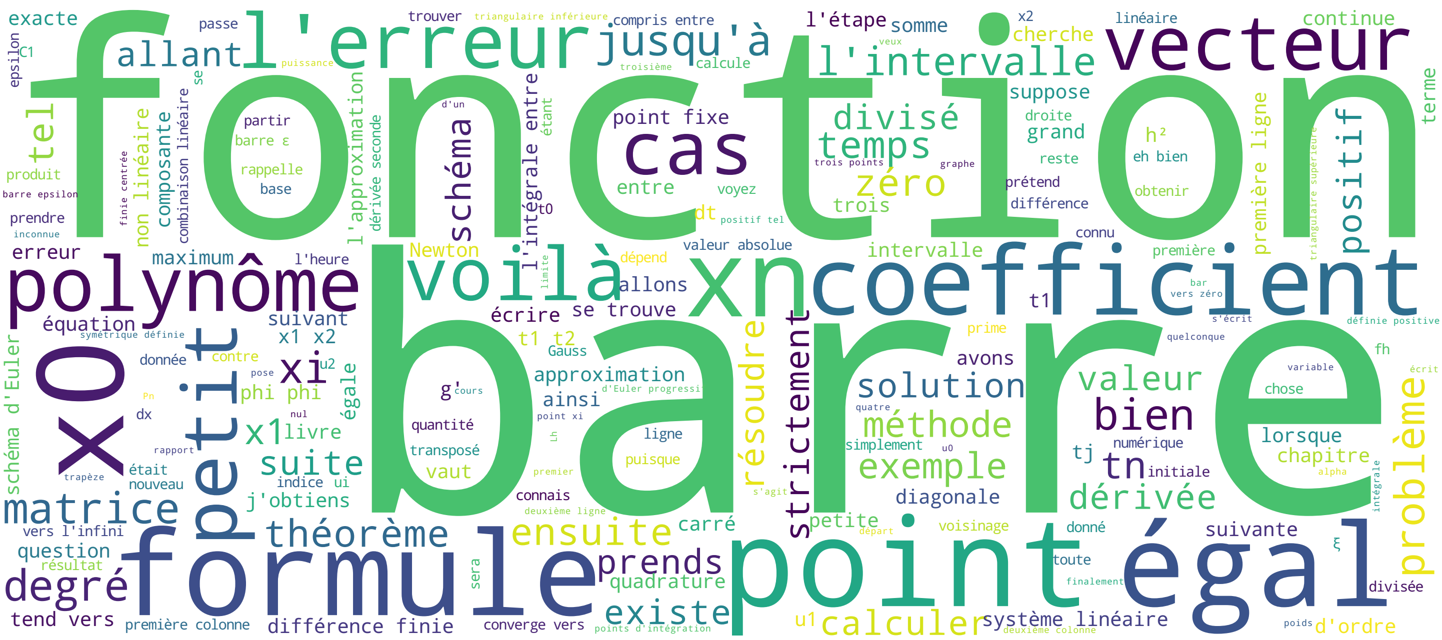
Chapitre 8 : Méthode de point fixe (suite)

Introduction à l'analyse numérique

Prof. Marco Picasso



Search MOOC

Video

EPFL

Chap 8 - Méthode de point fixe (suite)

Thm 8.3 : Soit $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $\mathcal{C}^1$, soit $\bar{x}$ tq $g(\bar{x}) = \bar{x}$, supposons $|g'(\bar{x})| < 1$.
Alors $\exists \varepsilon > 0$ $\forall$ $\bar{x} - \varepsilon \leq x_0 \leq \bar{x} + \varepsilon$, la suite déf. par $x_{n+1} = g(x_n)$
converge vers $\bar{x}$.

J'énonce maintenant le théorème 8.3 du livre : Donc, soit *g* une fonction de *R* dans *R*, qu'on va supposer de classe *C1*, c'est à dire une fois (inaudible) dérivable, soit *x barre* tel que *g(x barre) = 0*, donc on suppose qu'il y a *g(x barre) = x barre* on suppose qu'il y a un point fixe *x barre* de cette fonction *g*, et on suppose encore que *g'(x barre)* est strictement plus petit que 1. Alors dans ce cas-là, j'affirme qu'il existe un *epsilon* positif tel que, si le point de départ se trouve entre *x barre - epsilon* et *x barre + epsilon*, et bien dans ce cas-là, la suite définie par *xn+1 = g(xn)*, et bien cette suite converge vers *x barre*. Donc j'ai *C1*, *x barre = g(x barre)*, *x barre* est un point fixe de *g*, *g'(x barre)* plus petit que 1. Dans ce cas-là, il existe un voisinage de *x barre* tel que si je prends le *x0* dans ce voisinage, et bien cette suite *xn+1 = g(xn)* converge vers *x barre*.

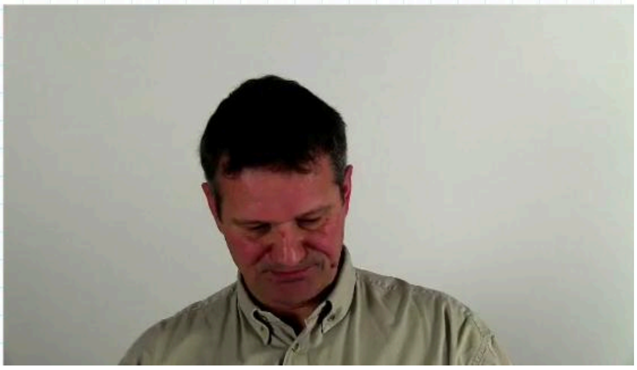
Notes

Summary

0m 04s

Chap 8 - Méthode de point fixe (suite)

Thm 8.3 : Soit $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $\mathcal{C}^1$, soit $\bar{x}$ tq $g(\bar{x}) = \bar{x}$, supposons $|g'(\bar{x})| < 1$.
Alors $\exists \varepsilon > 0$ $\forall$ $\bar{x} - \varepsilon \leq x_0 \leq \bar{x} + \varepsilon$, la suite déf. par $x_{n+1} = g(x_n)$ converge vers $\bar{x}$. De plus la convergence est linéaire :
$\exists\, 0 < C < 1$ $\forall n$ $\quad |\bar{x} - x_{n+1}| \leq C\,|\bar{x} - x_n|$.



Une information supplémentaire : de plus, la convergence est linéaire, c'est-à-dire : il existe un *C* positif mais strictement plus petit que 1, tel que pour tout *n*, *n* est l'indice d'itération, *xn+1 = g(xn)*, pour tout *n*, et bien l'erreur à l'étape *n+1* est plus petite ou égale à *C*, qui est strictement plus petit que 1 *fois* l'erreur à l'étape *n*. Donc l'erreur décroit à chaque itération. Et le rapport entre l'erreur à l'étape *n+1* et l'erreur à l'étape *n*, est justement strictement plus petit que 1.

Notes

Summary

1m 34s