

Cours Euler : Série 5

le 26 septembre 2018

Exercice 1

37.2 Entre deux batailles

- a) Représente, sur un axe du temps, la position des batailles suivantes données, ici, par ordre alphabétique.
- Cannae (216 avant J.-C.)
 - Iéna (1806 après J.-C.)
 - Kadesh (1290 avant J.-C.)
 - Marathon (490 avant J.-C.)
 - Marignan (1515 après J.-C.)
 - Morat (1476 après J.-C.)
 - Salamine (480 avant J.-C.)
 - Sempach (1386 après J.-C.)
- b) Combien d'années se sont écoulées entre les batailles de :
- Kadesh et Cannae ?
 - Marathon et Cannae ?
 - Kadesh et Salamine ?
 - Marathon et Marignan ?
 - Sempach et Iéna ?

Exercice 2

Relis attentivement la définition de l'opposé d'un nombre entier relatif et calcule ensuite l'opposé de (-3) , $(+7)$, 0 et $[(-11) \cdot (-12)] : (-4)$. Calcule enfin $-(-(-(-5)))$.

Exercice 3

La valeur absolue. Calcule :

- | | | |
|---------------|-----------------|-------------------|
| 1. $ (-3) $, | 4. $ -(-3) $, | 7. $ (+3) $, |
| 2. $ (+3) $, | 5. $- (-3) $, | |
| 3. $ 0 $, | 6. $- -(-3) $, | 8. $ - (+3) $. |

Détermine ensuite en fonction du signe de a si l'expression $|-a| = a$ est vraie ou fausse.

Exercice 4

39. Plus c'est haut, plus c'est beau !

Tu possèdes suffisamment de renseignements pour déterminer l'altitude du fond du lac Léman :

- le sommet du Salève est 1003 m plus haut que le niveau du lac Léman et 1882 m plus bas que la Haute Cime des Dents du Midi ;
- le Mont Pèlerin culmine à 1080 m ;
- la différence d'altitude entre la Haute Cime et le fond du lac Léman est de 3195 m ;
- la Dôle domine le Salève de 302 m ;
- le niveau du lac Léman est 708 m plus bas que le sommet du Mont Pèlerin.

40. Un froid de canard !

Lundi, il a plu.

Mardi, il a fait moins chaud que vendredi, mais plus chaud que jeudi.

Mercredi, le thermomètre est descendu largement en dessous du zéro.

Jeudi, il a fait plus froid que mardi.

Vendredi, la température a été inférieure à celle de dimanche.

Samedi, il a fait un degré de plus que mardi.

Dimanche, l'eau de l'arrosoir, que j'avais oublié au fond du jardin, a gelé.

Quelle température a-t-il bien pu faire chaque jour de cette semaine ?



Exercice 5

Inégalité triangulaire. Soient $a, b \in \mathbb{Z}$. Démontre que $|a + b| \leq |a| + |b|$ en considérant les différents signes possibles pour a et b .

Exercice 6

Pour les paires de nombres entiers suivantes, calcule d'abord la somme des paires, puis la différence (le premier moins le deuxième). Ecris à chaque fois une étape intermédiaire en mettant en évidence le signe du résultat et, entre parenthèse, l'opération dans \mathbb{N} à effectuer (voir la définition de l'addition et de la soustraction de la théorie). Par exemple, pour la paire $(+2), (+5)$, on a

$$(+2) + (+5) = +(2 + 5) = (+7), \quad (+2) - (+5) = (+2) + (-5) = -(5 - 2) = (-3)$$

- | | | |
|----------------------|-----------------------|------------------------|
| 1. $(+38), (+54)$ | 5. $(-402), (-593)$ | 9. $(+1372), (-2507)$ |
| 2. $(+122), (+304)$ | 6. $(-3708), (-6237)$ | 10. $(-1054), (+2184)$ |
| 3. $(+2567), (+812)$ | 7. $(+57), (-26)$ | 11. $(-6217), (+314)$ |
| 4. $(-137), (-58)$ | 8. $(+137) + (-306)$ | 12. $(-237), (+516)$ |

Exercice 7

Démontre, *en utilisant la définition de l'opposé*, que pour tous nombres relatifs $a, b \in \mathbb{Z}$,

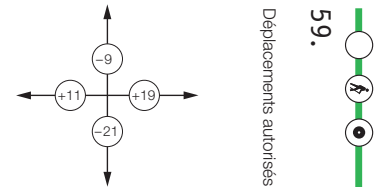
$$-(a + b) = -a - b.$$

Donne un exemple avec a négatif et b positif.

