Cours Euler: Série 32

le 19 mai 2021

Exercice 1

Effectue les constructions suivantes et répond aux questions.

1. Trace un segment $[XY]$ de 7,3 cm.
2. Construis la médiatrice m de $[XY]$.
3. Trace une demi-droite $[Xn$ qui fait un angle de $64°$ avec XY. Aide-toi de ton rapporteur !
4. Construis la perpendiculaire p à la demi-droite $[Xn$ qui passe par X.
5. Appelle O le point d'intersection de p et m.
6. Trace le cercle $c(O; [OX])$; celui-ci coupe m en deux points K et L.
7. Sur l'arc de cercle $\widehat{XKY}$ place cinq points R, S, T, U et V.
8. Quelles sont les mesures des angles $\widehat{XRY}, \widehat{XSY}, \widehat{XTY}, \widehat{XUY}$ et $\widehat{XVY}$? Pourquoi ?

Exercice 2

Théorème de Pythagore. Nous revoyons ici une preuve du Théorème de Pythagore. Soit ΔAEH un triangle rectangle en A dont l'hypoténuse mesure a et les deux cathètes mesurent b et c. Le but est de montrer que $a^2 = b^2 + c^2$.

1. Construis un carré $ABCD$ de côté $b+c$. Chaque côté est partagé en deux segments de longueur b et c.
2. Si E, F, G et H sont les points sur les quatre côtés du carré tels que $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = b$, construis les segments $[EF], [FG], [GH]$ et $[HE]$.
3. Démontre en utilisant explicitement un cas d'isométrie des triangles que tu as construis quatre triangles isométriques.
4. Déduis du point précédent que le quadrilatère $EFGH$ est un losange.
5. Démontre que le quadrilatère $EFGH$ est un carré de côté a.
6. Calcule l'aire de ce carré et l'aire de chacun des quatre triangles rectangles isométriques.
7. Calcule l'aire du carré de côté $b + c$. Compare cette aire avec les aires calculées précédemment et conclus que $a^2 = b^2 + c^2$.

Exercice 3

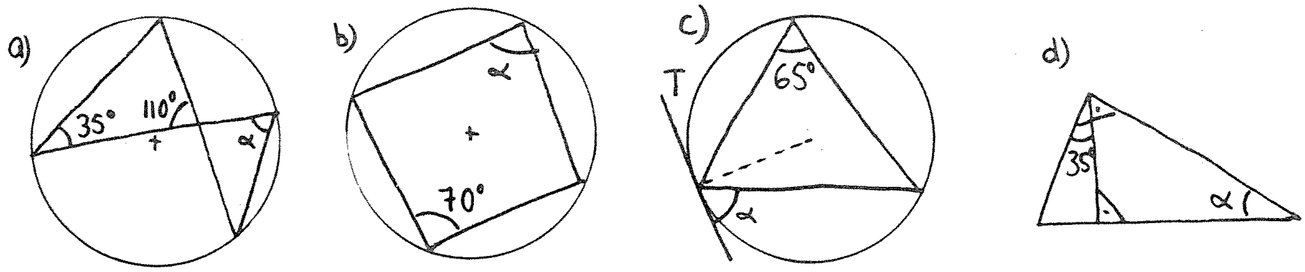
cercles de Thalès. 1. On donne un triangle ΔQRS rectangle en Q, ainsi que sa hauteur QO. Le cercle de Thalès de $[QO]$ coupe $[QR]$ en en un point U et $[QS]$ en I. Que peut-on dire du quadrilatère $QUOI$?

2. Dessine deux cercles sécants de rayons différents. Soient A et B les points d'intersection. Trace les diamètres d'extrémité A de chacun de ces deux cercles. L'autre extrémité s'appelle P et respectivement Q. Observe les points P, B et Q. Que peux-tu dire ? Justifie ton affirmation !

