

Cours Euler: Série 6

le 30 septembre 2020

Exercice 1

Récris les expressions suivantes en rajoutant tous les signes et toutes les parenthèses de signes. Le calcul n'est pas demandé.

- a) $-12 - 34 + 34 - [-(56 - 22) + 12] + (-78)$
- b) $48 - \{-90 - [-50 + 12 - (-14)] - 50\} - 9$
- c) $- [49 + (+12) - (-89)] + (8 - 67 + 89) - (-23 - 12)$
- d) $- | 64 - 87 - [-23 + 12 - (8 - 47)] + 12 | + 13$
- e) $- \{-[-(-3)]\}$

Exercice 2

NO136 Parenthèses indispensables

Toutes les égalités sont justes, mais les parenthèses qui donnaient l'ordre de priorité des opérations ont été enlevées.

A toi de les remettre là où elles sont nécessaires.

- | | |
|--------------------------|------------------------------|
| a) $-17 - 17 - 34 = -34$ | e) $17 - 17 - 17 - 17 = 0$ |
| b) $17 - 17 - 34 = -34$ | f) $-17 - 17 - 17 - 17 = 0$ |
| c) $-17 - 17 - 34 = 0$ | g) $17 - 17 - 17 - 17 = -34$ |
| d) $17 - 17 - 34 = 34$ | |

On demande le minimum de parenthèses qui donne le résultat indiqué (utiliser les règles conventionnelles de priorité). De plus, cherche tous les nombres qu'il est possible d'atteindre en rajoutant autant de parenthèses que l'on veut à l'expression

$$-7 - 7 - 7 - 7 - 7.$$

Indique à chaque fois l'expression avec les parenthèses que tu as utilisées.

Exercice 3**NO80 Parenthèses superflues**

Dans les écritures qui suivent, on a parfois ajouté des parenthèses superflues.

Lesquelles peux-tu supprimer, sans que le résultat soit modifié ?

a) $(12 \cdot 4) \cdot 2 = 96$

e) $(15 \cdot 3) \cdot 10 = 15 \cdot (3 \cdot 10)$

b) $(24 + 15) = (15 + 24)$

f) $5 \cdot (20 + 4) = (5 \cdot 20) + (5 \cdot 4)$

c) $(5 + 27) + 3 = (27 + 3) + 5$

g) $(17 \cdot 3) = (3 \cdot 17)$

d) $9 + (6 + 4) = (9 + 6) + 4$

h) $3 + [16 + (9 - 5)] = 23$

NO81 Encore des parenthèses superflues

Dans les écritures qui suivent, on a parfois ajouté des parenthèses superflues.

Lesquelles peux-tu supprimer, sans que le résultat soit modifié ?

a) $(3 + 2) \cdot 4 \cdot (5 \cdot 2) =$

b) $15 - [(3 \cdot 2) + 9] =$

c) $(12 - 4) - 2 =$

d) $48 : (12 : 4) =$

e) $(13 - 9) \cdot 12 =$

f) $(\sqrt{9} \cdot \sqrt{9}) : 9 =$

g) $(2 + 5)^2 =$

h) $2 \cdot 4 : 5 =$

Lorsque tu peux enlever une parenthèse, indique si

- tu as enlevé une *parenthèse superflue* et quelle propriété la rend superflue,
- tu as utilisé une *règle conventionnelle* de priorité et laquelle.

Exercice 4

1. Simplifie au maximum les expressions, puis effectue le calcul.

a) $(+25) + (+85) + (-15) =$

e) $(-5) + (+105) + (-72) + (-32) =$

b) $(-54) + (-116) + (-84) =$

f) $(+15) + (-175) + (-25) + (-10) =$

c) $(-36) + (+72) + (+36) =$

g) $(-16) + (-44) + (-15) + (+75) =$

d) $(+88) + (-52) + (+30) + (+22) =$

h) $(+84) + (-41) + (+10) + (-43) =$

2. Pourquoi aucune parenthèse de priorité n'est nécessaire dans ces expressions d'addition ?

3. Simplifie au maximum les expressions, puis effectue le calcul.

a) $(-3) \cdot (-4) \cdot (-5) =$	e) $(+6) \cdot 0 \cdot (-7) \cdot (-9) =$
b) $(+2) \cdot (-6) \cdot (-8) =$	f) $(+4) \cdot (+1) \cdot (-3) \cdot (-11) =$
c) $(-4) \cdot (-5) \cdot 2 \cdot (+6) =$	g) $(-5) \cdot (+4) \cdot (-5) \cdot (-1) =$
d) $(-10) \cdot (+4) \cdot (+3) \cdot (-1) =$	h) $(-8) \cdot (+5) \cdot (-2) \cdot (+2) =$

