Cours Euler: Série 2

le 1er septembre 2021

Exercice 1

Calcule dans chacun des cas le pgdc et le ppmc des nombres suivants en utilisant la méthode de factorisation :

(a) 135 et 324 ;

(b) $60, 84$ et 140 ;

(c) $1'000'000$ et 240 ;

(d) 270 et 315.

Exercice 2

Dans un restaurant, on a deux réservations de groupes pour la soirée : un groupe de 24 personnes et un groupe de 84 personnes. On souhaite les répartir à des tables où pourront s'asseoir le plus de personnes possible ensemble, dun seul groupe. On veut qu'il y ait le même nombre de personnes à chaque table. Combien y aura-t-il de personnes assises à chaque table ?

Exercice 3

Soit a et b deux nombres entiers naturels. On appelle d le pgdc et m le ppmc. Démontre que $a \cdot b = d \cdot m$.

Exercice 4

La valeur absolue. Calcule :

1. $|(-3)|$,
2. $|(+3)|$,
3. $|0|$,
4. $|-(-3)|$,
5. $-|(-3)|$,
6. $-|-|(-3)||$,
7. $|||(+3)|||$,
8. $|-||(+3)|||$.

Détermine ensuite en fonction du signe de a si l'expression $|-a| = a$ est vraie ou fausse.

Exercice 5

Inégalité triangulaire. Soient $a, b \in \mathbb{Z}$. Démontre que $|a+b| \leq |a| + |b|$ en considérant les différents signes possibles pour a et b.

Exercice 6

Pour les paires de nombres entiers suivantes, calcule d'abord la somme des paires, puis la différence (le premier moins le deuxième). Ecris à chaque fois une étape intermédiaire en mettant en évidence le signe du résultat et, entre parenthèse, l'opération dans $\mathbb{N}$ à effectuer (voir la définition de l'addition et de la soustraction de la théorie). Par exemple, pour la paire $(+2), (+5)$, on a

$$(+2) + (+5) = +(2+5) = (+7), \qquad (+2) - (+5) = (+2) + (-5) = -(5-2) = (-3)$$

1. $(-137), (-58)$
2. $(-402), (-593)$
3. $(-3708), (-6237)$
4. $(+57), (-26)$
5. $(+137) + (-306)$
6. $(+1372), (-2507)$
7. $(-1054), (+2184)$
8. $(-6217), (+314)$
9. $(-237), (+516)$

Exercice 7

Démontre, *en utilisant la définition de l'opposé*, que pour tous nombres relatifs $a, b \in \mathbb{Z}$,

$$-(-a-b) = a+b$$

Donne un exemple avec a négatif et b positif.

Exercice 8

Démontre que 0 est absorbant dans $\mathbb{Z}$ (c'est-à-dire que pour tout $a \in \mathbb{Z}$, $a \cdot 0 = 0$).
(Astuce : utiliser le fait que $0 = 0 + 0$)
Facultatif : à la place de cet exercice, démontre que dans n'importe quel anneau commutatif, l'élément neutre de l'« addition » est absorbant.

Démontre ensuite le point (3) de la proposition de ce cours sur la division : $(+m) : (-n) = [-(m : n)]$ pour toute paire de nombres entiers naturels m et n qui vérifie $n \mid m$.

Exercice 9

Sur la donnée.

NO156 Des lettres et des opérations

a) Complète.

a	b	c	$a+b$	$(a+b)+c$	$b+c$	$a+(b+c)$
−100	10	5				
100	20	−5				
18	−6	−3				
−16	−8	−2				

b) Complète.

a	b	c	$a-b$	$(a-b)-c$	$b-c$	$a-(b-c)$
−100	10	5				
100	20	−5				
18	−6	−3				
−16	−8	−2				

c) Complète.

a	b	c	$a \cdot b$	$(a \cdot b) \cdot c$	$b \cdot c$	$a \cdot (b \cdot c)$
−100	10	5				
100	20	−5				
18	−6	−3				
−16	−8	−2				

d) Complète.

a	b	c	$a : b$	$(a : b) : c$	$b : c$	$a : (b : c)$
−100	10	5				
100	20	−5				
18	−6	−3				
−16	−8	−2				

Remarque. La série de cette semaine est courte. On demande aussi de revoir les séries 4 et 5 de 2020 qui ont été étudiées pour préparer le test du mois de juin.