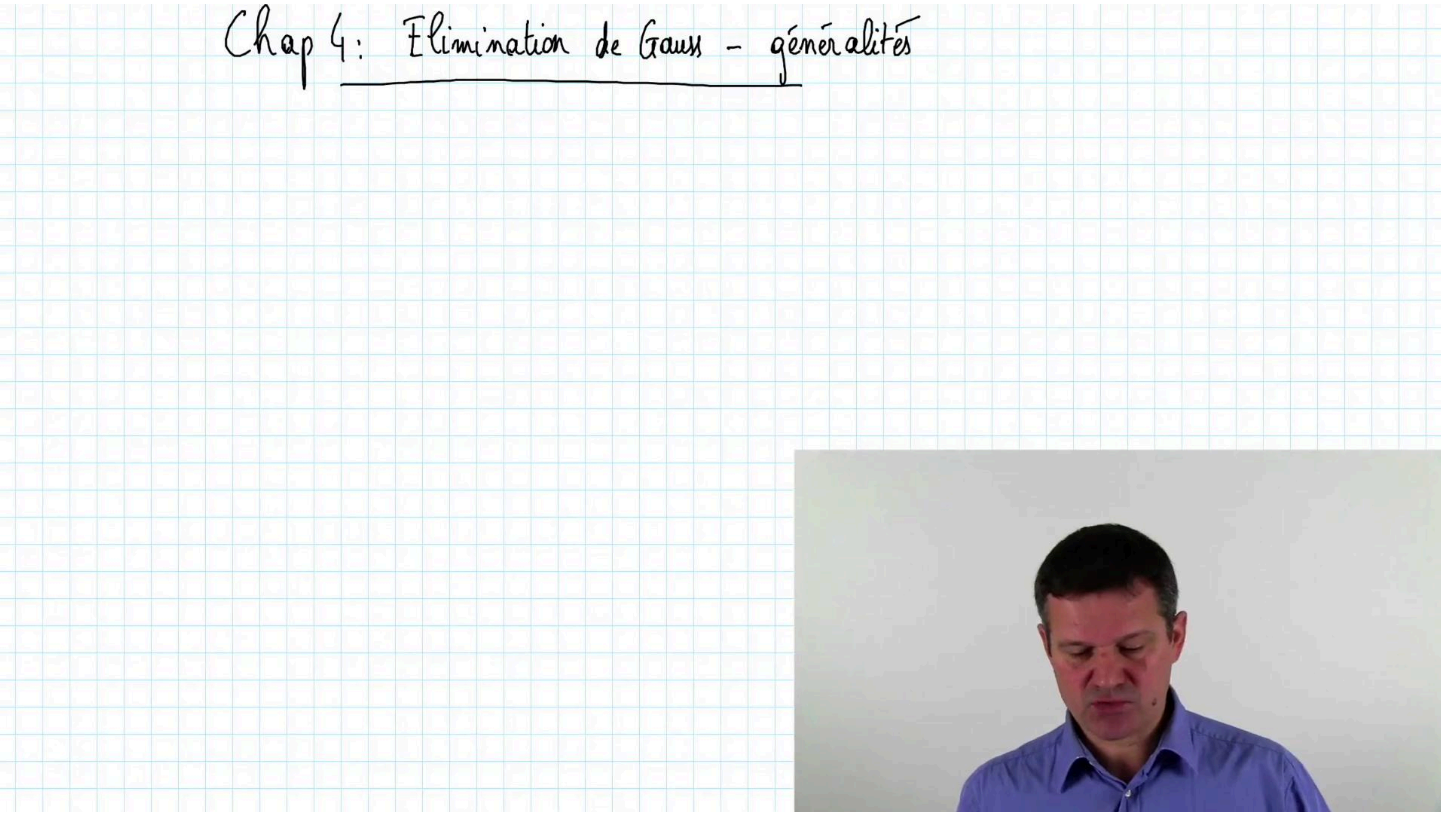
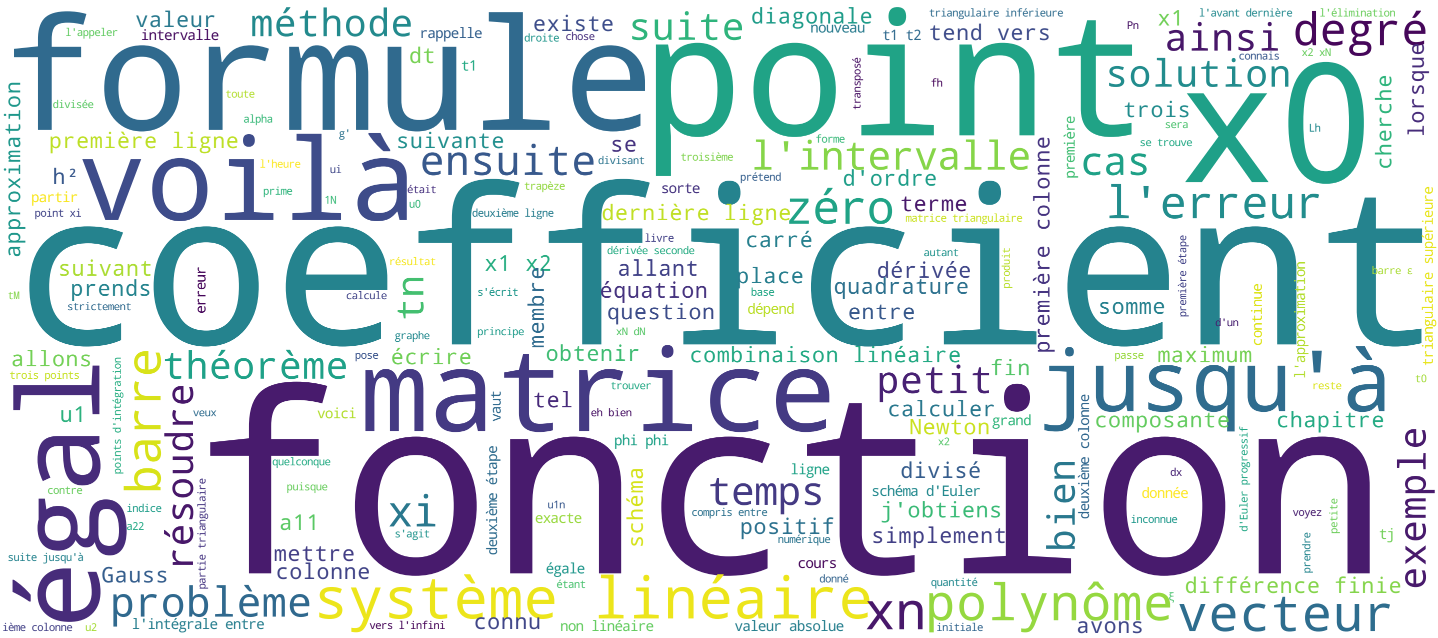
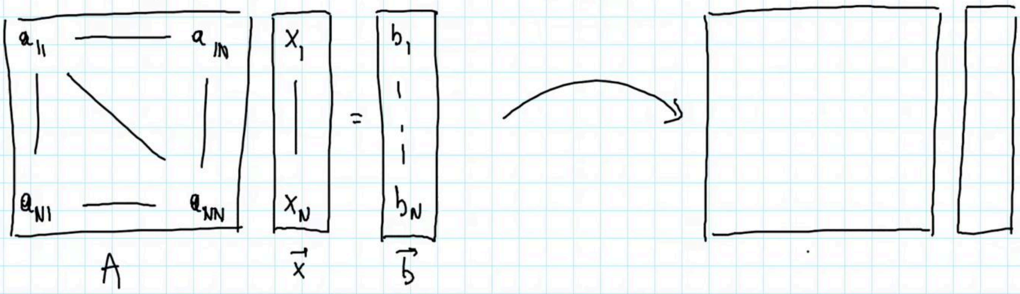




