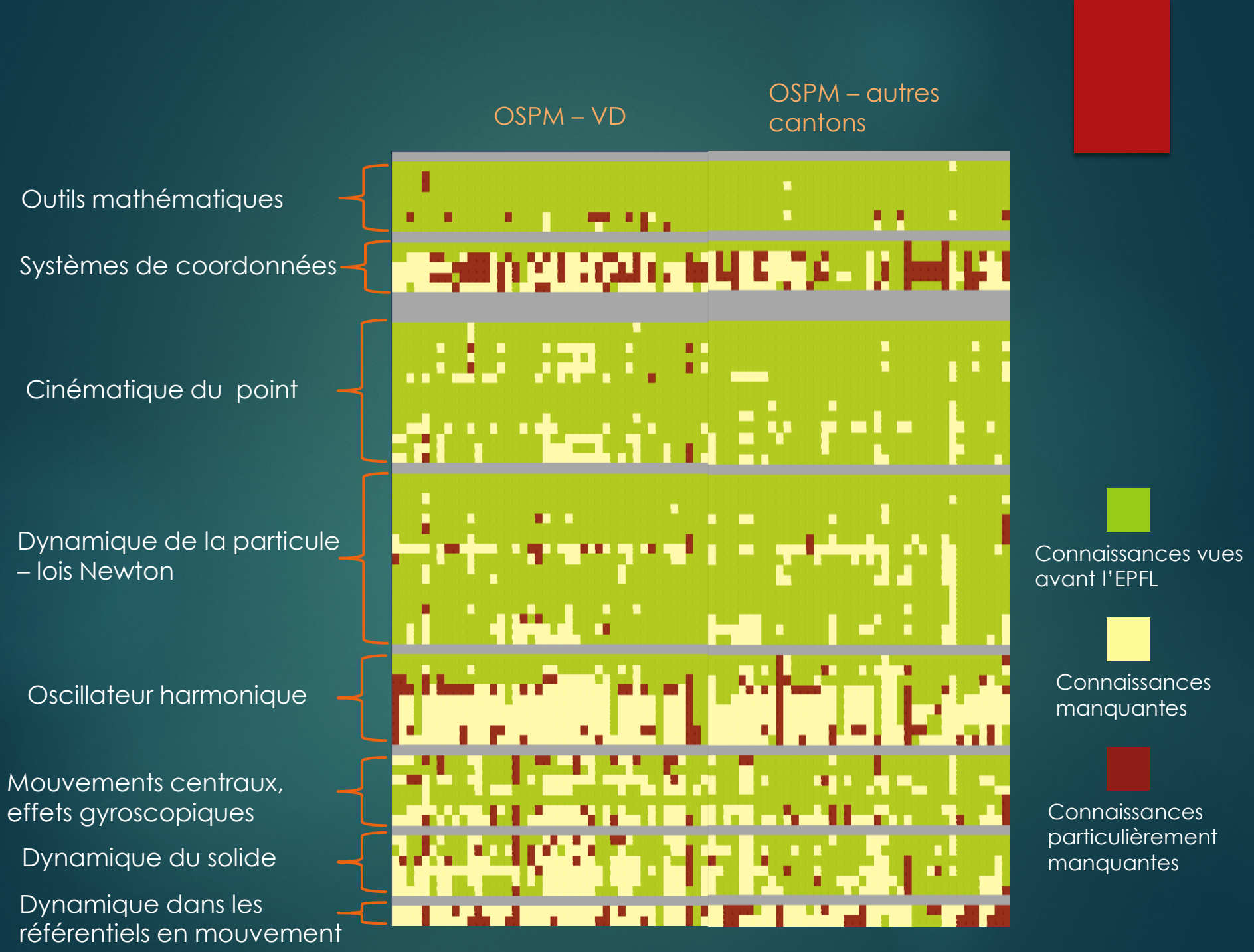
Transition gymnase - EPFL

UNE EXPÉRIENCE PENDANT L'ANNÉE COVID…

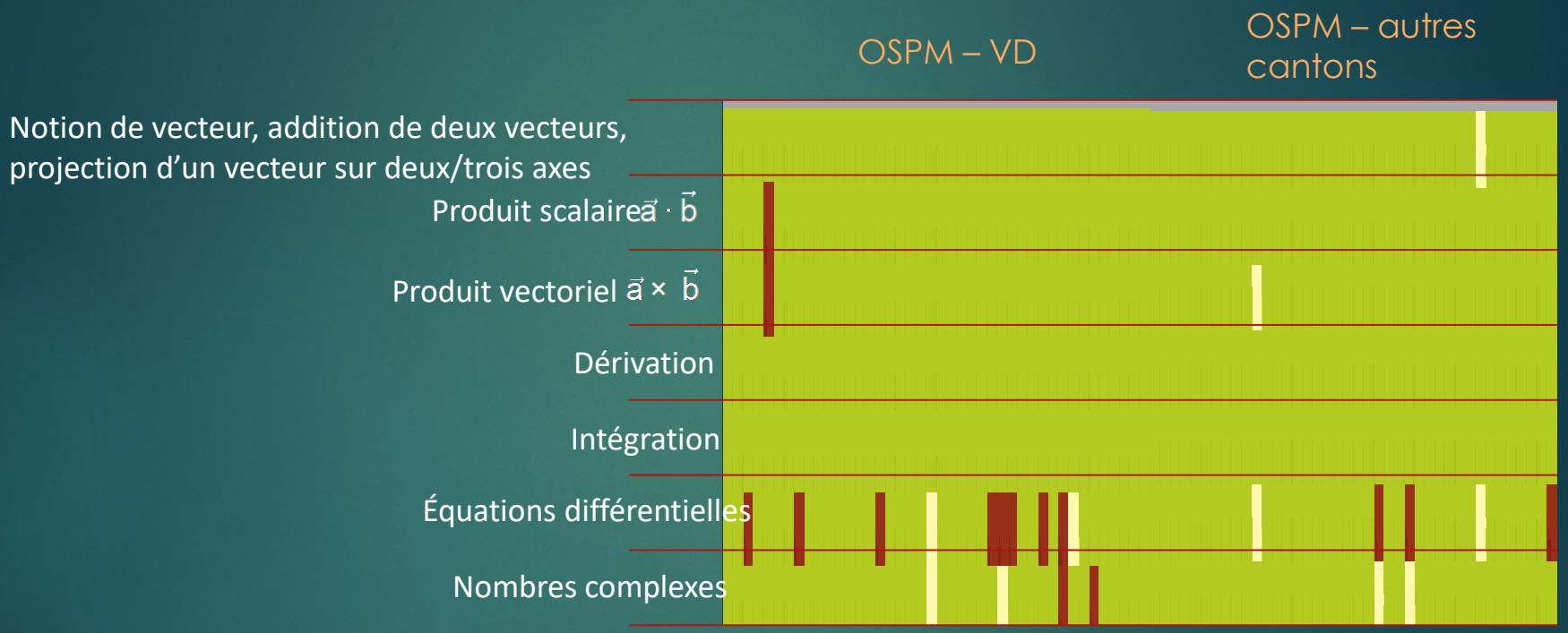
Corinne Gonzalez
Gymnase d'Yverdon

Stage scientifique à l'EPFL

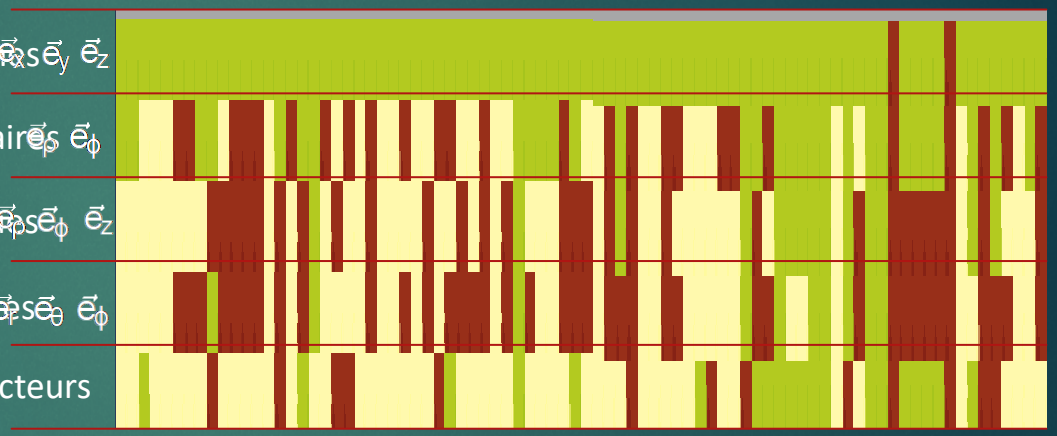
- Cours de mécanique de 1re année, avec N. Grandjean
- À la fin du cours, distribution d'un questionnaire à tous les étudiants
- Pour les élèves provenant d'OSPM, 82 réponses


OSPM – VD
OSPM – autres cantons
Outils mathématiques
Systèmes de coordonnées
Cinématique du point
Dynamique de la particule – lois Newton
Oscillateur harmonique
Mouvements centraux, effets gyroscopiques
Dynamique du solide
Dynamique dans les référentiels en mouvement
Connaissances vues avant l'EPFL
Connaissances manquantes
Connaissances particulièrement manquantes

OUTILS MATHÉMATIQUES



SYSTÈMES DE COORDONNÉES



Dérivation par rapport au temps des vecteurs unitaires

CINÉMATIQUE DU POINT

Position $\vec{r}$

Vitesse $\vec{v}$

Vitesse comme dérivée de la position par rapport au temps $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

Accélération $\vec{a}$

Accélération comme dérivée de la vitesse par rapport au temps $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

Équation horaire

Mouvement rectiligne uniforme (MRU)

Mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)

Mouvement balistique (portée, angle de tir)