Exercice 4

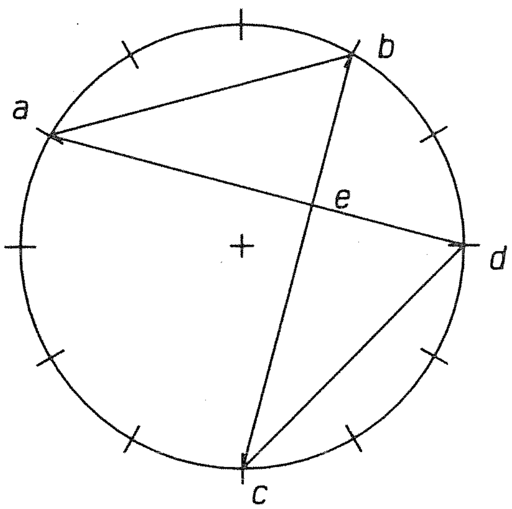
EXERCICE 141

Calcule dans chaque cas la mesure de l'angle α.



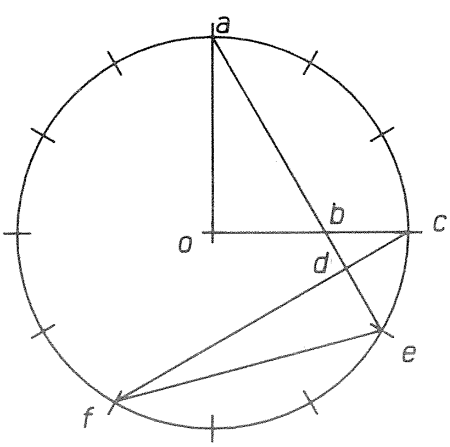
T est une tangente
au cercle

EXERCICE 142



Le cercle *C* est partagé en douze parties isométriques.
Calcule la mesure des angles des triangles *abe* et *edc*.

EXERCICE 143



Le cercle *C* est partagé en douze parties isométriques.
Calcule la mesure des angles des triangles *oab*, *bcd* et *def*.

Exercice 5

Double arc capable. (a) Trace un triangle ΔOAB isocèle en O. Où faut-il placer le point S pour que l'angle $\widehat{ASB}$ mesure la moitié de l'angle $\widehat{AOB}$? Effectue un dessin soigné, à la règle et au compas, de la situation où l'angle en O vaut $40°$.

(b) Trace un segment $[AB]$ et un cercle c de centre C de telle sorte que A et B appartiennent à c et que l'angle au centre soit égal à $120°$. Prolonge $[BC]$ de sorte qu'il coupe le cercle en un point T.

1. Calcule l'angle $\widehat{ATB}$. Justifie !
2. Où sont tous les points qui interceptent $[AB]$ sous le même angle que T ?
3. Sous quel angle voit-on $[AB]$ depuis un point de c qui ne se trouve pas du même côté de $[AB]$ que T ? Pourquoi ?

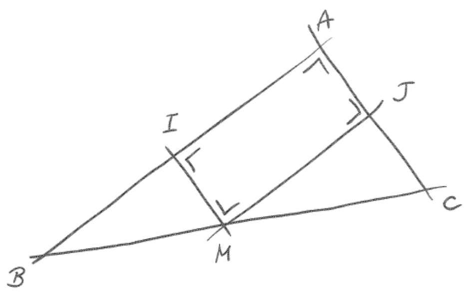
Exercice 6

219. Mini

Le triangle ABC est rectangle en A.