Search MOOC

Video

Chap 4: Elimination de Gauss - généralités

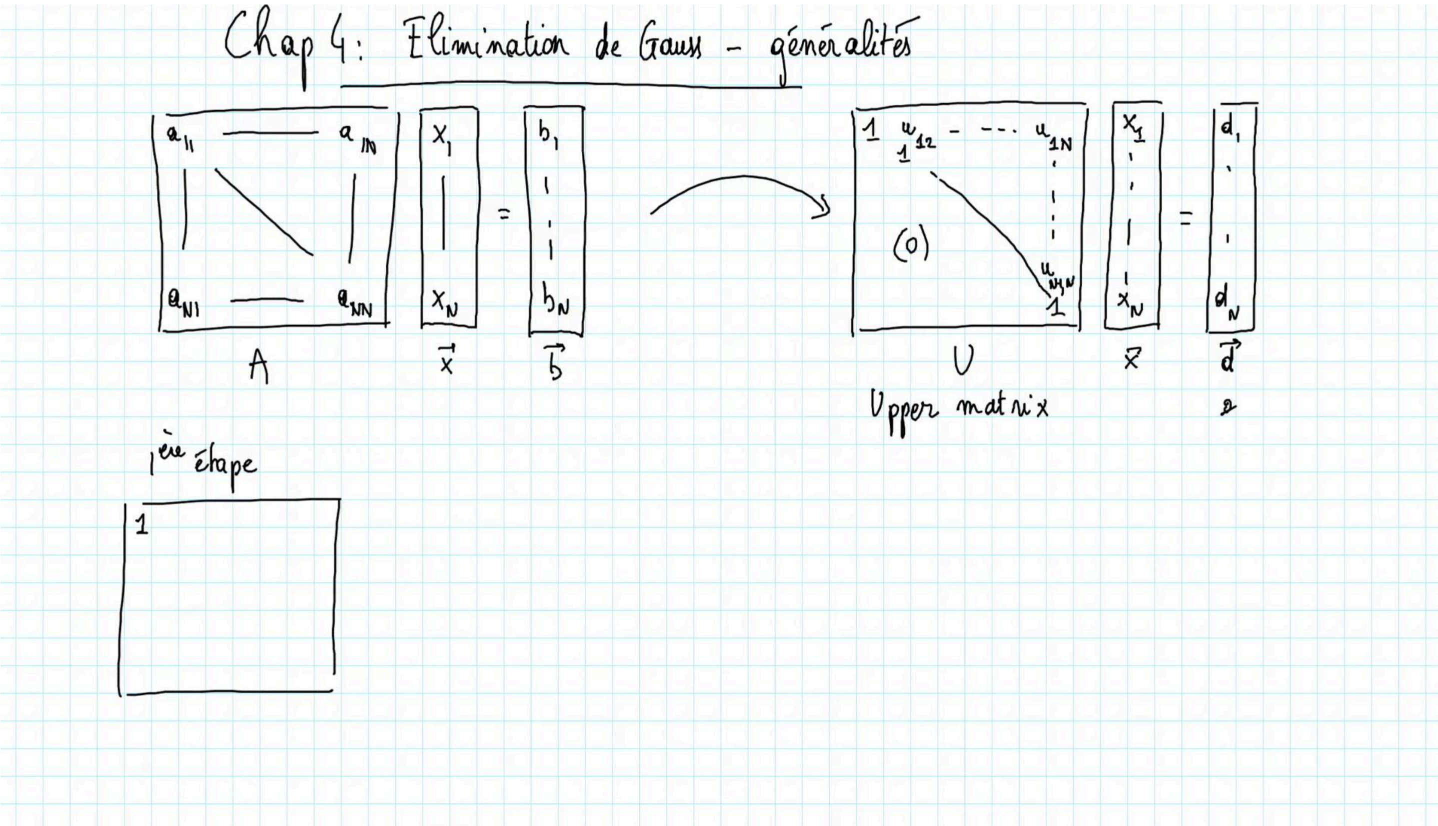


Nous allons commencer ce cours en rappelant le principe de l'élimination de Gauss que vous avez déjà vu en algèbre linéaire. Nous allons revoir cette méthode sous forme peut-être plus algorithmique. Donc il s'agit de résoudre le système linéaire $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$, donc A est une N *croix* N matrice. Voilà matrice A, à N lignes, N colonnes, donc le premier coefficient, c'est $a11$ jusqu'à $a1N$, première ligne, N-ième colonne. Ensuite, vous avez ici, là, la première colonne, donc le coefficient $a11$ jusqu'à $aN1$, et finalement, dernière ligne, dernière colonne, vous avez le coefficient aNN. Voilà notre matrice A. Le vecteur inconnu $\boldsymbol{x}$, je cherche $\boldsymbol{x}$ tel que $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$, a comme composantes $x1$, $x2$, jusqu'à xN, et $\boldsymbol{b}$, le second membre qui est connu, a comme composante $b1$, $b2$, jusqu'à bN. Voilà $\boldsymbol{x}$, et voilà $\boldsymbol{b}$. Donc le principe de l'élimination de Gauss, c'est transformer ce système linéaire en faisant une combinaison linéaire de lignes et de colonnes, en un système linéaire que je vais écrire, toujours un système linéaire à N lignes et N colonnes, la matrice du système linéaire, je vais l'appeler U.

