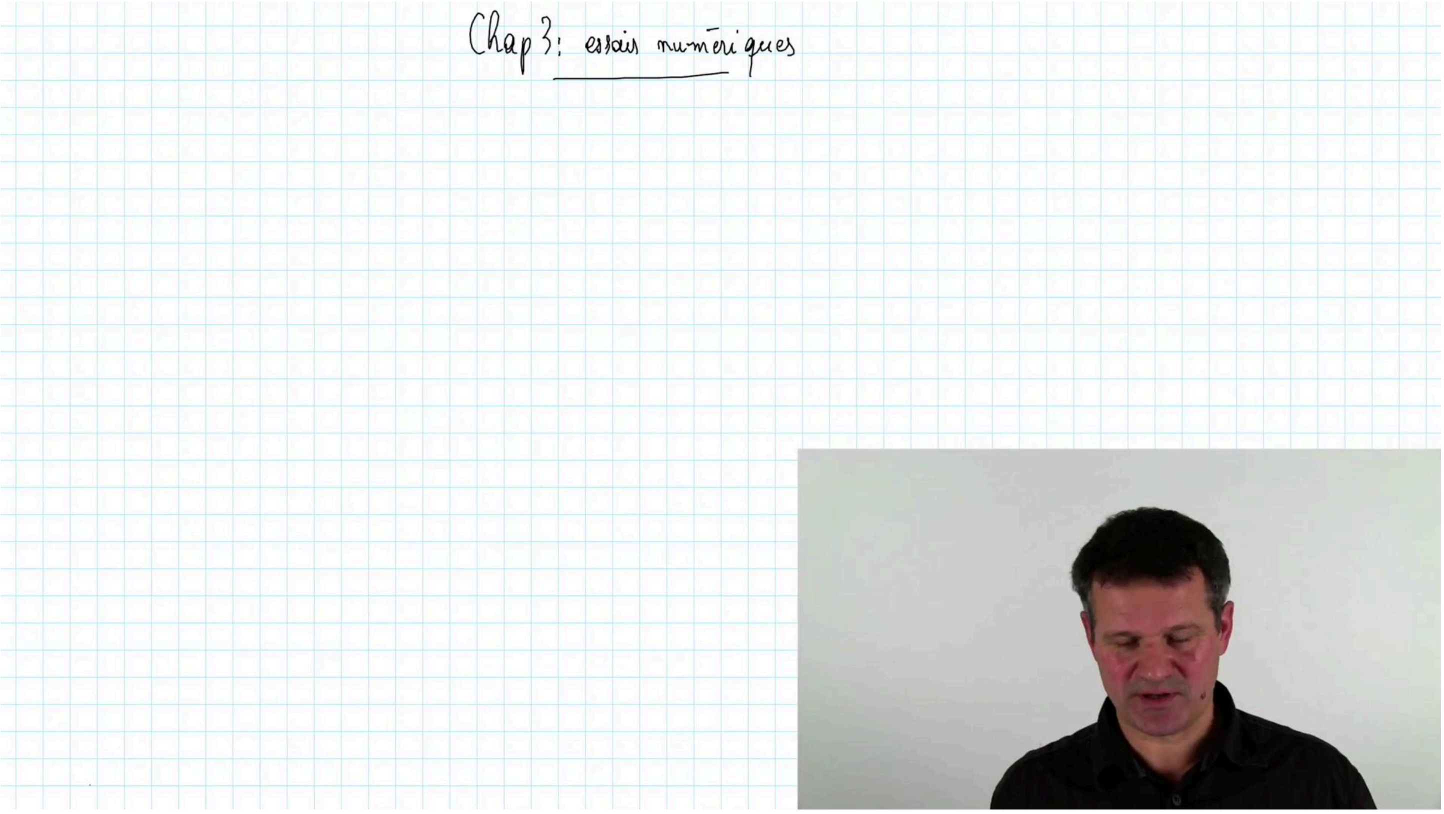