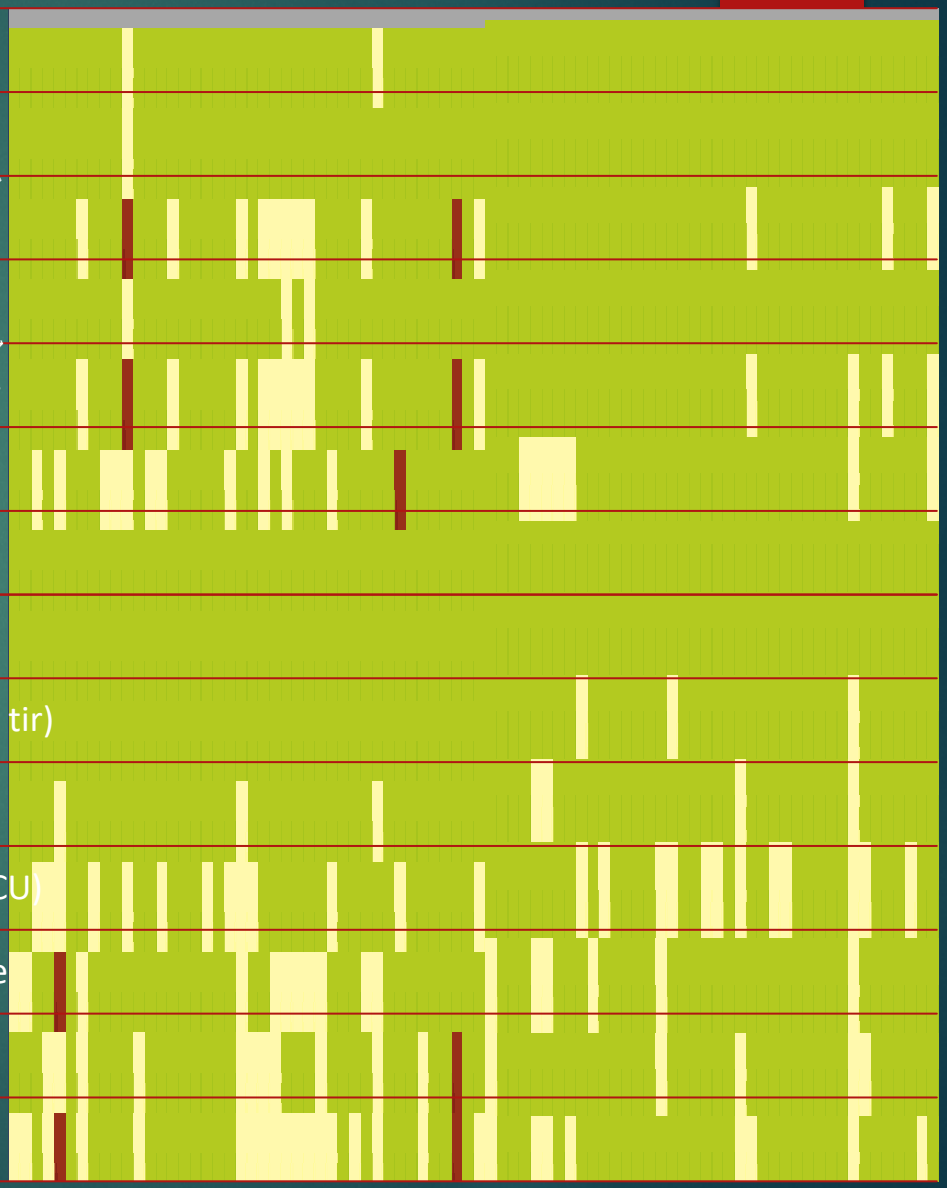
Mouvement circulaire

Seulement accélération normale $\vec{a}_n$ (MCU)

Deux accélérations: normale $\vec{a}_n$ et tangentielle $\vec{a}_t$

Vitesse angulaire $\vec{\omega}$

Accélération angulaire $\vec{\alpha}$



DYNAMIQUE DE LA PARTICULE – LOIS DE NEWTON

1re loi de Newton $\vec{v} = \text{constante} \Leftrightarrow \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

2e loi de Newton $m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext}$

3e loi de Newton: action-réaction

Masse sur plan incliné

Quantité de mouvement $\vec{p}$

Notion de force

Forces de frottement sec (statique et dynamique) $F_f = f_s N \quad F_f = f_d N$

Forces de frottement fluide $\vec{F}_f = -\kappa\eta\vec{v}$

Poussée d'Archimède

Travail d'une force $\delta W = \vec{F} \cdot d\vec{r}$

Puissance $P_{inst} = \frac{\delta W}{dt}$

Énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2}mv^2$

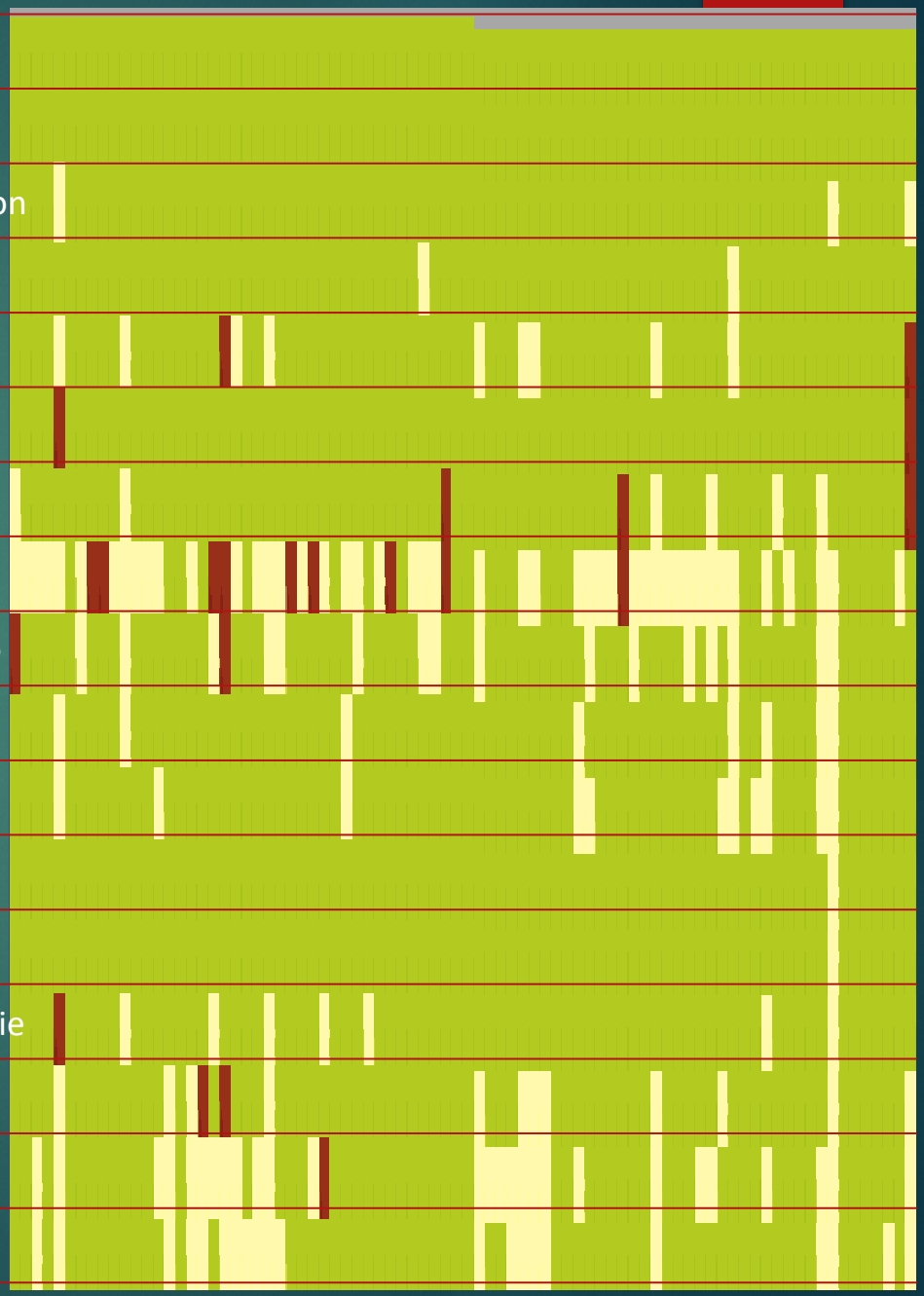
Énergie potentielle $E_p = mgh$

Conservation (ou non) de l'énergie

Chocs

Chocs mous

Chocs élastiques



OSCILLATEUR HARMONIQUE

Force de rappel du ressort $\vec{F}_r = -k\vec{r}$

Énergie potentielle élastique $E_{pr} = \frac{1}{2}kr^2$

Oscillateur harmonique linéaire libre

Oscillateur harmonique linéaire libre et amorti
(soumis à une force de frottement)

