Cours Euler: Série 32

le 20 mai 2020

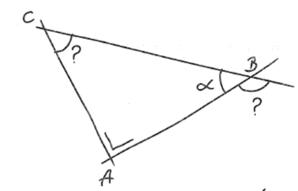
Exercice 1

Expressions algébriques d'angles.

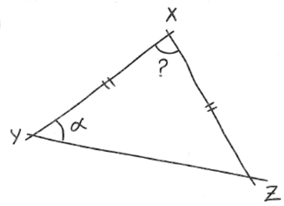
ES41 En fonction de α

Dans chacune des figures suivantes, exprime en fonction de α la valeur des angles notés par un point d'interrogation :

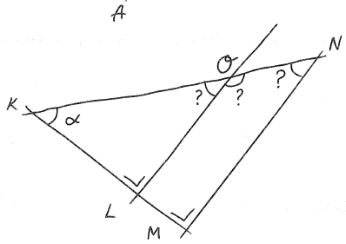
a)



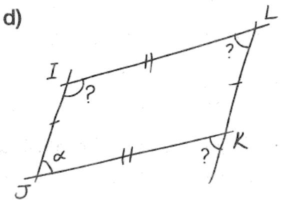
b)



c)



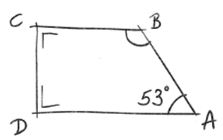
d)



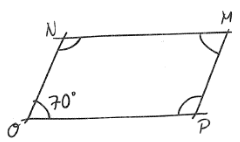
ES94 D'autres calculs d'angles

Calcule la mesure de chacun des angles de ces figures, représentées à l'aide de croquis ; efforce-toi de justifier tes résultats par des écritures mathématiques.

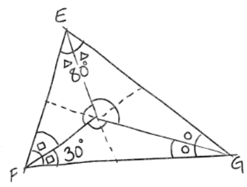
a) Trapèze rectangle



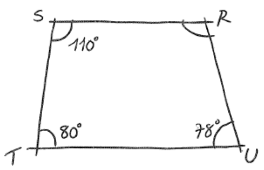
b) Parallélogramme



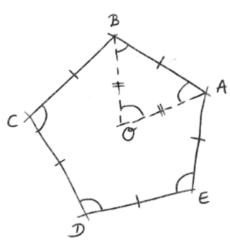
c) Triangle



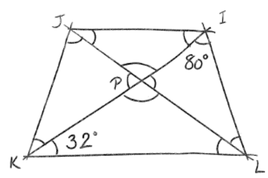
d) Quadrilatère



e) Pentagone régulier



f) Trapèze isocèle



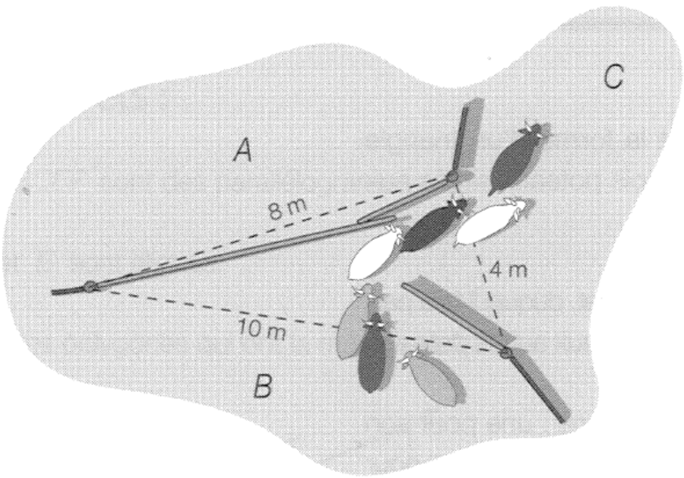
Exercice 2

221. « Parc au mètre »

Pour orienter son troupeau de bovins d'un parc à bestiaux vers l'autre, Calamity Jack réalise un assemblage de portes à trois battants.

Celles-ci peuvent se rabattre tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre. Ainsi, elles ouvrent et ferment, en alternance, l'accès aux différents parcs A, B et C, dont les ouvertures mesurent, respectivement, 8, 10 et 4 m de large.

Quelles dimensions minimales Calamity Jack va-t-il donner à ses portes ?