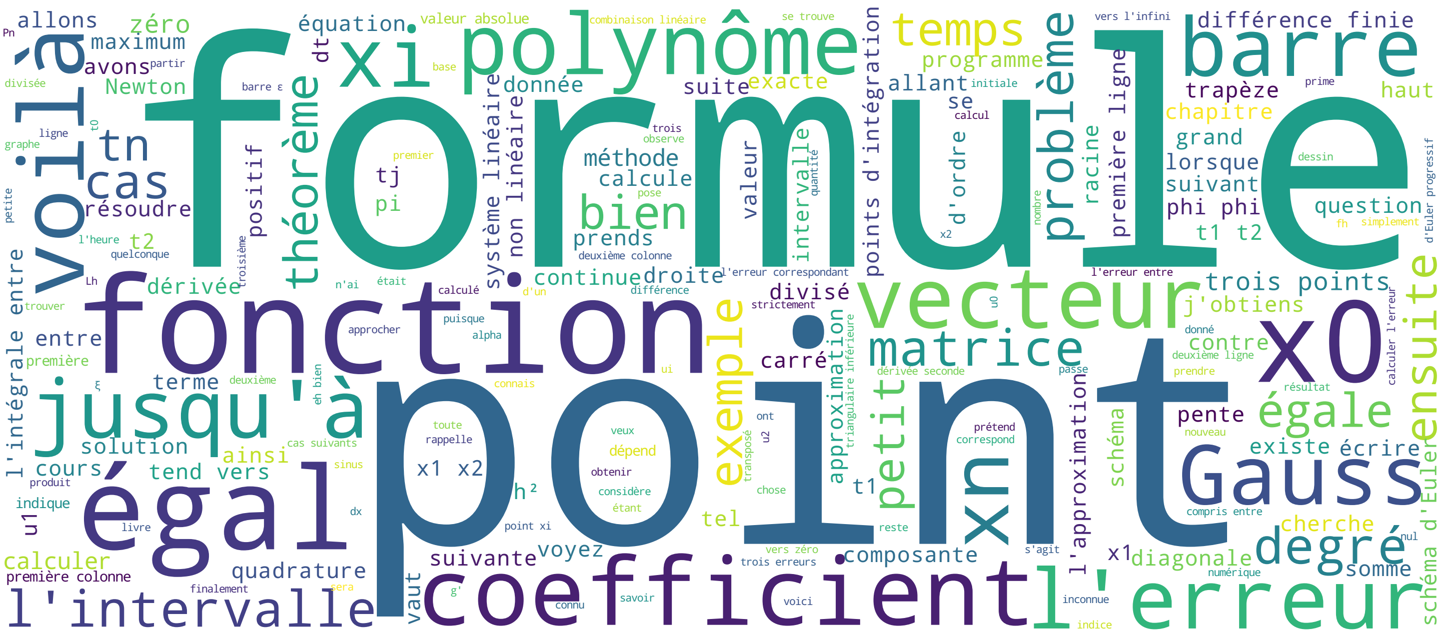




