

COURS EULER: PROGRAMME DE LA DEUXIÈME ANNÉE

Le cours de deuxième année termine l'étude des sujets de l'école obligatoire (quelques éléments de la 10e année, mais principalement les sujets étudiés en 11e) et commence ceux de l'école post-obligatoire. Pour ce qui concerne les sujets de 10e et 11e nous reprenons en italique, en début de module et de section, les objectifs et attentes fondamentales du PER pour aider l'enseignant à juger du niveau des élèves. Sauf lorsqu'ils sont plus importants dans ce cours de 2e année que dans celui de 1re, les éléments pour la résolution de problèmes déjà mentionnés dans le programme de 1re année n'ont pas été repris ici.

1. MODULE 0 : COMPLÉMENTS DE GÉOMÉTRIE PLANE

Remarque 1.1. *Les sujets indiqués donnent le contenu théorique du cours sans entrer dans les détails des exercices abordés. Ce module de la deuxième année reprend des sujets étudiés en fin de première année, mais qui n'ont pas encore été testés. Il est de nature moins axiomatique que le programme de géométrie plane de la première année. Il s'agit d'un module plus court testé après un mois.*

1.1. Géométrie plane. *L'élève reconnaît, nomme, décrit et construit une tangente à un cercle, l'angle au centre d'un cercle, l'angle inscrit dans un cercle, le cercle de Thalès, il agrandit ou réduit une figure plane, il reconnaît des figures semblables. À l'aide d'instruments appropriés il agrandit ou réduit des figures planes en utilisant la proportionnalité, puis par utilisation d'homothétie et de similitudes. Compare, exprime, classe et mesure des grandeurs par manipulation de lignes et angles. Mesure et calcule l'aire d'un triangle, d'un carré, etc. Utilisation du théorème de Thalès et de la proportionnalité de figures semblables. Utilise le théorème de Pythagore dans le plan, ainsi que le théorème de Thalès.*

- (1) Les similitudes
 - Homothéties
 - Similitudes
 - Les cas de similitude des triangles.

- (2) Quelques théorèmes métriques
 - Théorème de Pythagore et réciproque
 - Théorème de Thalès et réciproque
 - Théorème du produit constant
 - Théorème d'Euclide
 - Théorème de la hauteur

1.2. Le nombre π .

- (1) Définition
- (2) L'aire d'un disque
- (3) Le périmètre d'un cercle
- (4) Le radian

2. MODULE 1 : TRIGONOMÉTRIE, NOMBRES COMPLEXES ET GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

2.1. Trigonométrie. *Ce sujet dépasse les objectifs de l'école obligatoire, mais concerne aussi des thèmes de MSN 34, calcul d'aire, géométrie du triangle, unités angles en degrés ou radians.*

- (1) Rapports trigonométriques dans le triangle rectangle
 - Définition
 - Propriétés élémentaires

- (2) Les fonctions trigonométriques
 - Le cercle trigonométrique
 - Définitions généralisées sur \mathbb{R}
 - Fonctions périodiques
 - Relations trigonométriques élémentaires

(3) Dans les triangles quelconques

- Théorème du cosinus
- Théorème de l'aire
- Théorème du sinus

(4) Équations trigonométriques

- Les fonctions arcsin, arccos, arctan et arccot
- Résolution d'équations trigonométriques

2.2. Géométrie de l'espace. *L'élève reconnaît, nomme, décrit les solides selon leurs propriétés (faces, sommets, arêtes, polyèdres ou non) : cubes, parallélépipèdes rectangles, prisme droit, cylindre, pyramide, cône, sphère. Il esquisse la représentation d'un solide par un développement et en perspective. Il réalise le développement d'un cube, d'un parallélépipède rectangle, d'un prisme droit, d'un cylindre. L'élève sait maintenant résoudre des problèmes géométriques en faisant appel à plusieurs des composantes du problème : choix et mise en relation des données, mobilisation des propriétés des figures et des transformations, utilisation des outils de construction, etc. Ceci termine MSN 31. Pour MSN 34, l'élève mesure et calcule des aires (carrés, rectangles, triangles, parallélogrammes, losanges ; l'aire de polygones, le périmètre et l'aire d'une surface par décomposition en figures simples. Il calcule le volume et l'aire de prismes et de cylindres, de pyramides et de cônes. Utilise le théorème de Pythagore dans le plan et l'espace.*

(1) Terminologie

- Projections orthogonales
- Perspective cavalière

(2) Quelques aires

- Surfaces des solides platoniciens
- Surfaces de révolution, cônes, cylindres, sphère

(3) Quelques volumes

- Prismes droits, prismes quelconques
- Cylindres, pyramides, cônes, boules.