Notes

Summary

0m 00s

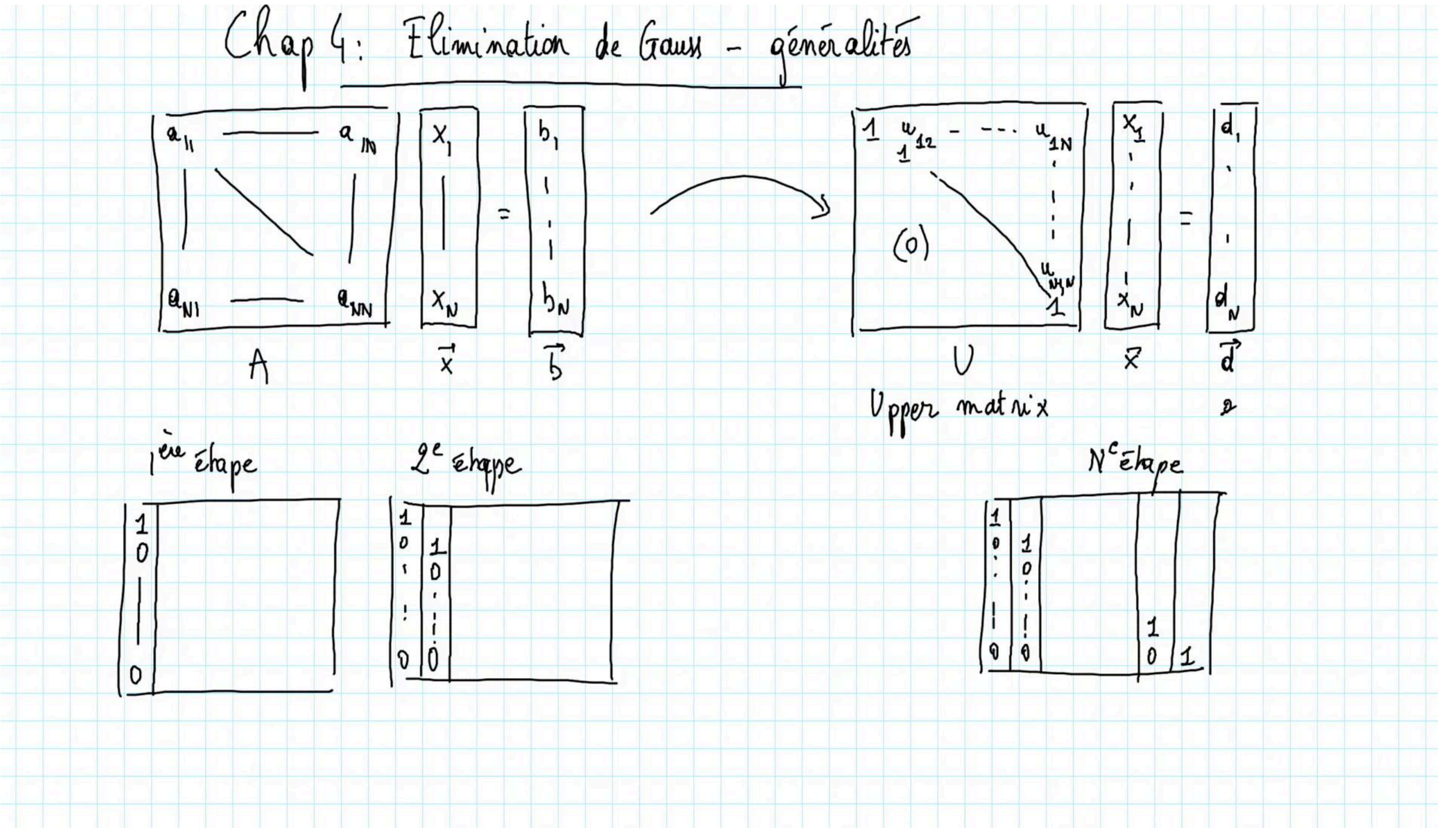


U c'est pour *upper metrics* en Anglais. Donc matrice triangulaire supérieure. Cette matrice triangulaire supérieure a des 1 sur la diagonale, des zéros sur la partie triangulaire inférieure. La solution du système linéaire, c'est toujours le vecteur ***x*** de composantes *x1*, *x2*, *xN*, et le second membre a changé, je vais l'appeler ***d***, *d1*, *d2*, jusqu'à *dN*. Donc voilà ***d***, et voilà ***x***. Et les coefficients de la matrice *U*, c'est *U12*, première ligne, deuxième colonne, jusqu'à *u1N*, première ligne, N-ième colonne, et ainsi de suite, ici vous avez le coefficient *uN-1N*. Voilà le but, et on va arriver à cette-- donc on va partir de *A**x*** = ***b*** pour aboutir à ce système linéaire *U**x*** = ***d*** en N étapes. Donc la première étape consiste, donc voilà votre matrice *A*, et ce que vous faites, c'est que vous mettez un 1 à la place, ici, du coefficient *a11*, simplement en divisant la première ligne par ce coefficient *a11*, pour autant qu'il soit non nul.