Search MOOC

Video

EPFL

Chap 3: essais numériques

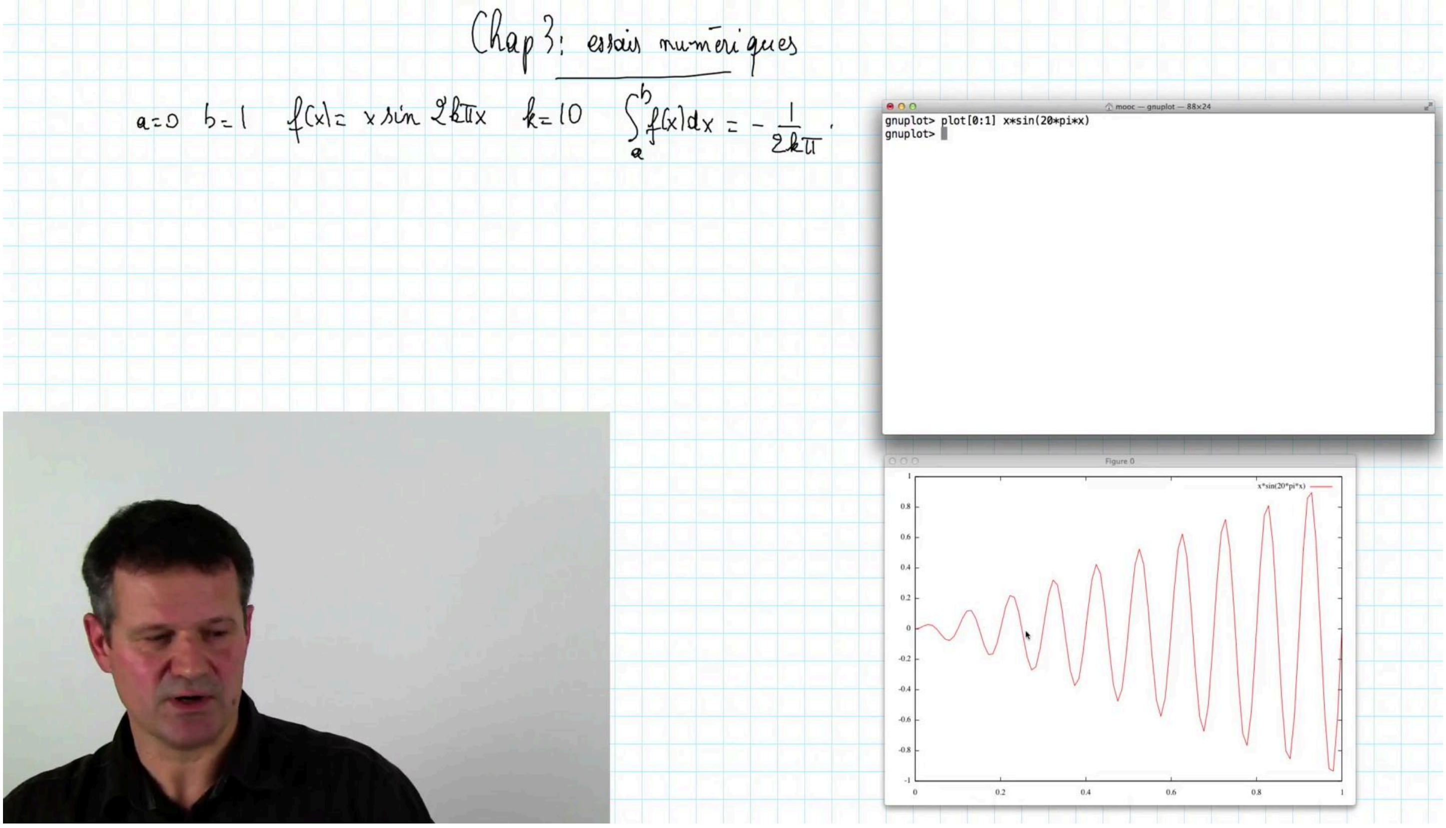
$a=0 \quad b=1 \quad f(x) = x \sin 2k\pi x \quad k=10 \quad \int_a^b f(x)dx = -\frac{1}{2k\pi}$.

Je vous propose maintenant quelques essais numériques avec différentes formules de quadratures. Donc l'intervalle *ab*, *a* égale 0,*b* est égal à 1, et je considère la fonction *f* qui est défini par *x sinus 2k pi x*, avec *k* égale 10, et je calcule à la main l'intégrale entre *a* et *b* de *f(x) d x*. Après l'intégration par partie, je trouve moins 1 sur 2 *k pi*.

Notes

Summary

0m 01s



Voilà, on peut tracer cette fonction *f*, par exemple, en utilisant *nu plot*. Donc, la commande ici *plot* sur l'intervalle 0 1 *x sinus* 20 *pi x*. Vous voyez que cette fonction *x sinus* 20 *pi x* a oscillé énormément sur l'intervalle 0 1.