Exercice 3

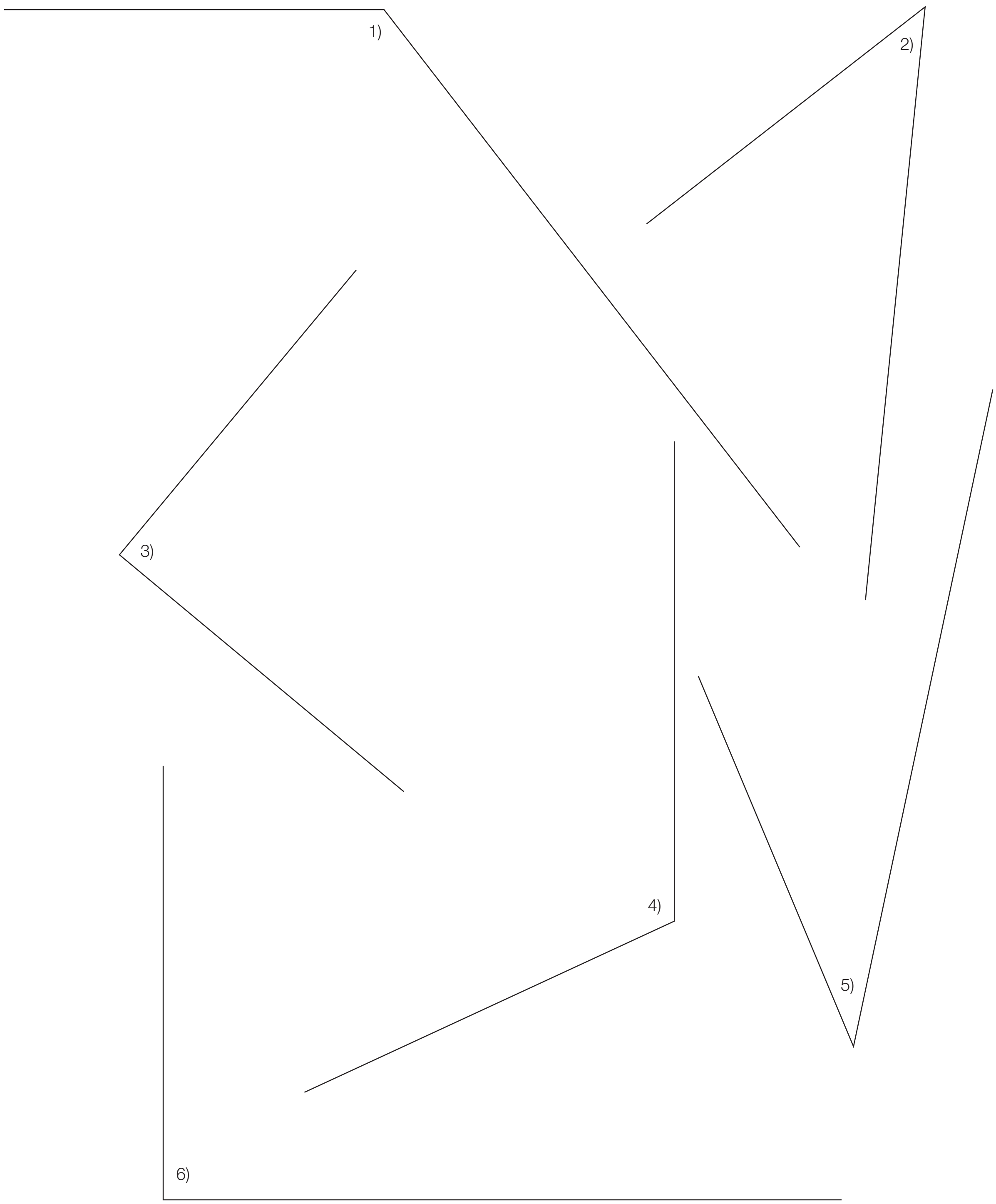
Sur la donnée.

24. La couturière

Tu désires cacher entièrement cette déchirure à l'aide d'une pièce de tissu, de forme circulaire, dont la surface doit être la plus petite possible.

Comment vas-tu procéder ?

Ces 6 paires de demi-droites schématisent des déchirures.

