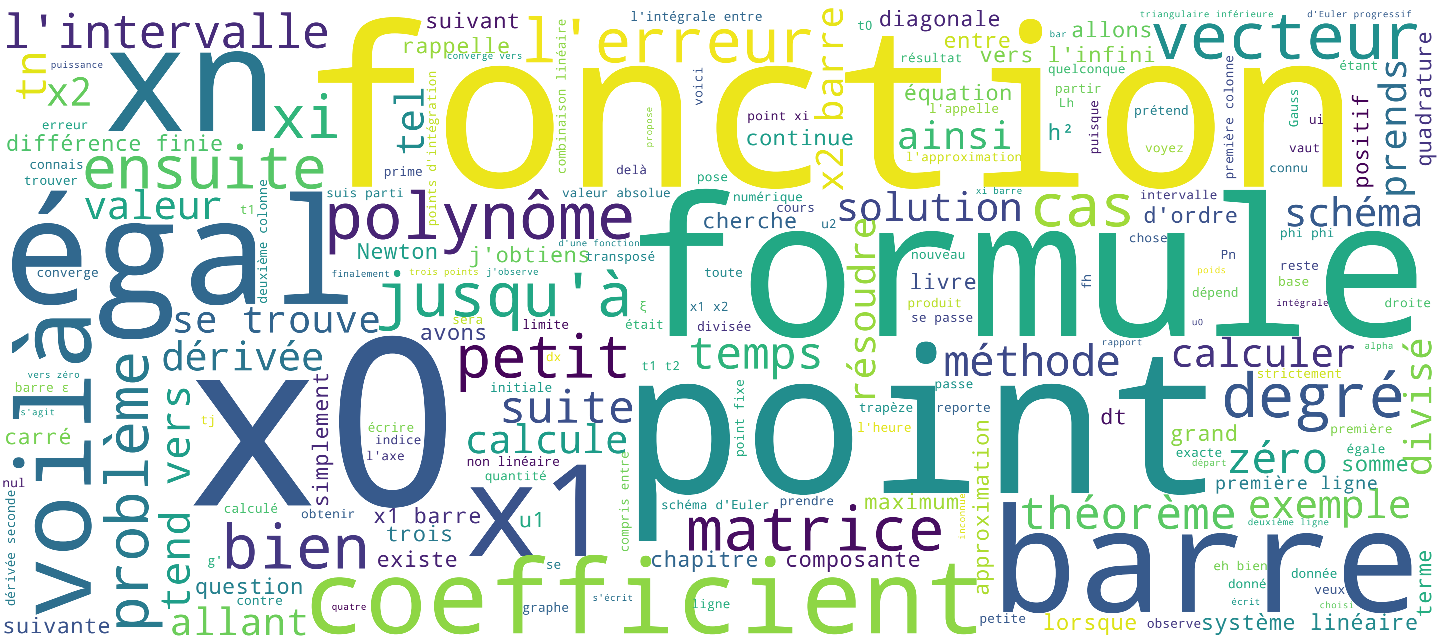
Chapitre 8 : Méthode de point fixe

Introduction à l'analyse numérique

Prof. Marco Picasso



Search MOOC

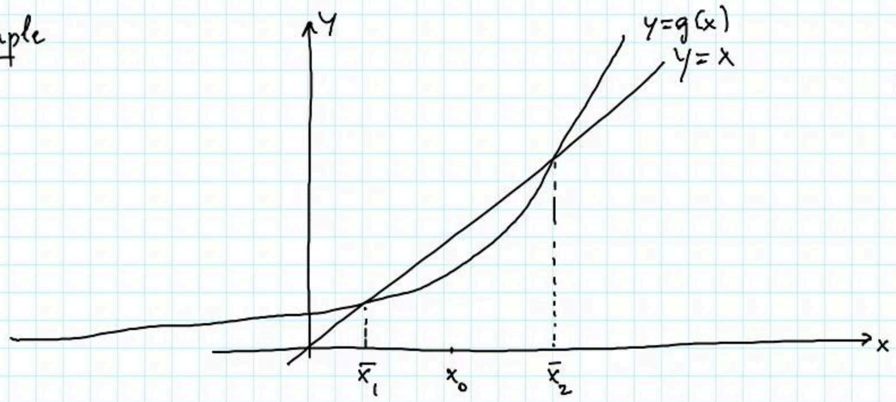
Video

EPFL

Chap 8 - Méthode de point fixe

$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ cont $\quad \bar{x} = g(\bar{x}) \quad x_0$ donné $\quad n = 0, 1, 2, \dots \quad x_{n+1} = g(x_n)$ Question $(x_n)_n$ converge ?