Notes

Summary

0m 32s

Chap 3 : essais numériques

- $a=0$ $b=1$ $f(x) = x \sin 2k\pi x$ $k=10$ $\int_a^b f(x)dx = -\frac{1}{2k\pi}$.
- $L_h(f)$
  - trapèze : $M=2$ $t_1=-1$ $t_2=1$
  - Gauss 2 pts : $M=2$ $t_1=-1/\sqrt{3}$ $t_2=1/\sqrt{3}$
  - Gauss 3 pts : $M=3$ $t_1=-\sqrt{\frac{3}{5}}$ $t_2=0$ $t_3=\sqrt{\frac{3}{5}}$

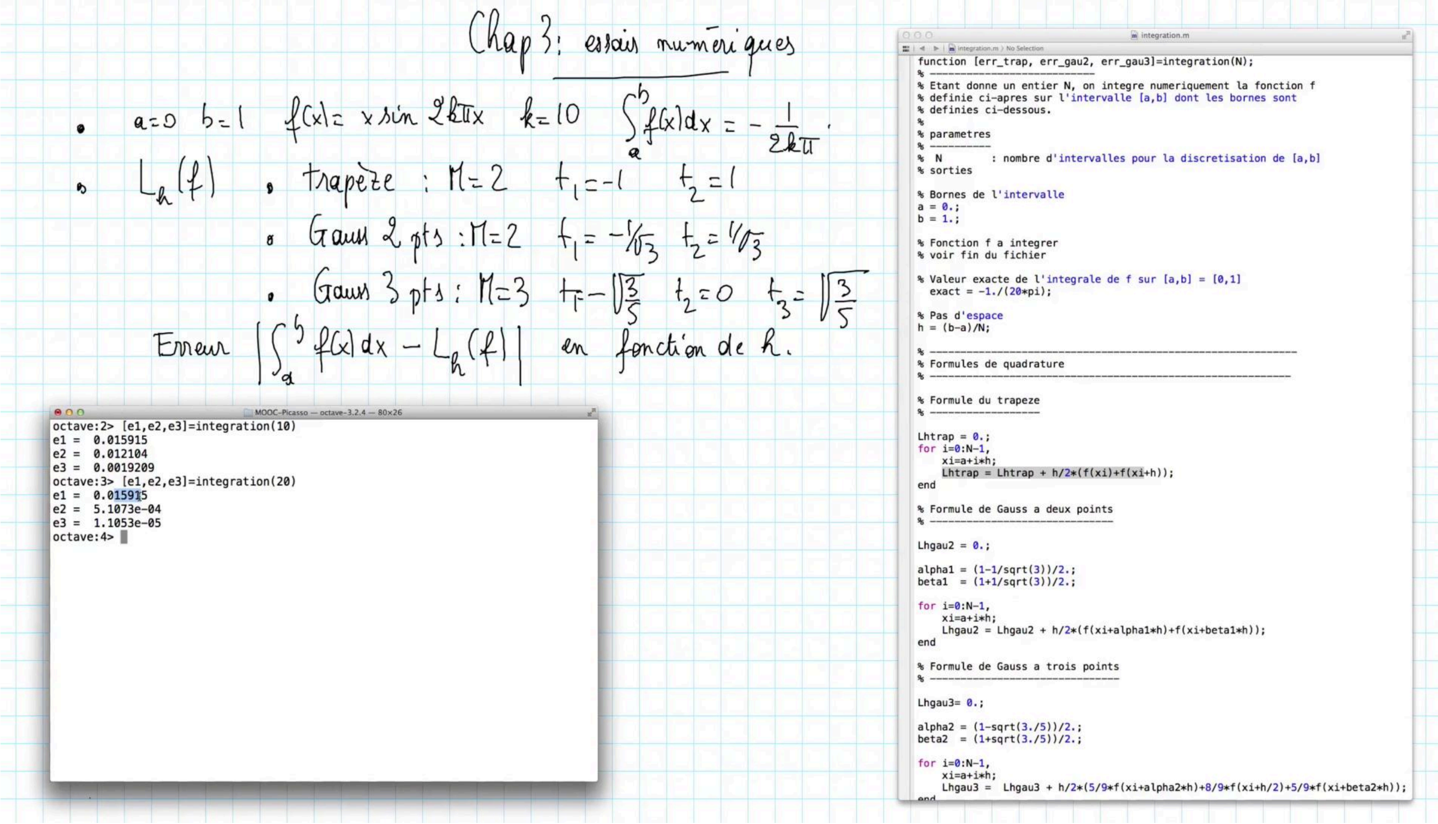
Erreur $\left|\int_a^b f(x)dx - L_h(f)\right|$ en fonction de h