Que vaut $-(a - b)$? Démontre ta réponse. Donne un exemple avec a positif et b négatif.

Que vaut $-(-a - b)$? Démontre ta réponse. Donne un exemple avec a et b négatifs.

Exercice 8



+ 1	-12	- 5	-14	-15	+ 4	+ 23	+ 12	+ 1	+ 20	+ 39	- 8	+ 5
- 5	- 3	-14	-25	- 6	-17	+ 2	- 3	+ 10	+ 39	+ 18	+ 27	- 1
-13	+ 6	- 5	-16	-27	-38	-19	0	+ 19	0	- 2	-14	+ 5
- 4	-15	+ 4	- 7	-18	+ 1	- 8	+ 21	- 2	0	-24	- 5	+ 15
+ 5	- 6	-17	- 2	- 9	+ 10	+ 29	-12	-23	- 2	-15	+ 3	+ 22
+ 8	0	- 8	+ 11	0	+ 19	+ 10	-33	-13	- 2	- 6	+ 16	+ 31
- 7	-17	+ 1	+ 20	+ 9	-10	-42	-54	-35	-16	+ 3	+ 22	-11
+ 2	- 9	+ 10	- 1	+ 18	-54	-63	+ 47	-56	- 6	-17	+ 2	- 2
+ 11	0	+ 19	+ 38	+ 42	-23	-55	-66	-77	-58	-31	-12	+ 7
- 1	+ 9	- 2	-13	+ 6	+ 27	-76	+ 65	- 2	+ 41	+ 60	+ 79	-21
+ 5	- 3	-23	- 4	+ 15	+ 36	-97	+ 44	+ 33	+ 52	+ 39	+ 58	+ 69
+ 14	+ 3	-14	+ 5	+ 26	+ 45	+ 34	+ 23	+ 42	+ 31	+ 48	+ 37	-12

↑
entrée

→
sortie

Exercice 9

Fais l'exercice suivant en indiquant l'étape intermédiaire comme dans la théorie. Par exemple,

$$(-3) \cdot (+4) = [-(3 \cdot 4)] = (-12).$$

476. Effectue :

a) $(-5) \cdot (+15) =$

b) $(-14) \cdot (+3) =$

c) $(+17) \cdot (+5) =$

d) $(-18) \cdot (-5) =$

e) $6 \cdot (+16) =$

f) $(-12) \cdot (-12) =$

g) $(+9) \cdot (-13) =$

h) $(-11) \cdot 12 =$

Exercice 10

Fais l'exercice suivant, en notant une étape intermédiaire :

$$(+18) : (-3) = [-(18 : 3)] = (-6).$$

481. Effectue :

a) $-975 : (-15) =$

b) $-441 : 21 =$

c) $756 : (-12) =$

d) $1326 : 13 =$

e) $-2461 : 23 =$

f) $-2277 : (-11) =$

g) $8099 : 91 =$

h) $4312 : (-14) =$

Exercice 11

Colorie les cases directement sur la donnée pour indiquer ta réponse. Rappelons que le nombre zéro est négatif et positif.

Dans cette table de multiplication, quelles seront les cases qui seront occupées par des nombres négatifs ?

×	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2
-4												
-3												
-2												
-1												
0												
1												
2												
3												
4												
5												

Exercice 12

58. Qui vérifie ?

Trouve deux nombres entiers relatifs x et y , qui vérifient :

- a) $x + y = (-3)$ x est inférieur à y , **et** x et y sont de même signe.
- b) $x + y = (-3)$ x est supérieur à y , **et** x et y sont de signes différents.
- c) $x + y = (+5)$ x **ou** y est nul.
- d) $x + y = (+5)$ x est supérieur à y , **et** x et y sont de même signe.

Exercice 13

Démontre que 0 est absorbant dans \mathbb{Z} (c'est-à-dire que pour tout $a \in \mathbb{Z}$, $a \cdot 0 = 0$).

(Astuce : utiliser le fait que $0 = 0 + 0$)

Facultatif : à la place de cet exercice, démontre que dans n'importe quel anneau commutatif, l'élément neutre de l'« addition » est absorbant.