Exemple



$\bar{x}_i = g(\bar{x}_i) \quad i = 1, 2$

Si $x_0 < \bar{x}_2$

Je vous rappelle que je suis parti d'une fonction *g* qui est donnée, continue. Je cherche *x barre* qui est un point fixe de *g*, donc *x barre* = *g(x barre)*. Et la méthode est la suivante : on se donne un *x0*, et ensuite, pour *n=0,1,2,...* on calcule *xn+1* à partir de *xn* simplement en posant *xn+1* = *g(xn)* Et la question que je me pose : est-ce que cette suite *xn* converge ? Si elle converge, et si la fonction *g* est continue, elle converge vers *x barre* tel que *g(x barre)* = *0* Je vous propose un petit exemple illustratif : donc je prends ici, une fonction *g* qui a l'allure suivante. Donc là, *x,y*. Voilà la première bissectrice. Et la fonction *g* a deux points fixes. Donc voilà le graphe de la fonction *g*. Et il existe deux *x barre* tel que *x barre* = *g(x barre)* Le premier se trouve ici, je l'appelle *x1 barre*. Et le deuxième se trouve ici, je l'appelle *x2 barre*. Donc j'ai *xi barre* = *g(xi barre)*, *i* = *1,2* Je pars d'un point *x0* qui est plus petit que *x2 barre*, il se trouve même en *x1 barre* et *x2 barre*, donc si *x0* est strictement plus petit que *x2 barre*, que se passe t-il ?

Notes

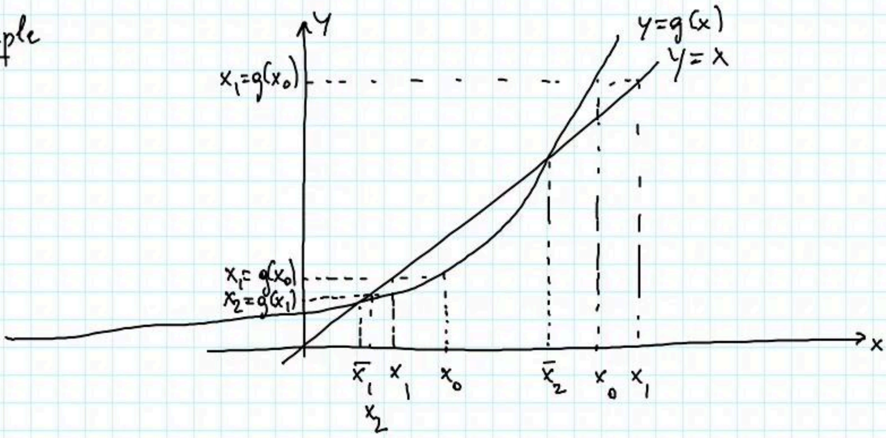
Summary

0m 04s

Chap 8 - Méthode de point fixe

$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ cont $\quad \bar{x} = g(\bar{x}) \quad x_0$ donné $n = 0, 1, 2, \ldots \quad x_{n+1} = g(x_n)$ Question $(x_n)_n$ converge ?

Exemple



$\bar{x}_i = g(\bar{x}_i) \quad i = 1, 2$

Si $x_0 < \bar{x}_2$ on obs.

$\lim_{n \to \infty} x_n = \bar{x}_1$

Si $x_0 > \bar{x}_2$ on obs.

$\lim_{n \to \infty} x_n = +\infty$

Donc je calcule *x1*, le voici. *x1 = g(x0)* Je reporte *x1* sur l'axe des *x*. Je calcule ensuite *x2 = g(x1)* Je le reporte sur l'axe des *x*. Et on observe que la suite *xn* converge, lorsque *n* tend vers l'infini, vers *x1 barre*. Donc *limite* quand *n* tend vers l'infini, de *xn = x1 barre* Donc plus j'itère, je suis parti de *x0*, j'ai calculé *x1*, ensuite *x2*, et je m'approche de plus en plus de *x1 barre*. Alors maintenant, que se passe t-il si je choisis un *x0* au-delà de *x2 barre* ? Donc si *x0* est plus grand que *x2 barre*, alors que se passe t-il ? Et bien voilà, par exemple, *x0*, je calcule *x1 = g(x0)*, je reporte *x1* sur l'axe des *x*. Et le voilà. Ensuite je calcule *x2 = g(x1)* et si je le fais, j'observe que *x2* se trouve au-delà de *x1* et ainsi de suite. Donc dans ce cas-là, on observe que la limite, quand *n* tend vers l'infini, de *xn = + l'infini*, la suite diverge. Alors comment expliquer cette expérience ? Explications Et bien, il va falloir étudier maintenant le théorème 8.3 du livre.

Notes

Summary

1m 44s