Je vais maintenant écrire un programme qui me permettra de calculer *l h* de *f* dans les cas suivants. Donc *l h* de *f*, qui est l'approximation de l'intégrale entre *a* et *b* de *f* de *x*, *f* de *x* de *x* dans les cas suivants, donc je considère d'abord la formule du trapèze. Donc, j'ai deux points d'intégration qui sont les points *t1* égale moins 1, *t2* est égal à 1. Je vais le faire aussi pour la formule de Gauss à deux points. Donc, toujours *M* égale 2 points. Cette fois-ci, les points d'intégration sont moins 1 sur racine de 3, et *t2* égale 1 sur racine de 3. Et finalement, je vais aussi considérer la formule de Gauss à trois points, que je n'ai pas présenté pour l'instant, mais la voici. Donc, il y a trois points. Le premier, c'est moins racine de 3 sur 5, le deuxième, *t2* est 0, et le troisième, c'est plus racine de 3 sur 5. Donc, j'ai un programme qui me permet de calculer l'erreur, donc intégrale entre *a* et *bf(x) d x*, que j'ai déjà calculé, -1 sur 2 *k pi*, et je vais calculer l'erreur, entre la valeur exacte et la valeur approchée avec la formule *n h de f* correspondante, en fonction de *h*.

Notes

Summary

0m 52s