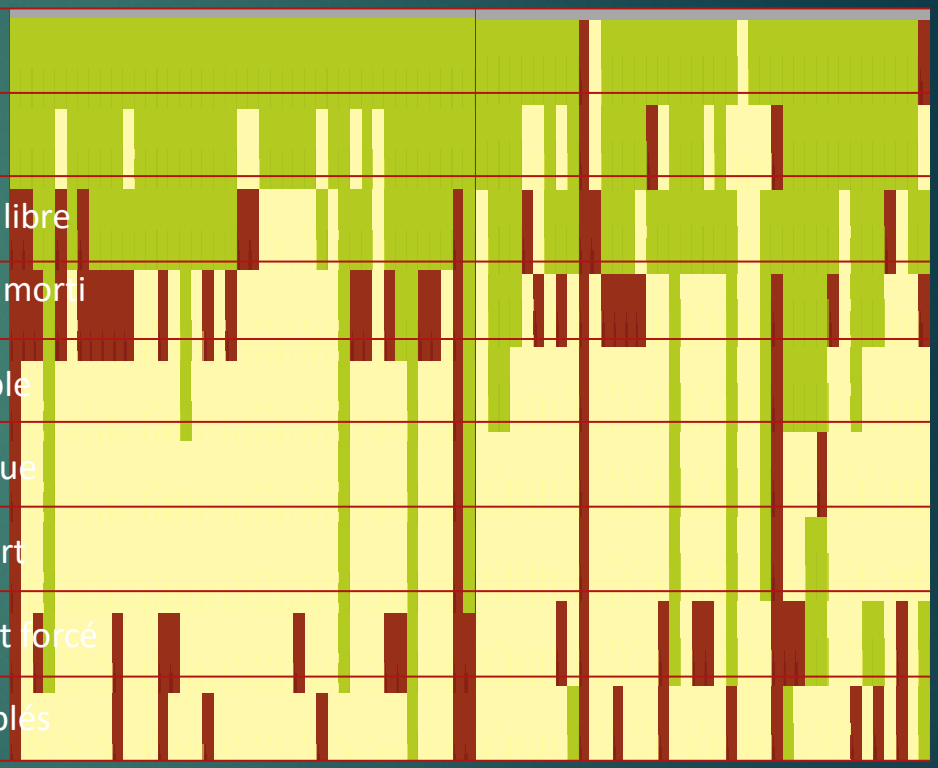
Amortissement faible

Amortissement critique

Amortissement fort

Oscillateur harmonique linéaire amorti et forcé

Oscillateurs harmoniques couplés



MOUVEMENTS CENTRAUX, EFFETS GYROSCOPIQUES

Moment cinétique $\vec{L}_O = \vec{r}_O \times \vec{p}$

Moment de force $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

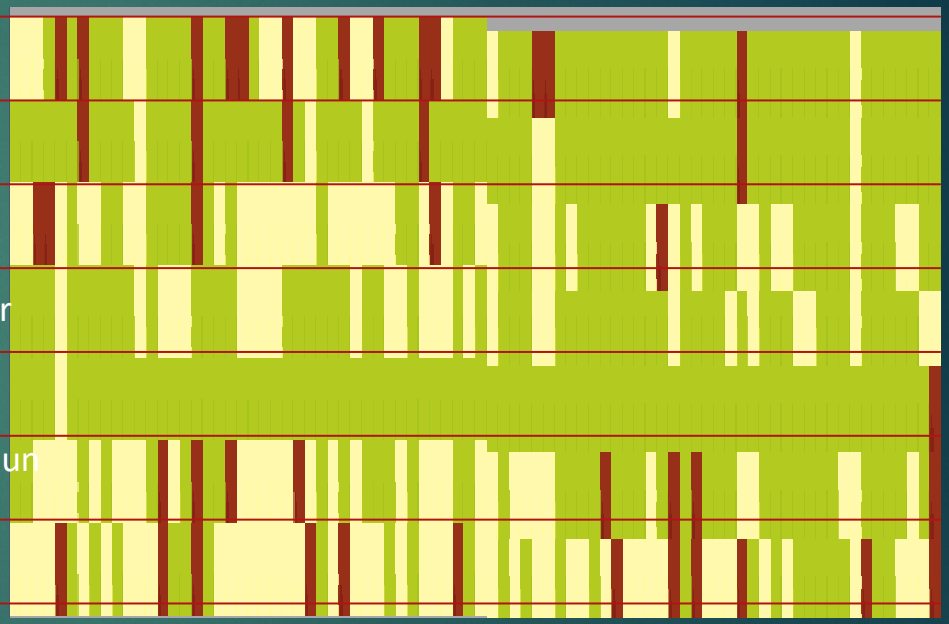
2e loi de Newton pour la rotation (Théorème du moment cinétique) $\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \sum_i \vec{M}_O(F_{ext,i})$