Notes

Summary

1m 25s

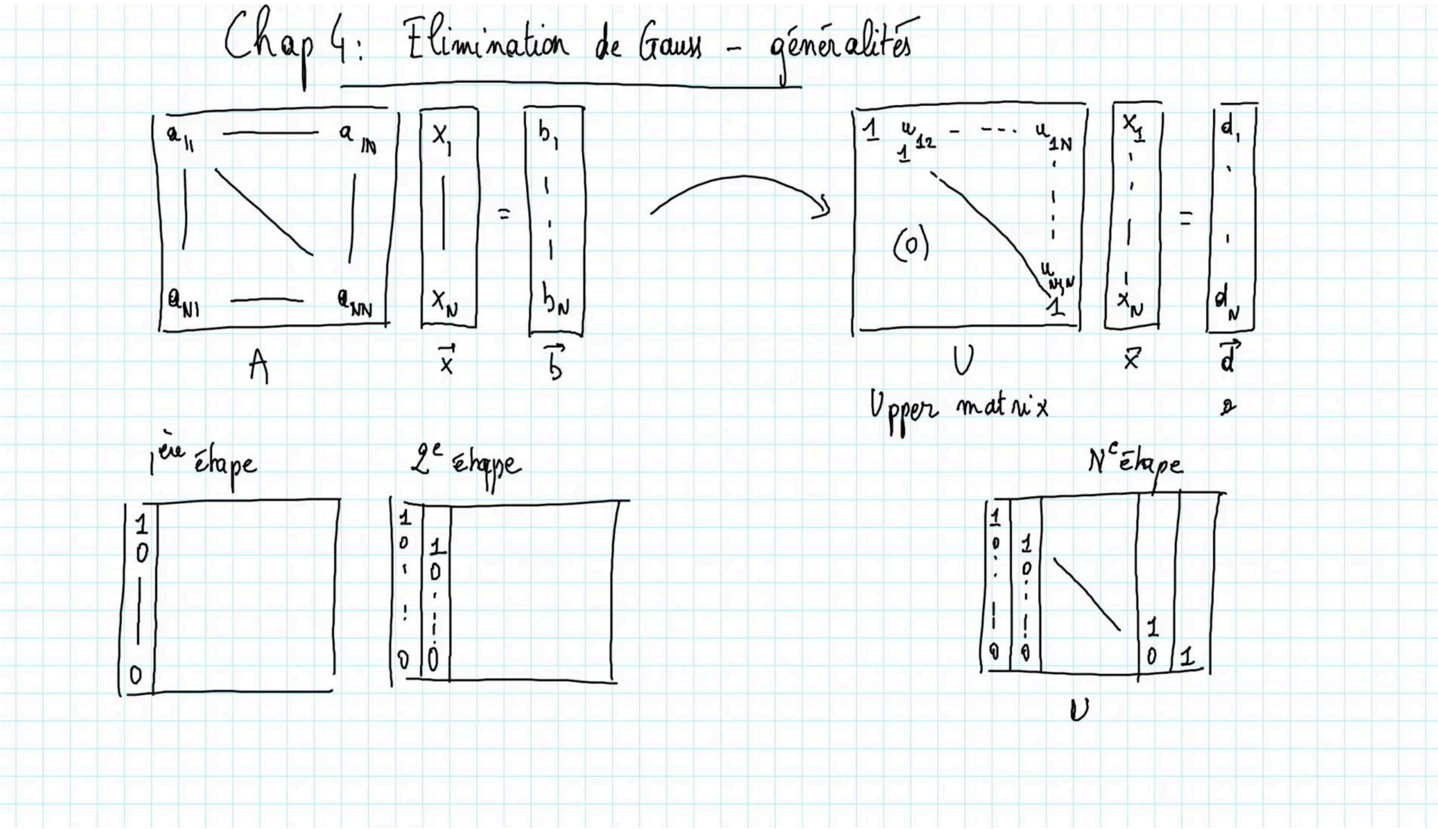


Ensuite, vous allez mettre des zéros à la place, ici, du coefficient *a21*, et ainsi de suite sur la première colonne, vous faites un certain nombre d'opérations de sorte à obtenir des zéros sur la première colonne. Voilà la première étape. Alors, la deuxième étape, sur cette matrice *A*, toujours la même, vous avez des 1, 0, 0 sur la première colonne, alors, deuxième étape, on va mettre un 1 à la place ici du coefficient *a22*, on va mettre un 1, de nouveau en divisant la ligne par ce coefficient *a22*, et on va se débrouiller ensuite pour faire une combinaison linéaire de la troisième et de la deuxième ligne, de sorte à avoir un zéro ici, et ainsi de suite jusqu'à la fin, donc voici la deuxième étape. Et vous imaginez bien que ici, à la fin, à la dernière étape, N-ième étape, j'aboutis à un système linéaire, justement, le système linéaire $U\boldsymbol{x} = \boldsymbol{d}$ que vous avez ici au dessus, système linéaire $U\boldsymbol{x} = \boldsymbol{d}$, où la matrice *A* a été transformée en une matrice, vous avez ici 1, 0, 1, 0, et 0 en bas, jusqu'à la fin, à l'avant dernière ligne, vous avez 1 et 0, et sur la dernière ligne, vous avez 1.

Notes

Summary

2m 55s



Donc voici votre matrice *U*, la matrice que vous obtenez du système linéaire ***Ux*** = ***d***, que vous allez ensuite résoudre, donc résoudre un système linéaire ***Ux*** = ***d***, c'est une opération facile, tout simplement parce que vous commencez par la dernière ligne, vous avez *xN* = *dN*, ensuite sur l'avant dernière ligne, vous avez *xN-1* = *dN-1* moins le terme ici, qui est *uN-1N* fois *xN* qui est connu, vous passez au second membre, et ainsi de suite. Donc, vous résolvez facilement ce système linéaire triangulaire supérieur.

Notes

Summary

4m 22s