3. MODULE 2 : ALGÈBRE

3.1. Les polynômes. *Substitue des nombres dans des expressions littérales, effectue des opérations avec des polynômes (addition, soustraction, multiplication et factorisation, décomposition de polynômes en produit de facteurs).*

(1) Anneaux de polynômes

- Anneaux de polynômes sur un corps
- Les cas des corps des rationnels et des réels

(2) La division euclidienne

- Théorème de la division euclidienne d'un polynôme
- Divisibilité et racines
- Racines de l'unité

(3) Factorisation

- Par mise en évidence
- Par identités remarquables
- Par groupement
- Par division euclidienne
- Factorisation du trinôme du second degré dans \mathbb{R}

3.2. Les fractions rationnelles.

(1) Pgcd et ppcm

- Pgcd et ppcm dans \mathbb{Z}
- Décomposition en facteurs premiers
- La méthode d'Euclide

(2) Le pgcd de polynômes

- Définitions
- Irréductibilité

(3) Le corps des fractions rationnelles

- Relation d'équivalence
- Classes d'équivalence

- Etablissement de la structure du corps $K(X)$

3.3. Résolution d'équations. *Résout des problèmes de proportionnalité concernant les quantités, la pente et la vitesse moyenne, le débit, etc. Résout des problèmes nécessitant le recours à l'algèbre, des équations du premier degré à une inconnue, un système d'équations linéaires à deux inconnues, une équation du second degré à une inconnue. Détermine algébriquement les solutions d'une équation, d'un système d'équations du premier degré à l'aide de méthodes de combinaison linéaire et de substitution. Résout des équations du second degré par factorisation ou par la formule de Viète. Exprime une variable d'une formule en fonction des autres. Elabore des expressions littérales à partir de figures géométriques, d'expressions verbales, d'énoncés de problèmes.*

(1) Les équations linéaires

- Définitions
- Interprétation géométrique
- Exemples

(2) Les équations quadratiques

- Définitions
- Interprétation géométrique
- Exemples

(3) Systèmes de 2 équations à 2 inconnues

- Définitions
- Interprétation géométrique
- Résolution par substitution
- Résolution par addition
- La méthode de Cramer
- Systèmes paramétriques

(4) Systèmes de 3 équations à 3 inconnues

- Interprétation géométrique
- Résolution par substitution et addition

- La méthode de Cramer
- La méthode de Gauss

3.4. Les fonctions polynomiales et rationnelles. *Détermine une expression fonctionnelle à partir d'un tableau de valeurs, détermine une expression fonctionnelle à partir d'une représentation graphique.*

(1) Les fonctions affines

- Définition
- Graphes généraux
- Etude de signes
- Exemples

(2) Les fonctions quadratiques

- Définition
- Graphes généraux
- Etude de signes
- Exemples

(3) Les fonctions rationnelles

- Définition
- Graphes de quelques exemples

4. MODULE 3 : ANALYSE

4.1. Topologie des nombres réels. *Cette partie apporte des compléments sur MSN 32. En étudiant de manière assez académique les propriétés des nombres réels, l'élève résout des problèmes numériques par choix des opérations, utilisation d'outils de calculs, estimation et pertinence du résultats, il communique sa démarche en utilisant un vocabulaire adéquat, etc. Il compare, encadre et estime.*

(1) Relation d'ordre sur \mathbb{R}

- Majorant et minorant
- Bornes supérieure et inférieure

(2) Complétude de \mathbb{R}

- \mathbb{R} est complet
- \mathbb{R} est archimédien
- \mathbb{Q} est dense dans \mathbb{R}

4.2. **Les suites.** *Mis à part les probabilités, cette partie termine MSN 32. L'élève complète une suite de nombres arithmétique, de carrés, de puissance ou géométrique, de cubes, etc.*

(1) Le raisonnement par récurrence : méthode et exemples

(2) Les suites réelles

- Définitions
- Définition de la convergence avec ε
- Unicité de la limite
- Propriétés sur les sommes et produits de suites

(3) Convergence de suites

- Quotients de suites polynomiales
- Théorème des deux gendarmes
- Suites monotones et suites bornées
- Définition du nombre d'Euler e
- Suites de Cauchy : caractérisation des suites convergentes par les suites de Cauchy

4.3. **Les fonctions réelles.**

(1) Terminologie générale

- Domaine de définition et ensemble d'arrivée
- Injectivité, surjectivité, bijectivité
- Graphe, parité, préimage, fonction inverse ou réciproque
- Fonctions majorées, minorées
- Bornes supérieures et inférieures, maximum et minimum

(2) Limite de fonction

- Fonction définie au voisinage d'un point

- Définition de limite
- Limite de sommes, produits et composées de fonctions
- Limites à gauche et à droite

(3) Exponentielles et logarithmes

- Fonctions de type x^a
- Monotonie et injectivité de telles fonctions
- Fonctions logarithmiques
- Changement de base
- Exponentielles sur les sommes et logarithmes sur les produits
- Comparaison des croissances de suites exponentielles, logarithmiques et polynomiales.