Lois de Kepler

Force de gravitation $F_G = \frac{GMm}{r^2}$

Énergies cinétique et potentielle dans un mouvement à force centrale

Gyroscope



DYNAMIQUE DU SOLIDE

Moment cinétique $\vec{L}_{cm} = I_{cm,\Delta}\,\vec{\omega}$

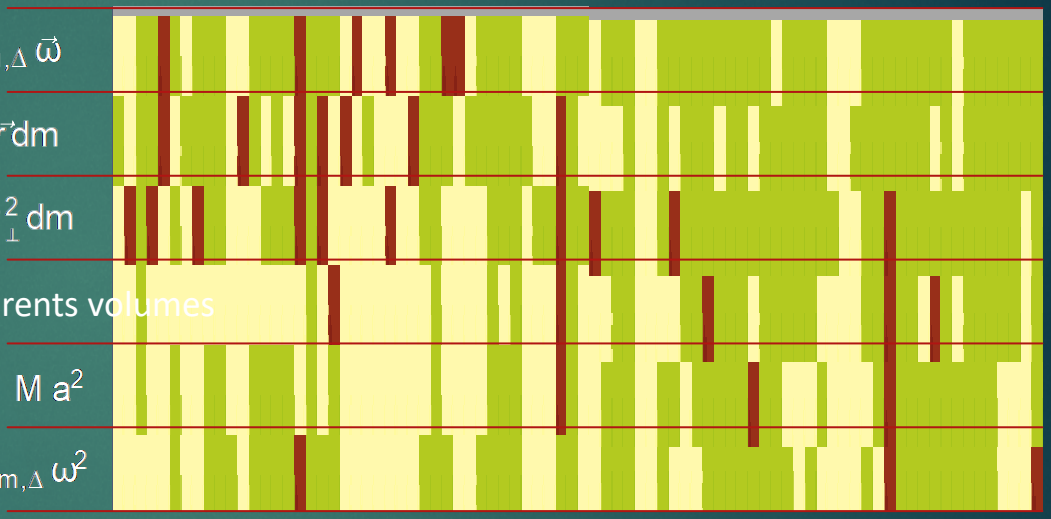
Centre de masse $\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M}\sum_i \vec{r}_i\,dm_i = \frac{1}{M}\int_V \vec{r}\,dm$

Moment d'inertie $I_{cm,\Delta} = \int_V r_\perp^2\,dm$

Calcul du moment d'inertie pour différents volumes

Règle de Steiner $I = I_{cm} + M\,a^2$

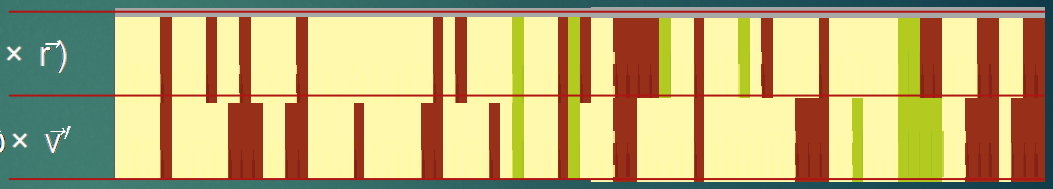
Énergie cinétique de rotation $E_{cr} = \frac{1}{2} I_{cm,\Delta}\,\omega^2$



DYNAMIQUE DANS LES RÉFÉRENTIELS EN MOUVEMENT

Énergie cinétique de rotation $\vec{F}_{in} = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$

Énergie cinétique de rotation $\vec{F}_{Co} = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}'$



CONSTATS

Parmi les difficultés soulignées par les étudiants, on a notamment:

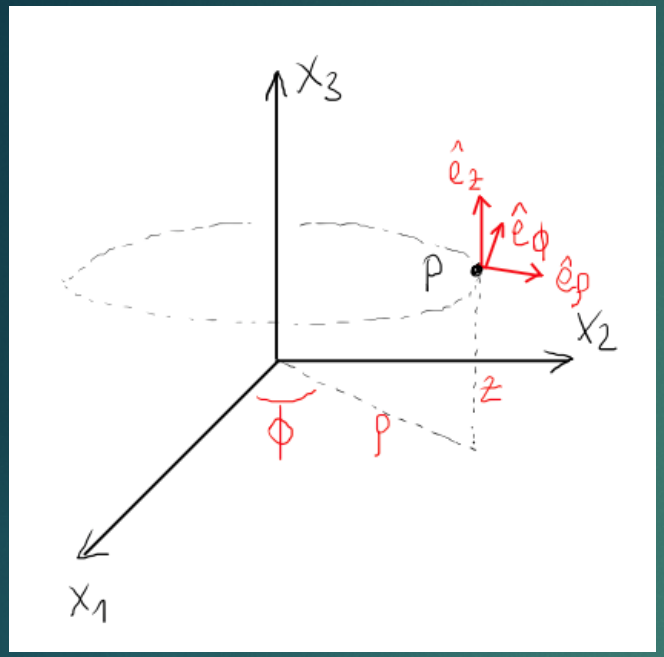
- Systèmes de coordonnées
- Équations différentielles
- Forces de frottement fluide

Juin 2020: , année Covid, pas d'examen pour les élèves de 3e année du gymnase. Proposition aux élèves d'un cours, sur quelques après-midis

Sources:

- Cours de mécanique de 1re année, N. Grandjean
- MOOC en mécanique de J.-P. Ansermet

COORDONNÉES CYLINDRIQUES



Projection sur les axes x_1, x_2

$$\hat{e}_\rho = \cos\phi\,\hat{x}_1 + \sin\phi\,\hat{x}_2$$
$$\hat{e}_\phi = -\sin\phi\,\hat{x}_1 + \cos\phi\,\hat{x}_2$$
$$\hat{e}_z = \hat{x}_3$$

Quelques vérifications…

$$\|\hat{e}_\rho\| = \|\hat{e}_\phi\| = \|\hat{e}_z\|$$

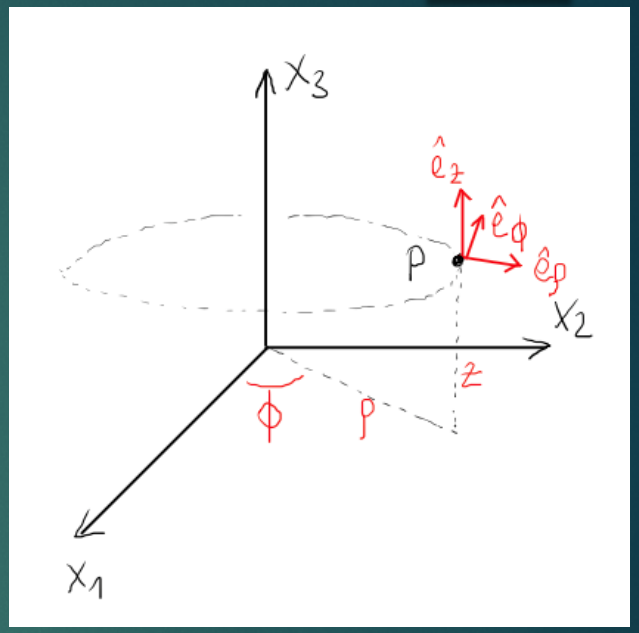
$\hat{e}_\rho$, $\hat{e}_\phi$ et $\hat{e}_z$ perpendiculaires

$$\hat{e}_\rho \wedge \hat{e}_\phi = \hat{e}_z$$

Position, vitesse et accélération en coordonnées cylindriques

$$\vec{r} = \rho\hat{e}_\rho + z\hat{e}_z$$
$$\vec{v} = \dot{\rho}\hat{e}_\rho + \rho\dot{\phi}\hat{e}_\phi + \dot{z}\hat{e}_z$$
$$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\phi}^2)\hat{e}_\rho + (2\dot{\rho}\dot{\phi} + \rho\ddot{\phi})\hat{e}_\phi + \ddot{z}\hat{e}_z$$