4. Idem.

a) $(-4) \cdot (+3) \cdot (-5) \cdot (+10) =$
b) $(+2) \cdot (+6) \cdot (+5) \cdot (-5) \cdot (-4) =$
c) $(+12) \cdot (-1) \cdot (+13) \cdot (-1) \cdot 0 =$
d) $[(-8) \cdot (+3)] \cdot (+5) =$

5. Pourquoi aucune parenthèse de priorité n'est nécessaire dans ces expressions de multiplication ?

Exercice 5

Désimplifie : récris tous les signes, toutes les parenthèses de signe et toutes les parenthèses de priorité *non superflues*. Le calcul n'est pas demandé.

a) $3 + 56 + 18 + (-3) =$
b) $- 6 - 67 : 8 + 34 \cdot 4 =$
c) $18 : 18 : 18 : 18 =$
d) $- 7 + 98 + 56 + (-34) =$
e) $- 5 : 6 : 7 =$
f) $45 + 8 \cdot (-78) + 4 : (5 \cdot 3) =$

Exercice 6

Effectue en écrivant une ligne de calcul pour chaque niveau de parenthèse. (Sur la donnée)

a) $23 - [-(-10) - 12 - (-12) + 13] + 7 =$	=
	=
b) $-215 + 84 - [67 - (-4) - (67 + 33)] + 2 =$	=
	=
c) $10 - \{10 - [10 - (10 - 10)]\} =$	=

d) $|- \{-(-7)\}| =$
 $=$
 $=$
 $=$

e) $|-78 - [34 - (67 + 45) - 12] + 43| - [45 - (-10)] =$
 $=$
 $=$
 $=$
 $=$

Exercice 7

Effectue en écrivant une ligne de calcul pour chaque niveau de parenthèse. (Sur la donnée)

a) $-1300 : \{ -700 : [560 : (-6400 : 80)] \} =$
 $=$ $=$ $=$

b) $\{-2400 : | 36 : | -72 : | 144 : (-12) | | | \} \cdot [48 : (-12)] : | (56 : 7) \cdot 2 |$
 $=$
 $=$
 $=$
 $=$
 $=$ $=$ $=$

Exercice 8

Simplifie au maximum les expressions suivantes (signes, parenthèses de signe et parenthèses de priorité). Puis calcule, si possible. Note que certaines expressions ne sont pas définies dans \mathbb{Z} . Dans ce cas, arrête-toi là où tu ne peux plus simplifier et indique que l'expression n'est pas entière.

a) $(+34) - (-35) + (+36) - (+37) + (-38) =$

b) $(-5) - [(-8) \cdot (-9)] + [(+86) : (+24)] - (-7) =$

c) $- 4 \cdot (- 67 - 8) + (89 : 67) : 35 + 8 + (4 + 5) =$

d) $\{ [(-18 - 18) - 18] - 18 \} =$

d) $- \{ 18 - [18 - (18 - 18)] \} =$

Exercice 9

Effectue en écrivant une ligne de calcul pour chaque niveau de priorité. (Sur la donnée)

a) $8 \cdot 7 - 2 \cdot 5 \cdot 6 - 6 \cdot 5 : 2 + 12 =$ =

= =

b) $- \{ [24 : (3 \cdot 2)] - 4 \cdot 4 \} - [7 \cdot (-8) - 48 : 6 : 2] =$

= = = =

c) $-5 - \{ 60 : [9 \cdot (-5) - 5 \cdot 7] \} \{ [4 - (4 \cdot 6)] - [350 : (7 \cdot 10)] \cdot 3 \} - 30$