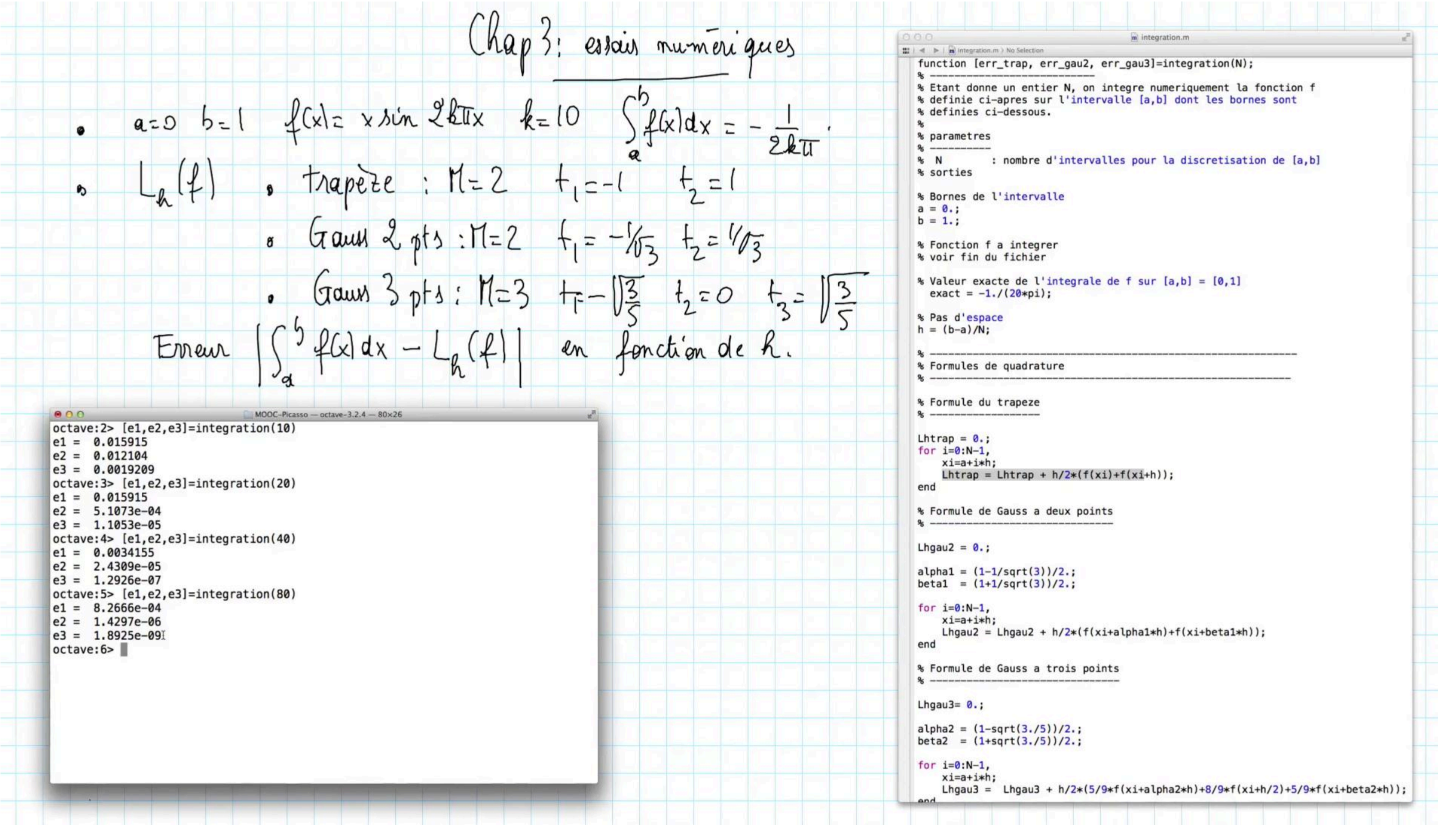


Voilà le programme en question. Donc, ce programme prend comme paramètre *n* le nombre de subdivisions d'intervalles *a b*, et nous donne en retour trois erreurs, l'erreur correspondant à la formule du trapèze, l'erreur correspondant à la formule de Gauss à deux points, et l'erreur correspondant à la formule de Gauss à trois points. Donc, *h*, c'est *b* moins *a* sur *n*, c'est le pas d'espace qui la tend vers zéro, et donc, par exemple, dans le cas de la formule du trapèze, la fonction *l h* de *f* est donnée par la formule suivante: Donc, vous voyez, c'est la somme des *h* sur *2f* en *xi* plus *f* en *xi* plus 1. Donc, si je lance ce programme maintenant, donc *e1*, *e2*, *e3* égale intégration de 10. Ici, avec *n* égale 10, et bien l'erreur correspond à la formule du trapèze 0.016, formule de Gauss à deux points 0.012, formule de Gauss à trois points 0.019. Alors maintenant, je refais le même calcul avec non pas 10 points, mais 20 points, cette fois-ci, 2 fois plus de points, alors vous voyez que l'erreur de la formule du trapèze n'a pas diminué parce que vous avez vu que la fonction en sinus oscillait beaucoup.