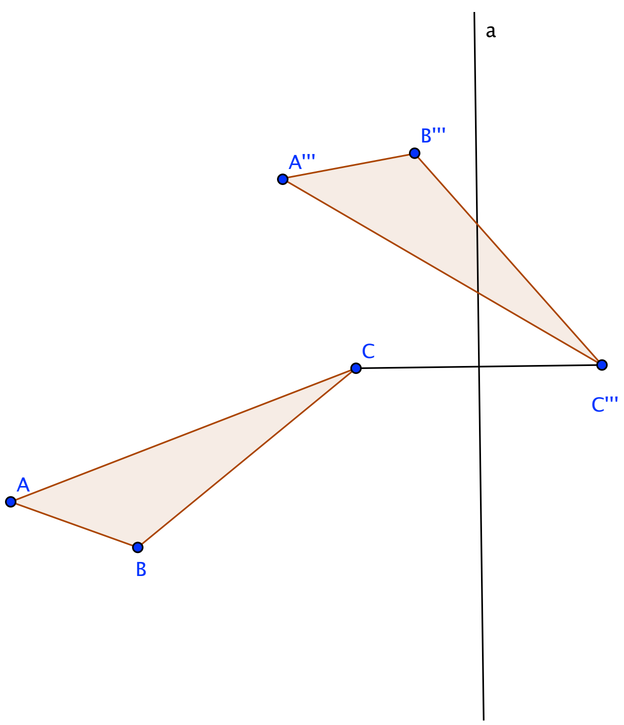
On projette orthogonalement un point M du segment BC sur les côtés AB et AC, respectivement en I et J.

Où faut-il placer M pour que le segment IJ soit minimal ?



Exercice 7

Test 2014 : Isométries. (25 points) Sur la figure suivante le triangle $\Delta A'''B'''C'''$ est l'image du triangle ΔABC par une isométrie du plan f.



(1) Construis visiblement et proprement sur la figure des axes b (et éventuellement c) tels que f s'écrive comme composition $S_b \circ S_a$ (ou éventuellement $S_c \circ S_b \circ S_a$). Construis soigneusement les images A', B' et C' des points A, B et C par S_a, puis les points A'', B'' et C'' des points A', B' et C' par S_b. Explique ici comment tu choisis ces axes.
(2) L'isométrie f préserve-t-elle l'orientation ou renverse-t-elle l'orientation ? Pourquoi ?
(3) Démontre, en t'appuyant sur des résultats du cours, que f est un renversement sans point fixe.

Exercice 8

Construction. (Test 2014 : 25 points) Construis à la règle et au compas uniquement un angle de 60°, puis, en utilisant cet angle, un parallélogramme dont l'un des angles mesure 60°, un côté mesure 4 cm et l'autre le double.
(1) Effectue la construction avec tous les traits de construction.
(2) Donne la marche à suivre de ta construction.
(3) Calcule la mesure de tous les angles de ce quadrilatère.
(4) **Bonus 5 points.** Que mesure la petite hauteur de ce parallélogramme ?

Exercice 9

Vrai ou Faux ? Réponds aux questions suivantes en justifiant ta réponse !

1. La somme des angles d'un rhomboïde vaut 360°.
2. Une isométrie qui est la composition de trois symétries axiales renverse l'orientation.
3. Une isométrie qui est la composition de trois symétries axiales n'a pas de point fixe.
4. Une isométrie qui est la composition de deux symétries axiales a toujours un point fixe.
5. Dans un triangle une médiane passe toujours par l'un des sommets.
6. Deux triangles rectangles ayant leur hypoténuses isométriques sont isométriques.
7. Deux triangles rectangles ayant leurs cathètes isométriques deux à deux sont isométriques.
8. Un trapèze a toujours soit un centre de symétrie, soit un axe de symétrie.
9. Un trapèze ayant à la fois un centre de symétrie et un axe de symétrie est un rectangle.
10. Un carré est un parallélogramme.
11. Il existe des triangles équilatéraux rectangles.
12. L'orthocentre d'un triangle est le point d'intersection des trois médianes.
13. Dans un triangle un segment moyen mesure les deux-tiers du côté correspondant.
14. Tout cerf-volant est inscrit dans un cercle.
15. Pour tout cercle il existe un cerf-volant inscrit dans ce cercle.
16. Tout cerf-volant inscrit dans un cercle est un rectangle.
17. Le centre du cercle circonscrit appartient aux médiatrices du triangles.
18. L'angle au centre mesure la moitié de l'angle inscrit qui intercepte le même arc.
19. Un quadrilatère inscrit dans un cercle a toujours deux angles droits.
20. Le lieu géométrique des points desquels on voit un segment donné sous un angle compris entre 45° et 90° est constitué de deux lunules.