=
=
=
=
= = =

Exercice 10

Calcule en effectuant au moins une étape intermédiaire par niveau de priorité (dans l'ordre des règles de priorité). (Sur la donnée)

a) $5 \cdot 4 - 8 - 12 \cdot (-7) : 3 + 8 =$

b) $(8 - 8 \cdot 7) : (45 : 9 - 11) =$

c) $(+14) - \{ (-6) + (+56) : [(-6) - (-14)] \} =$

d) $-8 - 3 + 75 \cdot 2 : (-3) - (-61) =$

e) $-27 : \{42 : [-56 : (-36 : 9)]\} =$

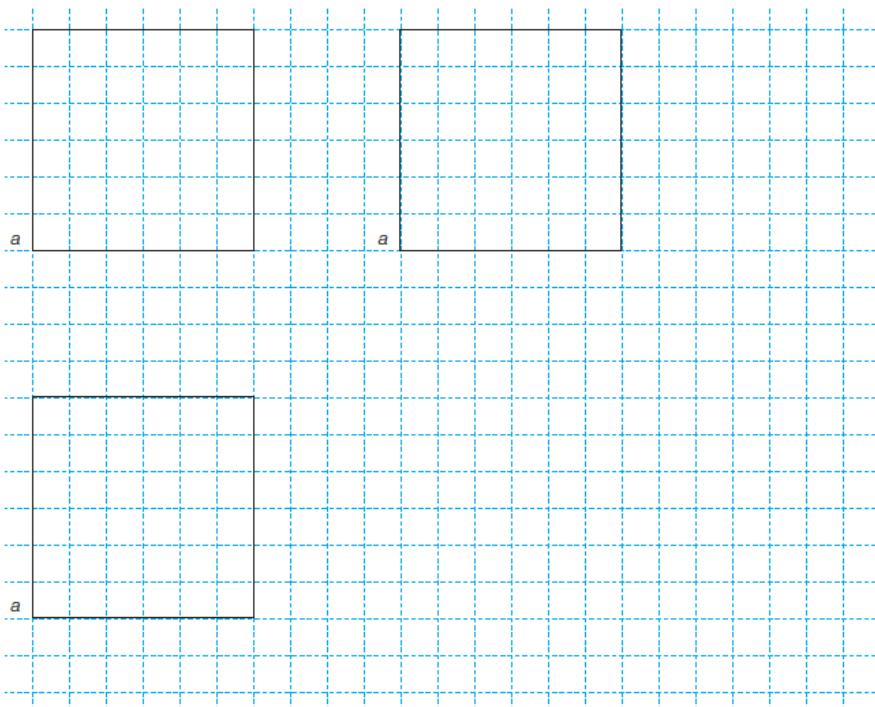
f) $-8 - \{-8 - [-8 - (-8 - 8)] - 8\} =$

g) $-|-7 - |-7 - 7| - 7| =$

Exercice 11

b) Le carré a étant donné, dessine un carré b de telle sorte que leur intersection soit égale:

- à la moitié de a et au quart de b ;
- au sixième de a et aux deux tiers de b ;
- à a et à la moitié de b .