Démontre ensuite le point (4) de la proposition de ce cours sur la division : $(-m) : (-n) = [(+)(m : n)]$ pour toute paire de nombres entiers naturels m et n qui vérifie $n \mid m$.

Exercice 14

Sur la donnée.

NO156 Des lettres et des opérations

a) Complète.

a	b	c	$a + b$	$(a + b) + c$	$b + c$	$a + (b + c)$
-100	10	5				
100	20	-5				
18	-6	-3				
-16	-8	-2				

b) Complète.

a	b	c	$a - b$	$(a - b) - c$	$b - c$	$a - (b - c)$
-100	10	5				
100	20	-5				
18	-6	-3				
-16	-8	-2				

c) Complète.

a	b	c	$a \cdot b$	$(a \cdot b) \cdot c$	$b \cdot c$	$a \cdot (b \cdot c)$
-100	10	5				
100	20	-5				
18	-6	-3				
-16	-8	-2				

d) Complète.

a	b	c	$a : b$	$(a : b) : c$	$b : c$	$a : (b : c)$
-100	10	5				
100	20	-5				
18	-6	-3				
-16	-8	-2				

Exercice 15 60.

Complète pour retrouver des égalités vraies et compare tes propositions avec celles de tes camarades.

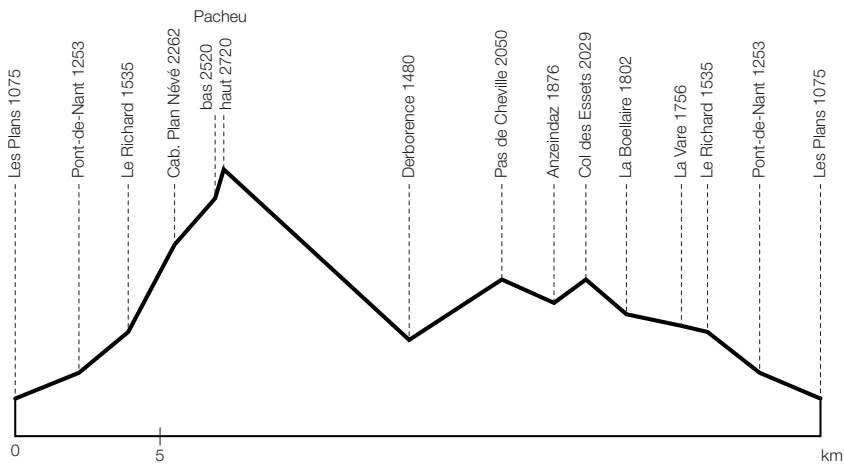
- a) $(\dots) \cdot (\dots) = (-6)$
- b) $(-25) \cdot (\dots) = 225$
- c) $(\dots) : 4 = (-6)$
- d) $(\dots) : (\dots) = (-1)$
- e) $(\dots) \cdot (-19) = 0$
- f) $3 \cdot (\dots) = 1$
- g) $(\dots)^2 = 36$
- h) $(\dots)^3 = (-1)$
- i) $-(\dots)^2 = -49$

Et pour terminer un exercice facultatif pour ceux qui ont encore envie de résoudre un problème.



53. Le trophée du Muveran

Michaël, Léna, Lotti et P.-A. s'entraînent pour le trophée du Muveran.



- a) Lorsque P.-A. entame son parcours aux Plans-sur-Bex, il découvre avec stupeur que son altimètre est faussé. Celui-ci indique une altitude de -1259 m !

Pourrais-tu lui faciliter la tâche en complétant ce tableau :

	altitude lue (m)	altitude réelle (m)	lieu-dit
1			Pont-de-Nant
2	386		
3		2262	
4	-578		
5	-854		

- b) Michaël s'engage dans un parcours à contre-sens, et passe par le lieu-dit La Vare, bien avant de franchir le col du Pacheu, alors que Lotti suit le trajet « habituel ».

Si tous les deux partent à 8 h du matin, à quelle heure auront-ils bouclé leur parcours respectif, en comptant une moyenne de 300 m/h à la montée et de 450 m/h à la descente ?

- c) Léna se fait poser en hélicoptère à l'endroit où ils se croiseront.

Quel est l'emplacement approximatif de ce lieu ?