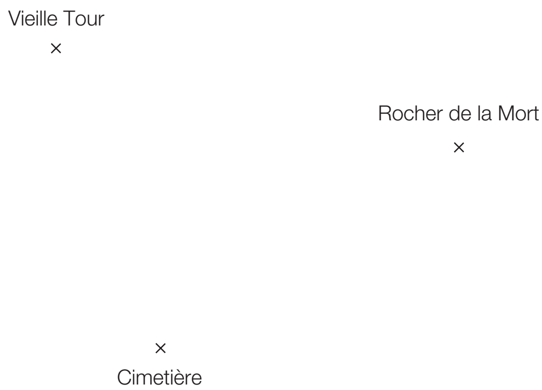

1)
2)
3)
4)
5)
6)

Pour l'exercice 42 suivant, justifie ta réponse. Sur la donnée.

42.

Le trésor de Rackham le Rouge est enterré à 230 m de la Vieille Tour, à 0,23 km du cimetière et à 230'000 mm du Rocher de la Mort.

Retrouve son emplacement.



Exercice 4

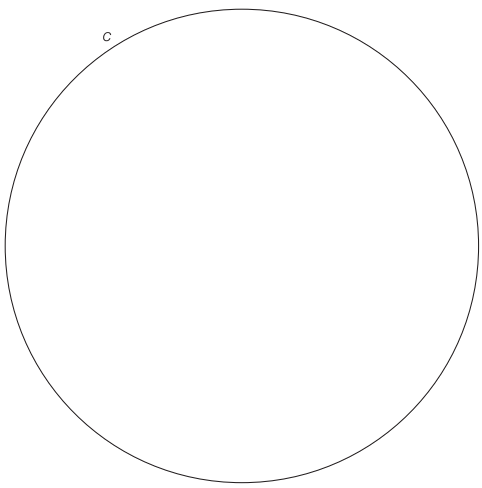
Sur la donnée.

47.

Construis le centre O du cercle c.

Construis un triangle équilatéral ABC, inscrit dans le cercle c.

Construis un triangle équilatéral DEF de telle manière que c soit son cercle inscrit.



Exercice 5

Segments moyens. Un *segment moyen* d'un triangle est un segment admettant pour extrémités les milieux de deux côtés du triangle. Nous allons pas à pas démontrer qu'un segment moyen est parallèle au côté correspondant et sa longueur en vaut la moitié. Tu pourras t'aider du film que tu as regardé sur le barycentre puisqu'on y utilise ces résultats !

(a) Commence par faire un dessin propre et suffisamment grand d'un triangle ΔABC. Construis (à la règle et sans compas pour gagner du temps) les milieux de chaque côté. On appellera A', B' et C' les milieux des côtés opposés à A, B et C respectivement.

(b) Construis le symétrique D du point B' par rapport à A'. Complète le tracé des quadrilatères $BB'CD$ et $ABDB'$.

(c) Utilise les axiomes de séparation en demi-plans pour trouver lesquels des points A', C, D et A sont du même côté de la droite BB' et lesquels sont de part et d'autre.

(d) Démontre que le quadrilatère $BB'CD$ est un parallélogramme (observe les diagonales !). Que peux-tu conclure sur les droites BD et $B'C$ et les longueurs $\overline{BD}$ et $\overline{B'C}$?

(e) Démontre que le quadrilatère $ABDB'$ est un parallélogramme en observant qu'il est simple et que les côtés $[DB']$ et $[BA]$ sont parallèles et isométriques. Justifie !

(f) Conclus finalement des deux points précédents que $[A'B']$ est parallèle à $[AB]$ et que sa longueur est la moitié de celle de $[AB]$.

