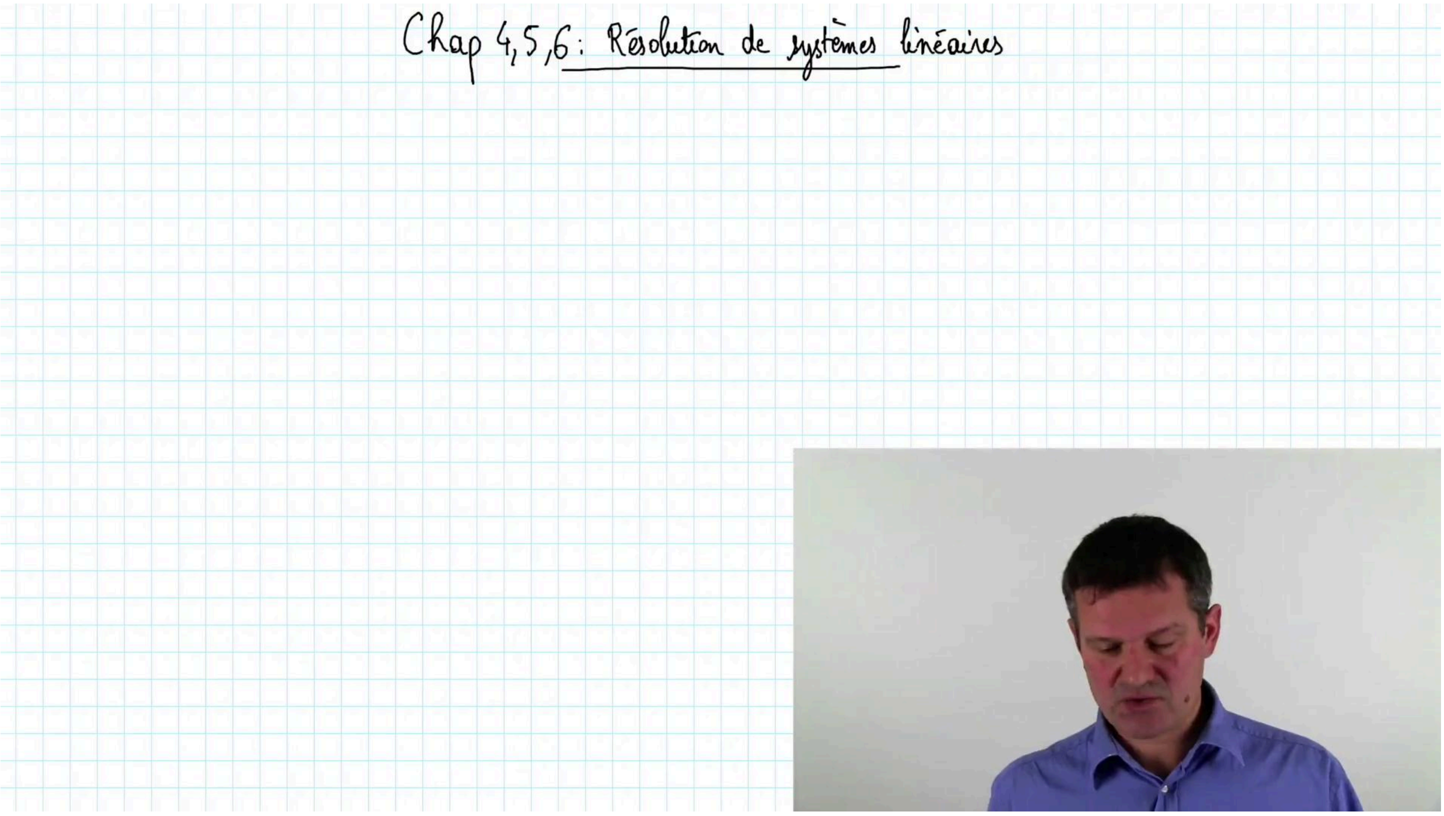


Search MOOC

Video

EPFL

Chap 4,5,6 : Résolution de systèmes linéaires

$A\vec{x}=\vec{b}$ N grand $N \to 10$ à 10^9

Méthodes directes : Elimin Gauss (Chap 4) Décomposition LU LL^T (Chap 5)