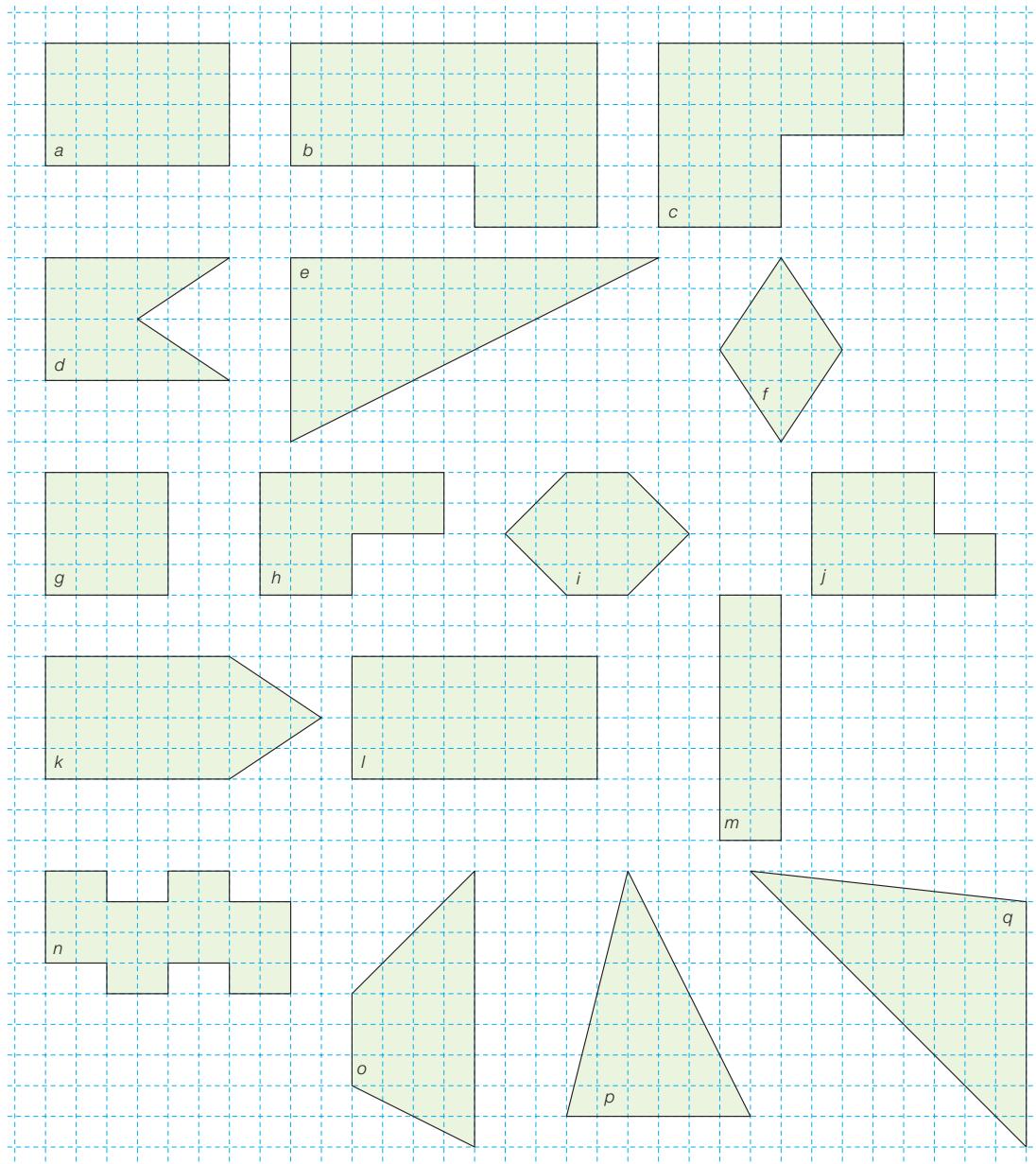




189.

L'unité d'aire est le rectangle a .

Exprime l'aire de chaque figure.

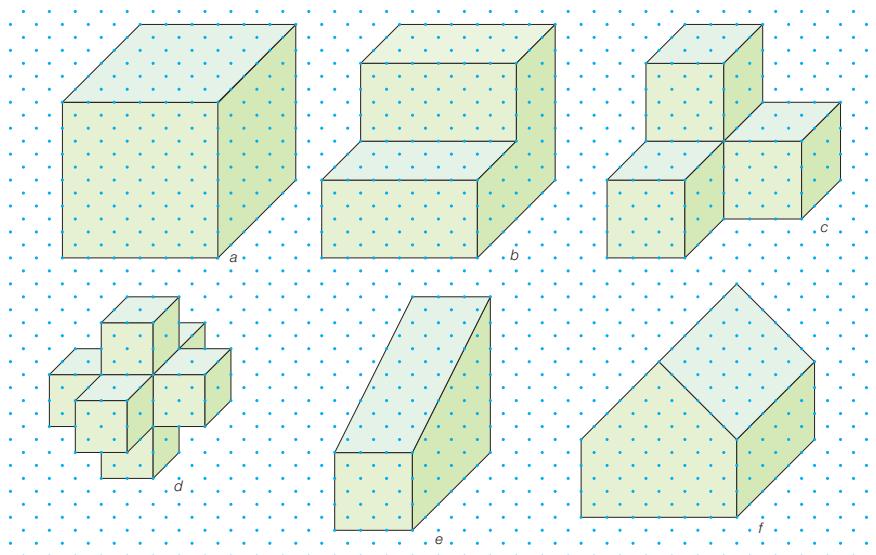




188.

