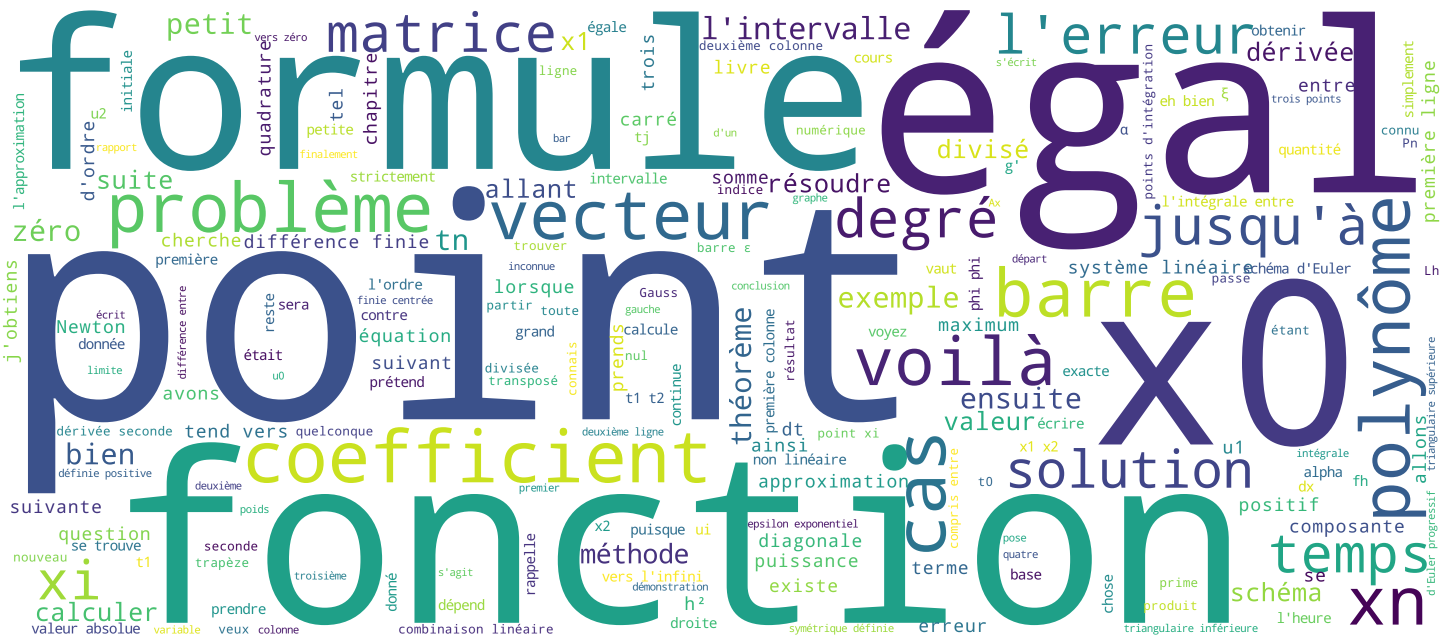
Chapitre 9 : Problèmes numériquement mal posés

Introduction à l'analyse numérique

Prof. Marco Picasso



Search MOOC

Video

Chap 9 - Problèmes numériquement mal posés

Ex 9.1 : $\begin{cases} \dot{u}(t) = 3u(t) - 3t \\ u(0) = \alpha \end{cases}$ $\quad u(t) = (\alpha - \frac{1}{3})e^{3t} + t + \frac{1}{3}$

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \tfrac{1}{3} & u(10) &= 10 + \tfrac{1}{3} \\ \alpha &= \tfrac{1}{3} + \varepsilon & u(10) &= \varepsilon e^{30} + 10 + \tfrac{1}{3} \end{aligned}\right) \qquad \varepsilon \approx 10^{-6} \quad \varepsilon e^{30} \sim 10^{7}$$

Une erreur de 10^{-6} sur la cond. initiale induit une erreur de 10^7 après 10 s !

Avant de présenter les méthodes numériques, encore une précision. Reprenons l'exemple 9.1 du livre. Donc on cherche u tel que : u point de t égal 3 u de t moins 3 t avec u au temps 0 qui est égal à α réel donné. La solution de ce problème, c'est donc exponentiel 3 t, il y a t plus 1/3 qui est une solution particulière, et puis α moins 1/3 qui est la bonne constante. Donc, prenons par exemple, le cas où α est égal à 1/3, dans ce cas-là, u de t, évaluons la solution en t = 10, u de 10, c'est 10 plus 1/3. Imaginons maintenant qu'il y a une petite erreur sur la condition initiale. Alpha = 1/3 plus epsilon. Dans ce cas-là, la solution, au temps 10, c'est alpha moins 1/3, c'est à dire epsilon exponentiel 30 plus 10 plus 1/3. Donc dans le cas où epsilon vaut 10 - 6, par exemple, epsilon = 10 - 6, et bien, epsilon exponentiel de 30, c'est de l'ordre de 10 puissance 7. Donc voyez que dans ce cas-là, la différence entre les deux solutions est de l'ordre de 10 puissance 7. Donc, conclusion, une erreur de 10 - 6 sur la condition initiale, ici, induit une erreur de 10 puissance 7 après 10 secondes. Donc, vous voyez bien que dans ce cas-là, il sera complètement illusoire d'essayer de résoudre numériquement le problème, on dit que le problème est numériquement mal posé. Donc, dans la suite du cours, nous ne considérons pas ces problèmes.

Notes

Summary

0m 03s