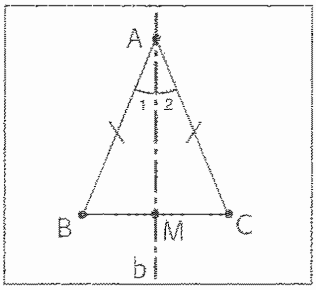
Cours Euler: Série 29

le 28 avril 2021

Tous les exercices sont à faire sur des feuilles à part. Garde la donnée pour toi.
Exercice 1

Dans cet exercice, tu vas retravailler une partie de la preuve de la proposition sur la caractérisation des triangles isocèles.

266 **« Dans tout triangle isocèle, la bissectrice de l'angle au sommet est la médiatrice de la base, la hauteur issue du sommet et la médiane relative à la base ».**



Données : le triangle BAC isocèle ($\overline{BA} = \overline{AC}$),

la bissectrice b de $\widehat{A}$ qui coupe [BC] en M.

a) Thèse : **b est la médiatrice de [BC].**

Démonstration

Quel est l'axe de symétrie du triangle BAC ? ....

Par cette symétrie, quelle est l'image

de B ? .... de M ? .... } de [BM] ? ....

Compare [BM] et son image : ....

Justifie ta comparaison ....

Conclus : ....

b) Thèse : **[AM] est la hauteur relative à [BC].**

Démonstration

Sachant que la bissectrice b de $\widehat{A}$ est aussi la médiatrice de [BC], dis quelle est la position de b par rapport à [BC] ....

Conclus : ....

c) Thèse : **[AM] est la médiane relative à la base.**

Démonstration

Sachant que la bissectrice b de $\widehat{A}$ est aussi la médiatrice de [BC], dis quelle est la position de M par rapport à [BC] ....

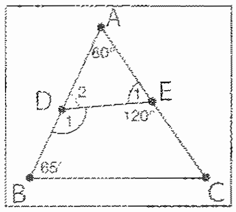
Conclus : ....

Exercice 2

264 **a)** Calcule l'amplitude des angles suivants dans le triangle BAC :

$\widehat{C}$ = ……………… $\widehat{D_1}$ = ………………

$\widehat{E_1}$ = ………………



b) Quelle est la nature du triangle DAE ? ………………

Pourquoi ? ………………

c) Les droites DE et BC sont-elles parallèles ? ………………

Pourquoi ? ………………

Exercice 3

Vrai ou Faux ? Justifie tes réponses !

(a) Tout triangle équilatéral est isocèle.

(b) Il existe un triangle rectangle qui est équilatéral.

(c) Il existe un triangle rectangle qui est isocèle.

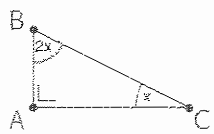
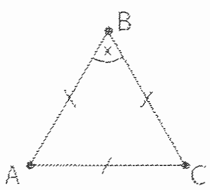
(d) Il existe un triangle isocèle dont deux angles valent 1°.

Exercice 4

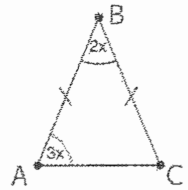
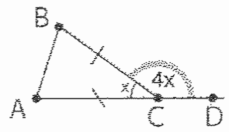
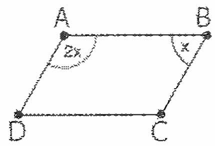
Equations.

1. D'un triangle rectangle on sait que qu'un angle aigu vaut le triple de l'autre angle aigu. Quelle est la mesure de chacun des trois angles de ce triangle ?
2. On trace une hauteur d'un triangle équilatéral pour former deux triangles rectangles. Sont-ils isométriques ? Calcule la mesure des chacun de leurs angles.
3.

265 Dans chaque cas, écris l'équation qui te permet de calculer la valeur de x et résous-la.

		Amplitude des angles
a)		$\widehat{A}$ = $\widehat{B}$ = $\widehat{C}$ =
b)		$\widehat{A}$ = $\widehat{B}$ = $\widehat{C}$ =

4.

			Amplitude des angles
c)		....	$\hat{A} =$ $\hat{B} =$ $\hat{C} =$
d)		....	$\hat{A} =$ $\hat{B} =$ $\hat{C} =$
e)		....	$\hat{A} =$ $\hat{B} =$ $\hat{C} =$

Exercice 5

(1) Comment construire un triangle dont on connaît la longueur du côté $|BC|$ ainsi que les longueurs g_A de la médiane et h_A de la hauteur issues de A ?

(2) Effectue la construction lorsque $|BC| = 120mm$, $g_A = 80mm$ et $h_A = 70mm$.