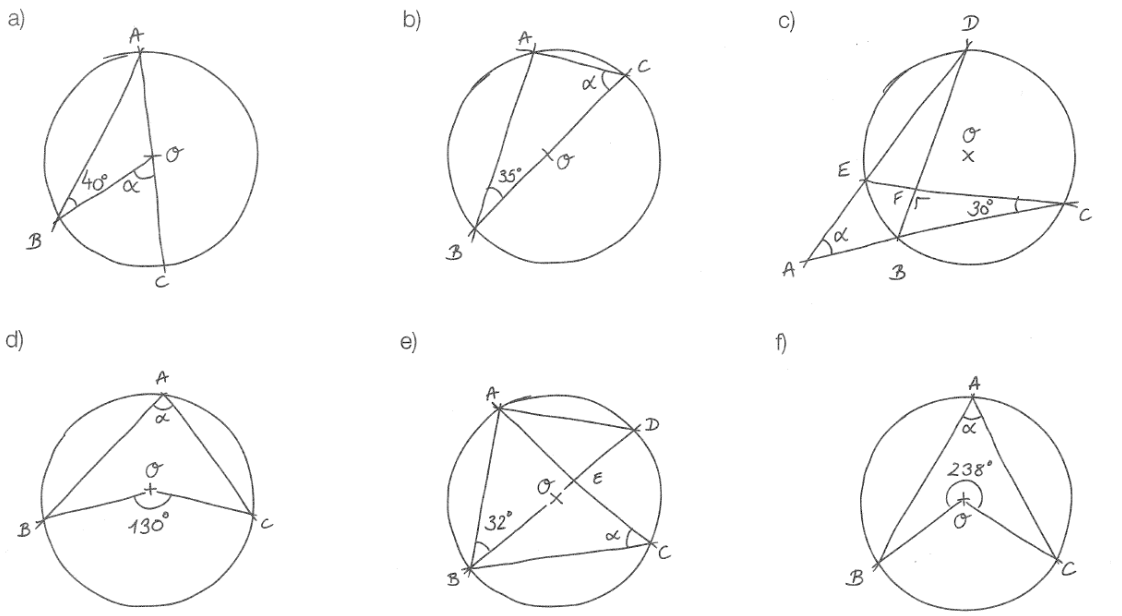
Exercice 6

Effectue les constructions suivantes et répond aux questions.

1. Trace un segment $[XY]$ de 7,3 cm.
2. Construis la médiatrice m de $[XY]$.
3. Trace une demi-droite $[Xn$ qui fait un angle de 64° avec XY. Aide-toi de ton rapporteur !
4. Construis la perpendiculaire p à la demi-droite $[Xn$ qui passe par X.
5. Appelle O le point d'intersection de p et m.
6. Trace le cercle $c(O; [OX])$; celui-ci coupe m en deux points K et L.
7. Sur l'arc de cercle $\widehat{XKY}$ place cinq points R, S, T, U et V.
8. Quelles sont les mesures des angles $\widehat{XRY}, \widehat{XSY}, \widehat{XTY}, \widehat{XUY}$ et $\widehat{XVY}$? Pourquoi ?

Exercice 7

Calcule et justifie, dans chaque cas, la valeur de l'angle α :



Exercice 8

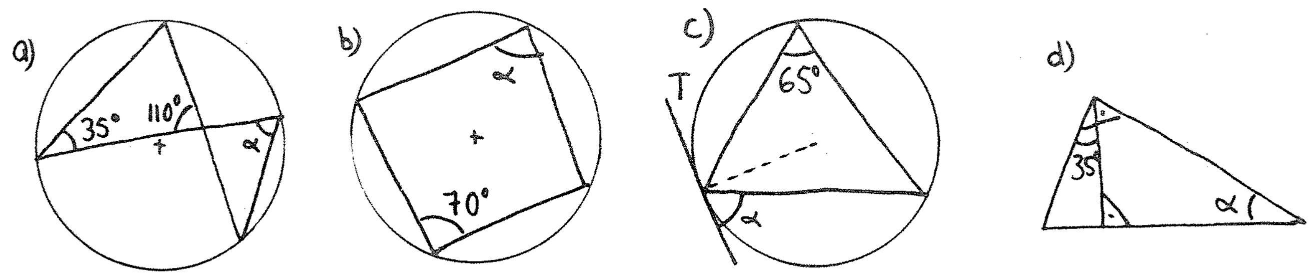
Théorème de Pythagore. Nous revoyons ici une preuve du Théorème de Pythagore. Soit ΔAEH un triangle rectangle en A dont l'hypoténuse mesure a et les deux cathètes mesurent b et c. Le but est de montrer que $a^2 = b^2 + c^2$.