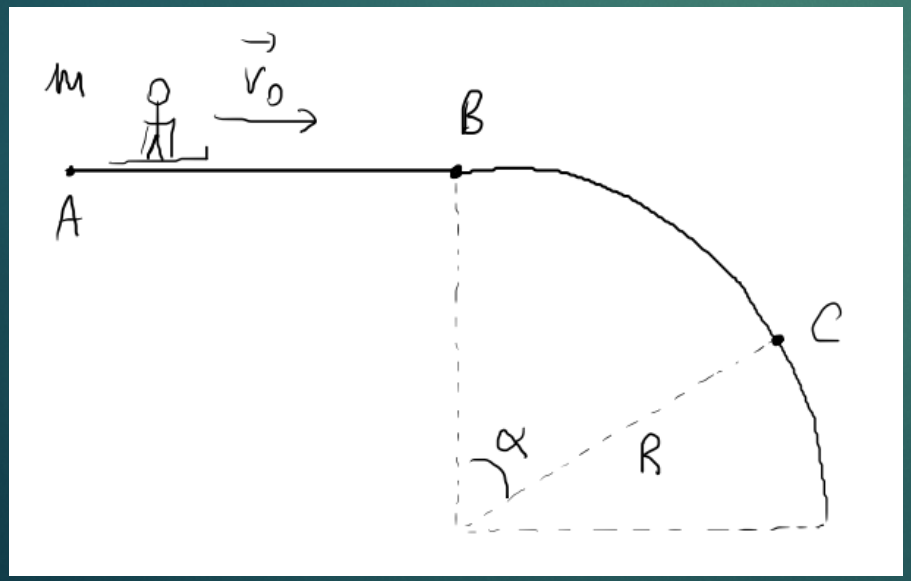
COORDONNÉES CYLINDRIQUES – quelques applications



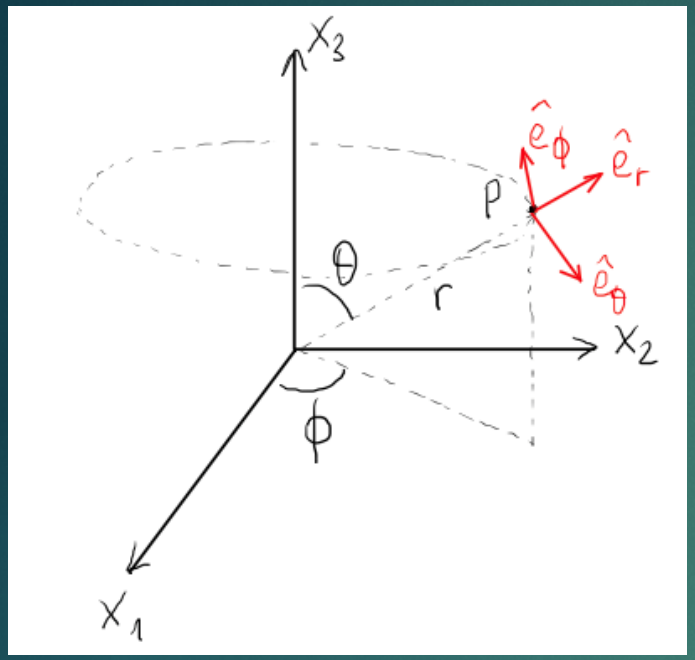
Analyse de quelques situations particulières:

- MRUA
- MCU

Exemple de John, le snowboardeur tranquille, calcul du décrochage en C



COORDONNÉES SPHÉRIQUES



Projection sur les axes x_1, x_2 et x_3

$$\hat{e}_r = \sin\theta\cos\phi\,\hat{x}_1 + \sin\theta\sin\phi\,\hat{x}_2 + \cos\theta\,\hat{x}_3$$

$$\hat{e}_\theta = \cos\theta\cos\phi\,\hat{x}_1 + \cos\theta\sin\phi\,\hat{x}_2 - \sin\theta\,\hat{x}_3$$

$$\hat{e}_\phi = -\sin\phi\,\hat{x}_1 + \cos\phi\,\hat{x}_2$$

Quelques vérifications…

$$\|\hat{e}_r\| = \|\hat{e}_\theta\| = \|\hat{e}_\phi\|$$

$\hat{e}_r$, $\hat{e}_\theta$ et $\hat{e}_\phi$ perpendiculaires

$$\hat{e}_r \wedge \hat{e}_\theta = \hat{e}_\phi$$

Position, vitesse et accélération en coordonnées sphériques

$$\vec{r} = r\hat{e}_r$$

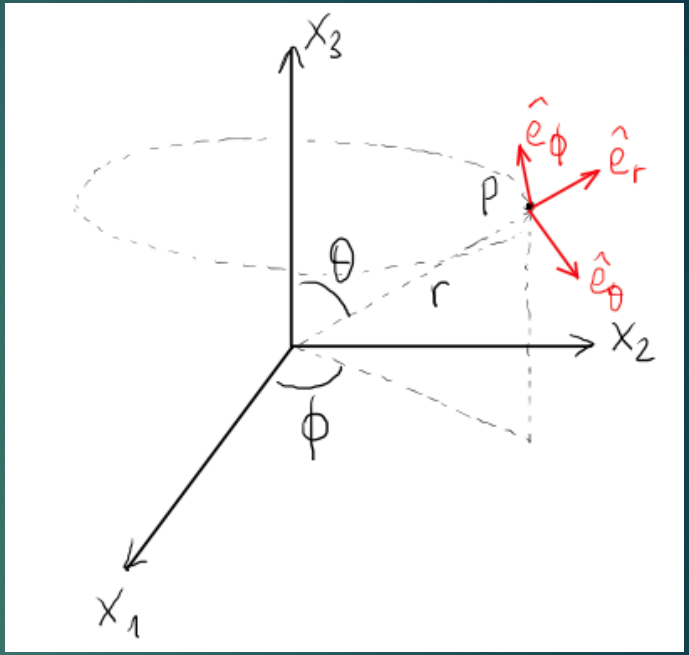
$$\vec{v} = \dot{r}\hat{e}_r + r\dot{\theta}\hat{e}_\theta + r\dot{\phi}\sin\theta\, e_\phi$$