Notes

Summary

2m 29s

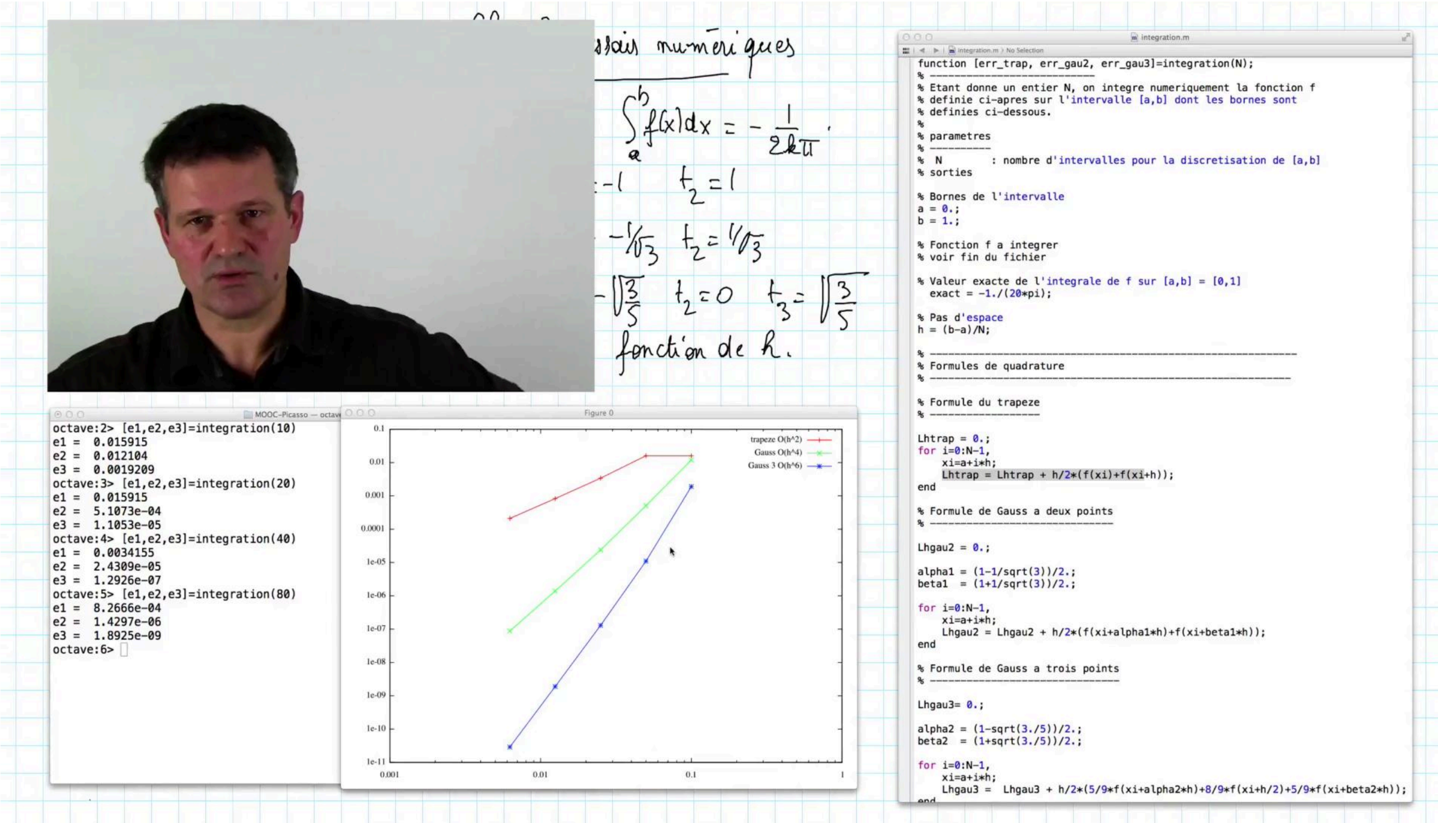


Il faut un certain nombre de points pour que l'approximation soit correcte. Par contre, vous voyez ici que l'erreur qui correspond à la formule de... de Gauss à deux points a bien diminué et encore plus pour la formule de Gauss à trois points, donc je continue. Ici, je mets *n* égale 40, et cette fois-ci, vous observez que les trois erreurs diminuent, donc je continue encore. Donc, vous voyez l'erreur 10 moins 4, 10 moins 6, 10 moins 9 pour l'erreur de Gauss à trois points, et maintenant la question, c'est de savoir: Est-ce qu'elle diminue avec la bonne vitesse? Est-ce que cette vitesse correspond à la vitesse théorique qui a été annoncé dans le théorème du cours?

Notes

Summary

3m 39s



Donc, sur ce dessin, nous avons tracé l'erreur en fonction, donc l'erreur en *y*, en fonction de *h* en *x*, en échelle log-log, et donc on observe que les points sont situés sur des droites qui ont des pentes différentes. La formule du trapèze nous donne une droite de pente 2, ce qui indique que l'erreur est en haut de h^2. La formule de Gauss à deux points sur une droite de pente 4, ce qui indique que l'erreur est en haut de *h4*, et la formule de Gauss à trois points sur une droite de pente 6, ce qui indique que l'erreur est en haut de *h6*. Nous retrouvons ainsi les résultats théoriques qui ont été énoncés dans le cours.

Notes

Summary

4m 26s