L'unité de volume est le cube a .

Exprime le volume de chacun des autres solides.

**Exercice 12**

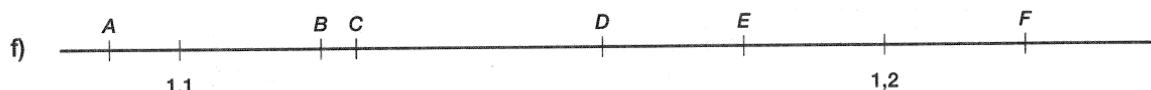
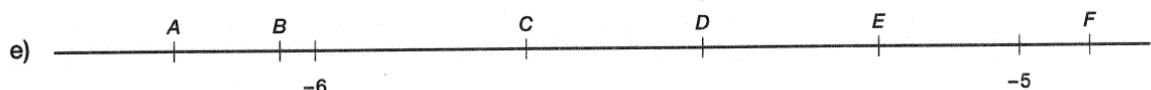
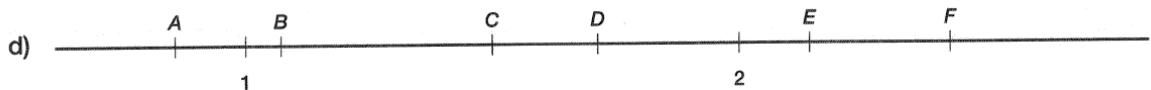
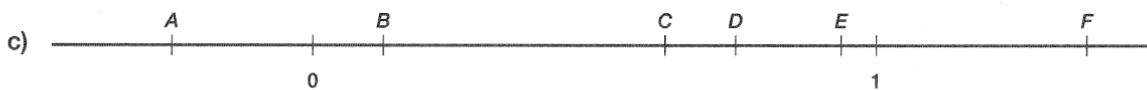
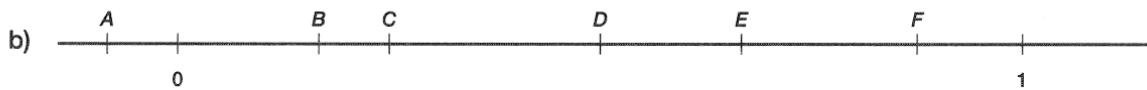
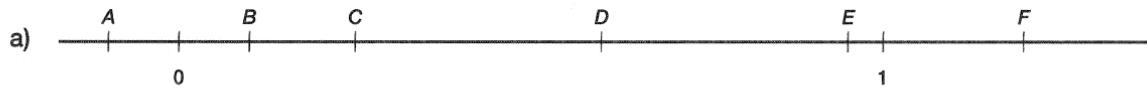
1. Démontre que la relation \sim entre fractions qui a été introduite au cours est réflexive et symétrique.
2. Démontre que si $\frac{a}{b} \sim \frac{c}{d}$, alors on peut passer de $\frac{a}{b}$ à $\frac{c}{d}$ par une amplification suivie d'une simplification.

Exercice 13

Effectue sur la donnée (choisis trois ou quatre points dans chacune des parties) :

NO187 Diverses graduations

Quel nombre est associé à chaque lettre ?

**Exercice 14**

Effectue sur la donnée :

NO106 Simplifications sauvages

Remplace les « ... » par = ou \neq .

a) $\frac{170}{340} \cdots \frac{17 \cdot 10}{17 \cdot 20} \cdots \frac{10}{20} \cdots \frac{1}{2}$

e) $\frac{17^4}{17^2} \cdots \frac{17^2 \cdot 17^2}{17^2} \cdots 17^2$

b) $\frac{17 + 60}{17 + 51} \cdots \frac{60}{51} \cdots \frac{20}{17}$

f) $\frac{17 + 17 + 18}{17 + 18} \cdots 17$

c) $\frac{17 + 17}{17 + 17 + 17} \cdots \frac{17 \cdot 2}{17 \cdot 3} \cdots \frac{2}{3}$

g) $\frac{17^2 + 17^3}{17^2} \cdots \frac{17^2}{17^2} + \frac{17^3}{17^2} \cdots 1 + 17 \cdots 18$

d) $\frac{117}{217} \cdots \frac{11}{21}$

Exercice 15

Complète :