— itératives : important en pratique mais non abordé

Chap 4

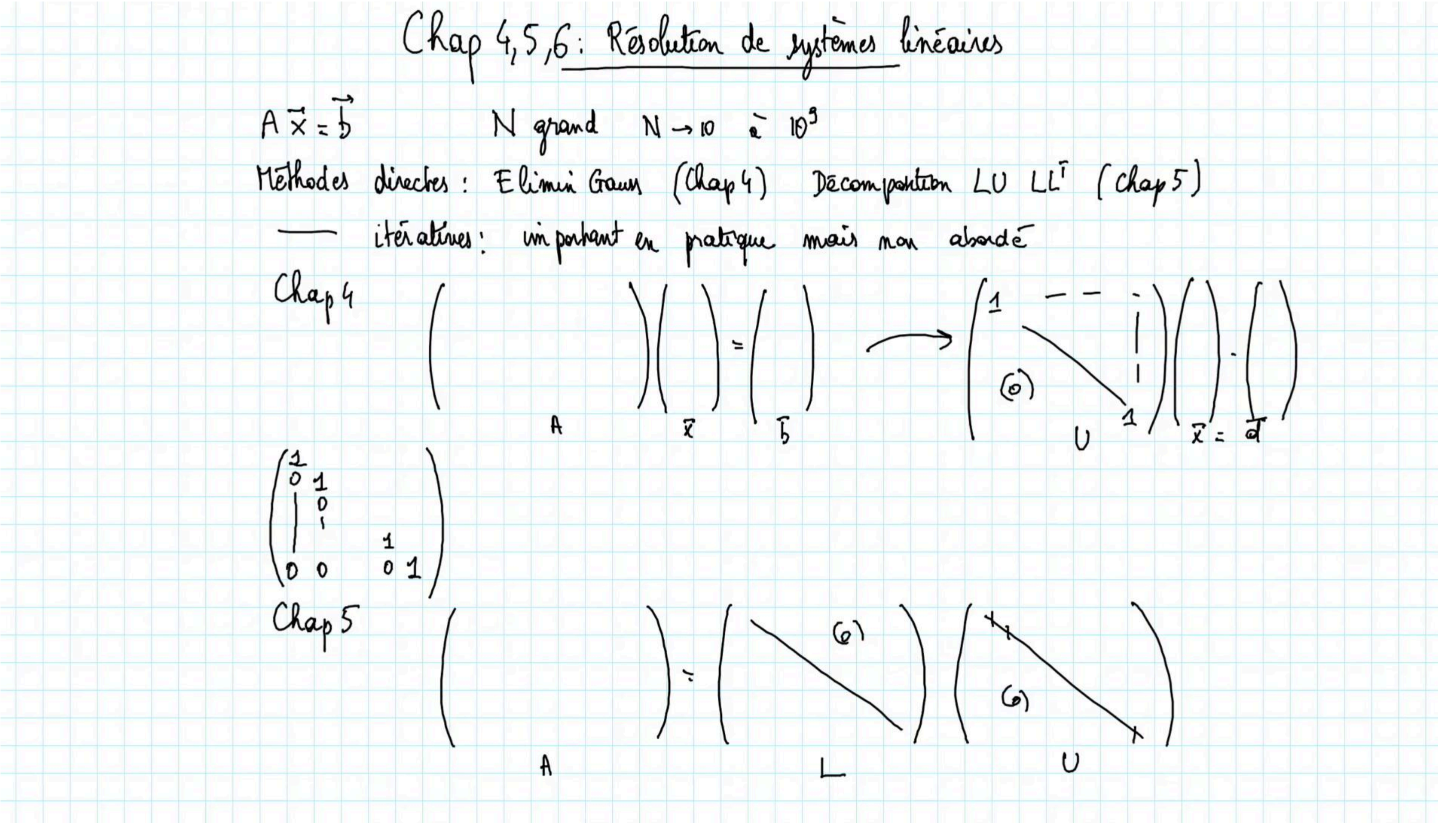
$$\underbrace{\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}}_{A}\underbrace{\begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix}}_{\vec{x}}=\underbrace{\begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix}}_{\vec{b}} \longrightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & - & - \\ & \ddots & \vdots \\ (0) & & 1 \end{pmatrix}}_{U}\begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} \quad \vec{x} = \vec{d}$$