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\phi}^2\sin^2\theta)\hat{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\dot{\phi}^2\cos\theta\sin\theta)\hat{e}_\theta + (r\ddot{\phi}\sin\theta + 2r\dot{\phi}\dot{\theta}\cos\theta + 2\dot{r}\dot{\phi}\sin\theta)\hat{e}_\phi$$

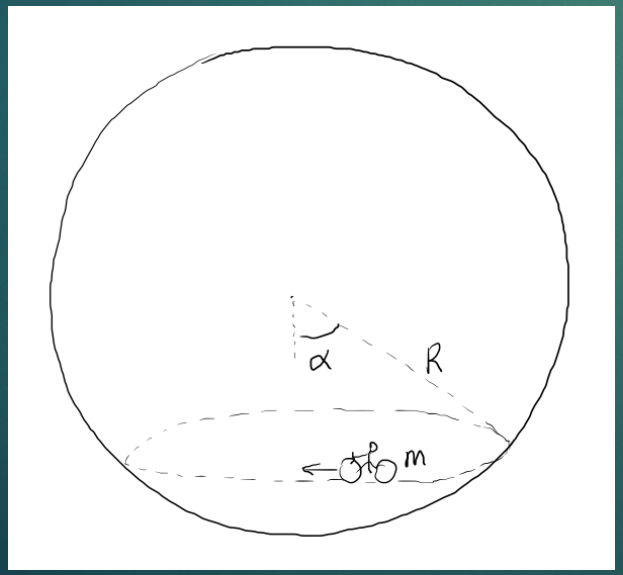
COORDONNÉES SPHÉRIQUES – quelques applications

Analyse d'une situation particulière:

- MCU (Yverdon avec la rotation de la Terre)

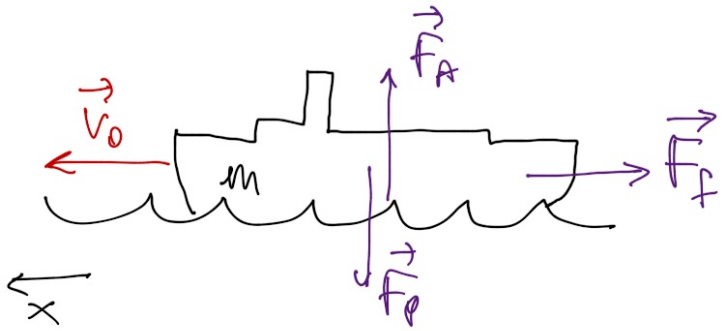


Exemple de la boule de la mort, vitesse *v* en fonction de l'angle α



ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES
FORCE DE FROTTEMENT FLUIDE

Bateau dont on éteint le moteur, calcul de la distance d'arrêt



η = viscosité eau

k = coeff. caract. bateau sur eau

$$F_f = -k\eta v_x \iff \dot{v} = \frac{k\eta}{m} v$$

$$v(t) = v_0 e^{-\frac{k\eta}{m}t} \qquad x(t) = \frac{v_0 m}{k\eta}\left(1 - e^{-\frac{k\eta}{m}t}\right)$$