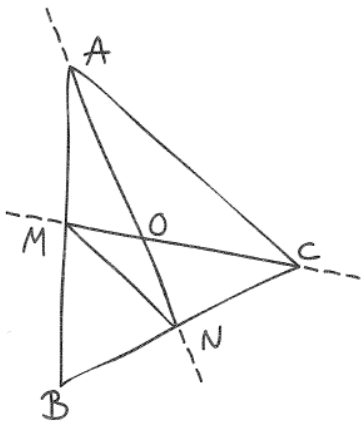
(3) Peut-on énoncer un nouveau cas d'isométrie des triangles ?

Exercice 6

ES21 Quelle justification ?

Dans le triangle *ABC*, *AN* est une médiatrice et *CM* une médiane.

Ce triangle possède au moins quatre propriétés remarquables ; détermine-les en justifiant tes propositions.



Exercice 7

Soit ABC un triangle isocèle en A. Si l'angle en A mesure 36°, démontre que la bissectrice issue de B détermine deux triangles isocèles dans le triangle ABC.

Exercice 8

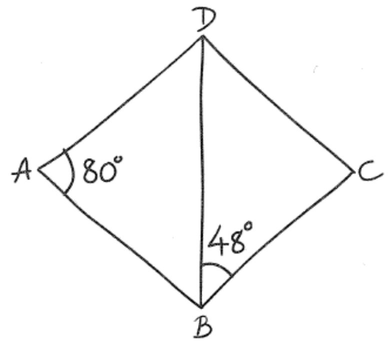
Cas d'isométrie des triangles isocèles.

1. Démontre le cas d'isométrie suivant du cours
   « Deux triangles isocèles sont isométriques lorsqu'ils ont la base isométrique et l'angle au sommet où ils sont isocèles isométrique. »
2. Démontre le cas d'isométrie suivant, valable pour les triangles isocèles.
   « Deux triangles ABC et $A'B'C'$ isocèles respectivement en A et A' sont isométriques s'ils ont leurs angles en A et A' isométriques et leurs hauteurs issues de A et A' isométriques. »

Exercice 9

ES30 Sur la pointe

BD mesure 8 cm.
$AB = AD$
$CB = CD$
S'agit-il d'un parallélogramme ?



Exercice 10

Pour les deux constructions suivantes, on demande d'écrire une marche à suivre et de démontrer que la construction est correcte.

1. Construire un triangle isocèle en connaissant sa base et l'angle au sommet où il est isocèle.
2. Construire un angle de 60°.

Exercice 11

Démontre qu'un triangle qui a deux hauteurs isométriques est isocèle.

Indication. Fais un dessin de la situation et applique l'un des cas d'isométrie des triangles à deux triangles bien choisis !

Exercice 12

Existe-t-il un quadrilatère :

(a) simple et convexe ?

(b) simple et non-convexe ?

(c) non-simple et convexe ?

(d) non-simple et non-convexe ?

Dans chaque cas, si un tel quadrilatère existe, dessine-en un exemple, et s'il n'en n'existe pas, explique pourquoi.

Exercice 13

Les trapèzes.

(a) Construis un trapèze $PQRS$ sachant que $PQ = 10$ cm, $QR = 4$ cm et $\widehat{PQR} = 45°$. Donne la marche à suivre pas à pas.

(b) Dessine un trapèze admettant un axe de symétrie. Est-il obligatoirement isocèle ? Justifie ta réponse.

Exercice 14

Un peu de théorie : Les parallélogrammes. Soit $ABCD$ un quadrilatère simple. On suppose que les côtés opposés AB et CD sont parallèles et isométriques. Le but de cet exercice est de démontrer la caractérisation (1) de la Proposition 3.5 du cours. Il faut donc démontrer que $ABCD$ est un parallélogramme. Si tu n'arrives pas à résoudre un point, passe à la suite ! On admet qu'au moins l'une des diagonales de $ABCD$ est à l'intérieur de l'angle du sommet dont elle est issue (des explications détaillées sont données dans le corrigé : on suppose par l'absurde que ce n'est pas le cas et on s'aide des définitions de l'intérieur d'un angle !).

1. On suppose dès maintenant que la diagonale $[AC]$ passe entre B et D. On prend le milieu O de cette diagonale et on considère l'isométrie S_O, symétrie centrale de centre O. Montre que S_O transforme la demi-droite $[AB$ en la demi-droite $[CD$.
2. Montre que S_O transforme le segment $[AB]$ en $[CD]$.
3. Conclus que S_O transforme DA en BC et que ces droites doivent donc être parallèles.