Voilà un résumé des chapitres 4, 5, 6 résolution de systèmes linéaires Donc il s'agit étant donné une matrice A et un vecteur b de résoudre le système linéaire Ax=b donc ici N le nombre de lignes et de colonnes de cette matrice A est grand dans les applications N va de 10 à 10^9 (un milliard) Donc on a à disposition des méthodes directes ou des méthodes itératives. Les méthodes directes sont: l'élimination de Gauss (chapitre 4) ou la décomposition LU dans le cas d'une matrice quelconque ou LLT dans le cas d'une matrice symétrique définie positive, c'est le chapitre 5. Puis méthode itérative, nous n'avons pas abordé ce chapitre qui est important dans la pratique puisque si l'on résoud des équations dérivées partielles en dimension 3 on est obligé d'utiliser les méthodes itératives. Important dans la pratique mais n'a pas été abordé dans ce cours. Revenons au chapitre 4: élimination de Gauss. Voilà le système linéaire Ax=b Il s'agit de le transformer en un système linéaire équivalent Ux=d Quand je dis équivalent cela veut dire avec le même vecteur x d'inconnu x1, x2...xn On a changé le second membre et on a changé la matrice: la matrice U est une matrice triangulaire supérieure donc qui a des 0 sur la partie triangulaire inférieure, on a décidé de mettre des 1 sur la diagonale qui a des coefficients dans la partie triangulaire supérieure.

Notes

Summary

0m 01s



Ensuite il est facile de résoudre le système linéaire Ux=d Pour aboutir à ce système linéaire Ux=d, on procède en n étapes. A la première étape, on met un 1 sur la diagonale à la place du coefficient et des 0 ensuite sur les autres coefficients de la première colonne. La deuxième étape, on va mettre un 1 sur le coefficient de 2 et des 0 ensuite et ainsi de suite jusqu'à la dernière étape ou l'avant-dernière étape où l'on a 1 0 et la dernière étape on a 1 1. Ensuite, nous avons vu le chapitre 5 décomposition LU donc là il s'agit d'écrire la matrice A comme le produit d'une matrice L triangulaire inférieure, donc qui a des 0 dans la partie triangulaire supérieure et d'une matrice U, qui est triangulaire supérieure, qui a des 0 sur la partie triangulaire inférieure et puis le choix c'est de mettre des 1 sur la diagonale.

Notes

Summary

2m 12s

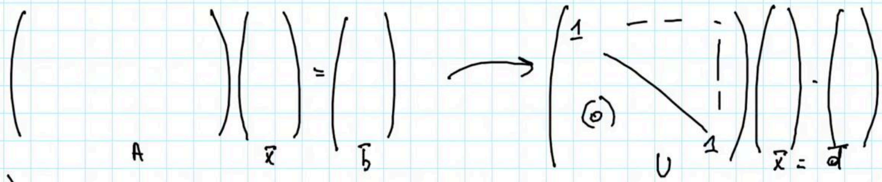
Chap 4,5,6 : Résolution de systèmes linéaires

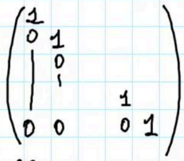
$A\vec{x} = \vec{b}$ N grand $N \to 10$ à 10^9

Méthodes directes : Elimin Gauss (Chap 4) Décomposition LU LL^T (Chap 5)

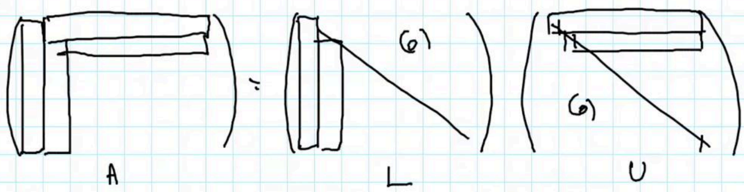
— itératives : important en pratique mais non abordé

Chap 4





Chap 5



On obtient les coefficients des matrices L et U en identifiant les coefficients de la matrice A avec les coefficients du produit L*U et on obtient, en identifiant les coefficients de la première colonne de A avec tous les coefficients de la première colonne de L*U on obtient tous ces coefficients-là Ensuite, en identifiant les coefficients de la première ligne de A avec la première ligne du produit L*U on obtient les coefficients de la première ligne de la matrice U et ainsi de suite On obtient ces coefficients là On identifie ces coefficients là On obtient la deuxième colonne de U et ainsi de suite jusqu'à la fin Dans le cas d'une matrice symétrique définie positive, la décomposition A=LU serait due à une décomposition A=L*Ltransposé Les coefficients L i j diagonaux de L sont positifs, ce qui simplifie l'algorithme et qui demande à peu près deux fois moins d'opérations.

Notes

Summary

3m 19s