1. Construis un carré $ABCD$ de côté $b+c$. Chaque côté est partagé en deux segments de longueur b et c.
2. Si E, F, G et H sont les points sur les quatre côtés du carré tels que $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = b$, construis les segments $[EF], [FG], [GH]$ et $[HE]$.
3. Démontre en utilisant explicitement un cas d'isométrie des triangles que tu as construis quatre triangles isométriques.
4. Déduis du point précédent que le quadrilatère $EFGH$ est un losange.
5. Démontre que le quadrilatère $EFGH$ est un carré de côté a.
6. Calcule l'aire de ce carré et l'aire de chacun des quatre triangles rectangles isométriques.
7. Calcule l'aire du carré de côté $b+c$. Compare cette aire avec les aires calculées précédemment et conclus que $a^2 = b^2 + c^2$.

Exercice 9

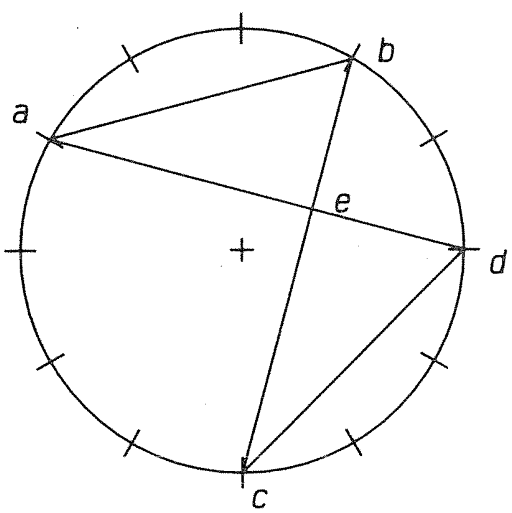
EXERCICE 141

Calcule dans chaque cas la mesure de l'angle α.



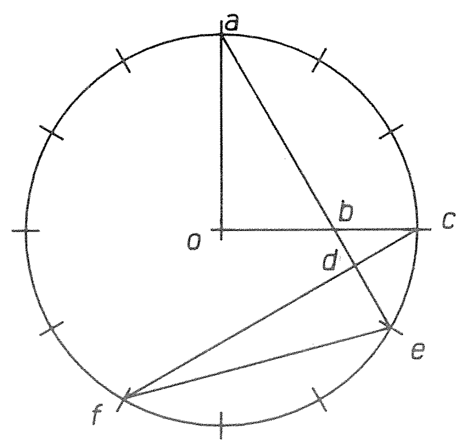
T est une tangente
au cercle

EXERCICE 142



Le cercle *C* est partagé en douze parties isométriques.
Calcule la mesure des angles des triangles *abe* et *edc*.

EXERCICE 143



Le cercle C est partagé en douze parties isométriques. Calcule la mesure des angles des triangles *oab*, *bcd* et *def*.

Exercice 10

cercles de Thalès. 1. On donne un triangle ΔQRS rectangle en Q, ainsi que sa hauteur QO. Le cercle de Thalès de $[QO]$ coupe $[QR]$ en en un point U et $[QS]$ en I. Que peut-on dire du quadrilatère $QUOI$?

2. Dessine deux cercles sécants de rayons différents. Soient A et B les points d'intersection. Trace les diamètres d'extrémité A de chacun de ces deux cercles. L'autre extrémité s'appelle P et respectivement Q. Observe les points P, B et Q. Que peux-tu dire ? Justifie ton affirmation !

Exercice 11

Double arc capable. (a) Trace un triangle ΔOAB isocèle en O. Où faut-il placer le point S pour que l'angle $\widehat{ASB}$ mesure la moitié de l'angle $\widehat{AOB}$? Effectue un dessin soigné, à la règle et au compas, de la situation où l'angle en O vaut 40°.

(b) Trace un segment $[AB]$ et un cercle c de centre C de telle sorte que A et B appartiennent à c et que l'angle au centre soit égal à 120°. Prolonge $[BC]$ de sorte qu'il coupe le cercle en un point T.

1. Calcule l'angle $\widehat{ATB}$. Justifie !
2. Où sont tous les points qui interceptent $[AB]$ sous le même angle que T ?
3. Sous quel angle voit-on $[AB]$ depuis un point de c qui ne se trouve pas du même côté de $[AB]$ que T ? Pourquoi ?

Exercice 12

219. Mini

Le triangle ABC est rectangle en A.

On projette orthogonalement un point M du segment BC sur les côtés AB et AC, respectivement en I et J.

Où faut-il placer M pour que le segment IJ soit minimal ?