distance d'arrêt → calcul de limite

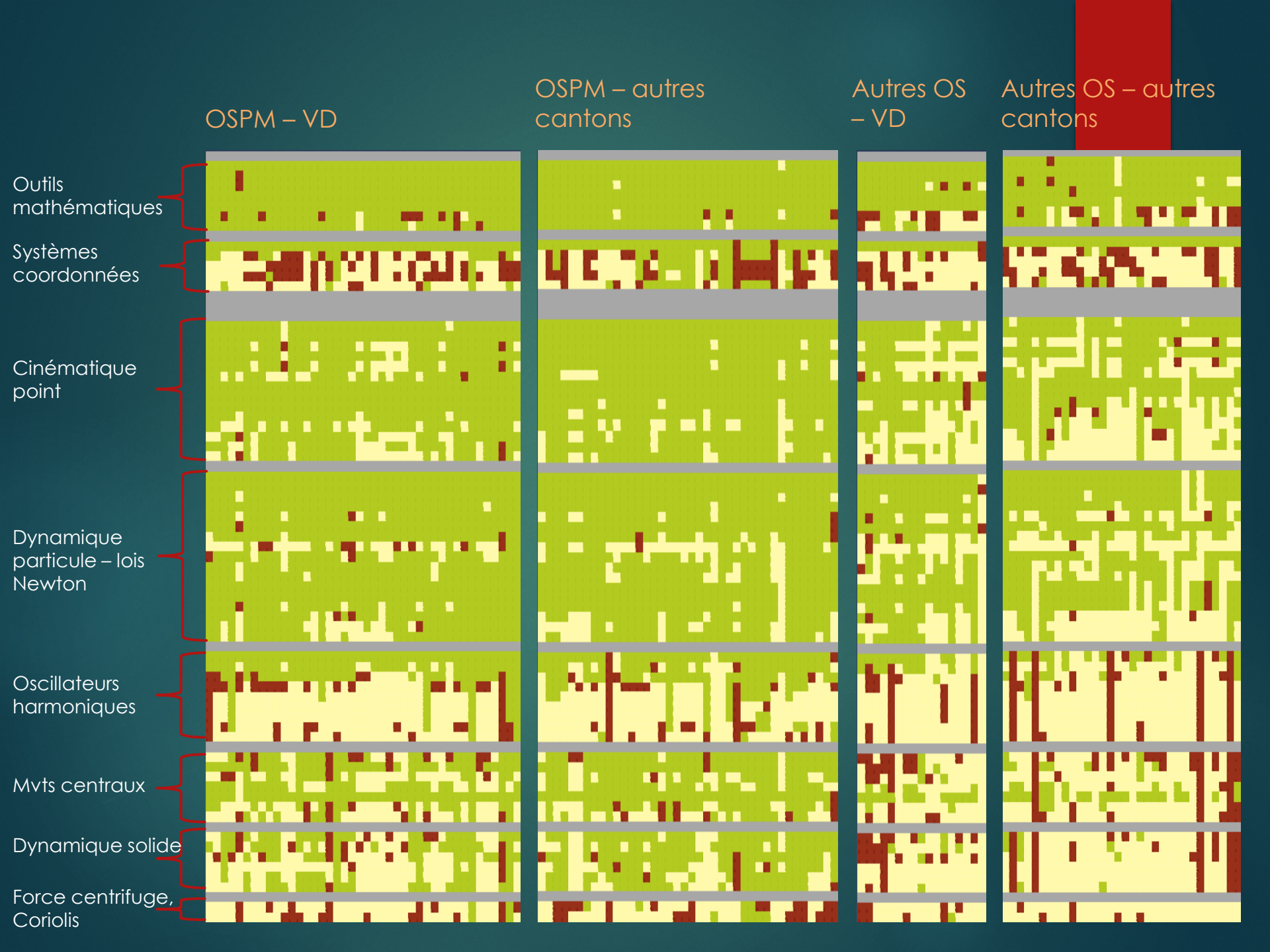
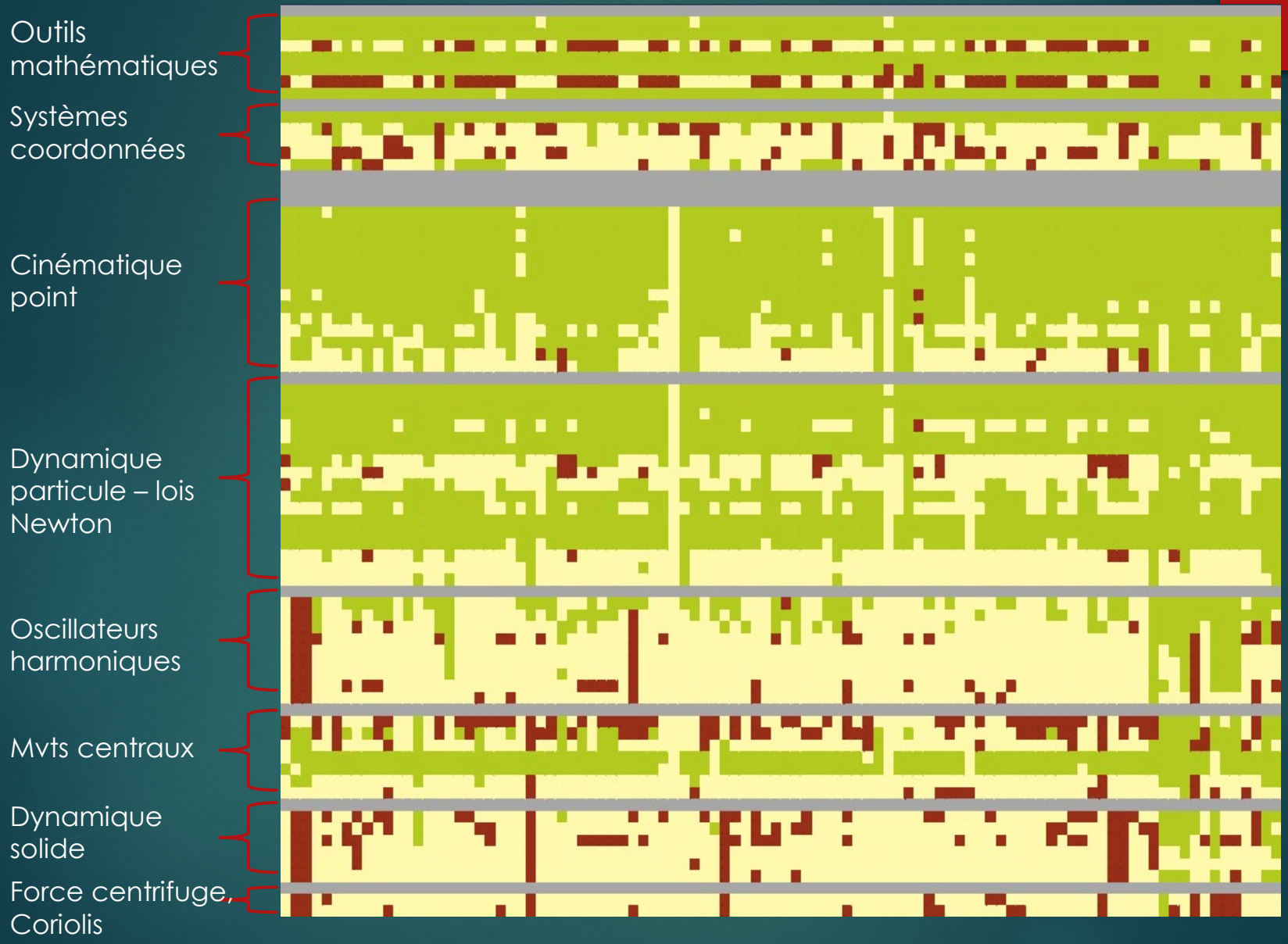
RETOUR DE MES ANCIENS ÉLÈVES…

LES NOUVEAUTÉS ET DIFFICULTÉS RENCONTRÉES

- Nécessité d'être soigneux techniquement
- Projections sur les axes
- Dérivées de vecteurs unitaires
- Dérivée d'un produit
- Dérivée par rapport au temps, notation : $\dot{\vec{r}} = \frac{d\vec{r}}{dt}$
- Réflexe d'aller chercher des situations particulières (MCU, MRU, MRUA)
- Notation de dérivée a [illegible] t multiplication par dt pour intégrer ensu

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{k\eta}{m} v \quad \Big| \begin{array}{l} \cdot dt \\ : v \end{array}$$

$$\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{v} = \int_{t_0}^{t} -\frac{k\eta}{m} dt$$


OSPM – VD
OSPM – autres cantons
Autres OS – VD
Autres OS – autres cantons
Outils mathématiques
Systèmes coordonnées
Cinématique point
Dynamique particule – lois Newton
Oscillateurs harmoniques
Mvts centraux
Dynamique solide
Force centrifuge, Coriolis

France et autres pays (98 étudiants)