4.4. Continuité.

(1) Fonctions continues

- Définition avec ε et δ
- Continuité sur les sommes, produits et composées de fonctions
- Le cas des fonctions polynomiales
- Prolongement par continuité
- Continuité sur un intervalle fermé
- Théorèmes de la valeur intermédiaire
- Le cas des fonctions inverses, trigonométriques, exponentielles et logarithmiques

(2) Asymptotes

- Asymptotes verticales, horizontales et obliques
- Méthode de calcul de la pente et de l'ordonnée à l'origine d'une asymptote oblique
- Exemples

5. MODULE 4 : GÉOMÉTRIE VECTORIELLE

5.1. Espaces vectoriels.

(1) Classes d'équipollence dans \mathbb{R}^n

- Flèches, extrémités, direction, sens et longueur de flèches
- Classes d'équipollence de flèches
- Vecteurs de \mathbb{R}^n
- Bijection avec les translations

(2) Espaces vectoriels

- Définition générale d'un espace vectoriel V sur un corps K
- Addition dans V ; action de K sur V
- \mathbb{R}^n en tant que \mathbb{R} -espace vectoriel
- L'exemple de K^n
- Le cas des polynômes

(3) Bases

- Combinaison linéaires
- Dépendance et indépendance linéaire
- L'exemple de la colinéarité dans \mathbb{R}^2 et de la coplanarité dans \mathbb{R}^3
- Systèmes de générateurs
- Définition de base, les composantes
- Unicité des composantes d'un vecteur dans une base donnée

5.2. **Géométrie cartésienne.** *Ce chapitre de niveau post-obligatoire permet aussi de pratiquer la traduction de situations géométriques en expressions littérales.*

(1) Repères

- Définition
- Coordonnées du milieu d'un segment et du centre de gravité d'un triangle dans \mathbb{R}^n
- Orthogonalité, base orthonormée
- Produit scalaire, commutativité et distributivité par rapport à l'addition
- Angle entre deux vecteurs

(2) La droite dans le plan et l'espace

- Équation d'une droite dans \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3
- Distance entre un point et une droite à partir de la projection orthogonale

(3) Le cercle dans le plan

- Équation d'un cercle
- Équation de la droite tangente à un cercle

(4) Le produit vectoriel

- L'aire d'un parallélogramme et d'un triangle dans le plan à partir du déterminant
- Définition du produit vectoriel
- Anticommutativité, non-associativité, comportement par rapport à l'addition et la multiplication scalaire
- Orthogonalité et longueur du produit vectoriel, règle du tire-bouchon
- Identité de Lagrange
- Bases directes et indirectes
- Volume d'un parallélépipède à partir du déterminant

(5) Le plan dans l'espace

- Équation vectorielle
- Équation cartésienne
- Angle entre deux plans

(6) Distances dans l'espace

- Distance entre un point et un plan
- Distance entre un point et une droite
- Distance entre deux droites à partir du produit vectoriel

(7) La sphère dans l'espace

- Équation d'une sphère
- Équation du plan tangent à une sphère

5.3. Applications linéaires.

(1) Équation vectorielle d'une isométrie

- Les translations
- Les symétries axiales

(2) Application linéaires de \mathbb{R}^n

- Définition générale
- Le cas de la translation, de la symétrie et de la rotation
- Interprétation matricielle
- Représentation matricielle d'une translation et d'une homothétie, d'une rotation et d'une symétrie axiale
- Composition d'applications linéaires et produit matriciel

6. MODULE 5 : PRÉPARATIFS POUR LA TROISIÈME ANNÉE

Remarque 6.1. *La matière étudiée en fin d'année n'est testée qu'en début d'année suivante. En deuxième il s'agit de combinatoire et de probabilités qui feront donc partie du module 1 de troisième année. Ceci termine aussi MSN 32 pour le traitement de situations aléatoires à l'aide de probabilités.*

6.1. Le plan complexe. *Ce sujet permet aussi d'ancrer les points suivants : l'élève agrandit ou réduit une figure plane, il reconnaît des figures semblables. À l'aide d'instruments appropriés il agrandit ou réduit des figures planes en utilisant la proportionnalité, puis par utilisation d'homothétie et de similitudes.*

(1) Représentation cartésienne

- Définitions du corps \mathbb{C}
- Représentation cartésienne
- Parties réelles et imaginaires, conjugués, modules
- Propriétés élémentaires

(2) Représentation trigonométrique

- Argument, argument principal
- Représentations trigonométriques
- Propriétés élémentaires

6.2. Combinatoire.

- (1) Cardinalité d'un ensemble fini
- (2) Principe fondamental de la combinatoire
- (3) Permutations, arrangements, combinaisons