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{15} = \frac{18}{45} = \frac{20}{50} = \frac{42}{70} = \frac{35}{50} = 0, \dots$$

$$\frac{6}{5} = \frac{18}{15} = \frac{20}{35} = \frac{42}{45} = 0,2$$

$$\frac{9}{12} = \frac{36}{72} = \frac{180}{90} = \frac{320}{44} = 2,25$$

$$\frac{2}{3} = \frac{16}{24} = \frac{18}{27} = \frac{22}{33} = \frac{42}{54} = \frac{39}{51} = \frac{45}{67} = 0, \dots$$

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{12}{16} = \frac{27}{36} = \frac{42}{56} = \frac{62}{70} = 1,5$$

$$\frac{3}{7} = \frac{9}{21} = \frac{18}{42} = \frac{27}{63} = \frac{42}{49} = \frac{35}{35} = \frac{49}{49} = 0, \dots$$

Exercice 16

Effectue sur la donnée :

NO107 Toujours plus simple

Trouve par simplifications successives la fraction irréductible de chaque expression.

$$\text{a) } \frac{19 \cdot 3 + 19}{38} =$$

e) $\frac{769 - 810}{810 - 769} =$

b) $\frac{47 \cdot 43 - 47 \cdot 3}{47 \cdot 43 + 47 \cdot 3} =$

$$\text{f)} \quad \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 50}{25 \cdot 30 \cdot 8} =$$

c) $\frac{51 \cdot 37 \cdot 6}{3 \cdot 37 \cdot 4 \cdot 51} =$

$$\text{g)} \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16} =$$

d) $\frac{197}{195 + 197 + 199} =$

$$\text{h)} \frac{12 \cdot 24 \cdot 48 \cdot 96}{8 \cdot 36 \cdot 72} =$$

Exercice 17

Détermine la fraction irréductible des fractions suivantes :

1. $\frac{15}{75} =$

5. $\frac{49}{560} =$

9. $\frac{10000}{1000000} =$

2. $\frac{560}{49} =$

6. $\frac{2835}{7200} =$

10. $\frac{9540}{10780} =$

3. $\frac{23}{40} =$

7. $\frac{256}{1} =$

4. $\frac{73}{73} =$

8. $\frac{333}{3333} =$

Exercice 18

Cet exercice n'est pas à rendre ! Il est là pour ceux qui ont encore besoin de pratique ! Effectue (étapes intermédiaires recommandées mais pas obligatoires). Pas sur la donnée !

a) $(+25) + (-23) + (+75) + (+10) + (-77) =$

b) $(-34) - (+16) + (-50) + (+48) - (-13) =$

c) $(+12) \cdot (+7) \cdot (-2) \cdot (+1) =$

d) $(-495) : (+89) \cdot 0 =$

e) $(-480) : (-6) : (+8) : (+2) : (-5) =$

f) $- (+5) \cdot (+8) : (+20) =$

g) $(-4) - (+5) \cdot (-12) + (+56) + (-77) : (-11) =$

h) $\left[(+9) - (+15) \right] \cdot \left[(-78) - (+59) \right] =$

i) $(-2) \cdot \left[- (-4) - (-16) \right] : \left[(+125) : (+25) \right] =$

j) $- \left\{ (-42) : (+7) - (-9) - \left[(+8) - (-4) \cdot (-6) \right] \right\} + (-19) =$

k) $- 5 - 6 - (-5) + (-6) =$

l) $3 - 8 \cdot (-8) - 7 \cdot 9 : 3 =$

m) $| - 9 - 1 | \cdot (-1) =$

n) $- | - 7 - | - 7 - 7 | - 7 | =$

o) $- \{ - [- (-1)] \} =$

Exercice 19

Un casse-tête pour s'amuser. Deux amis de longue date se rencontrent. Le premier explique qu'il s'est rendu compte que son âge a les propriétés magnifiques suivantes : L'année prochaine son âge sera divisible par 2, dans deux ans il sera divisible par 3, dans trois ans par 4 et dans quatre ans par 5 ! Son ami s'exclame alors que son âge à lui se divisait par 2, 3, 4 et 5 l'année passée ! Quel âge ont les deux amis ?