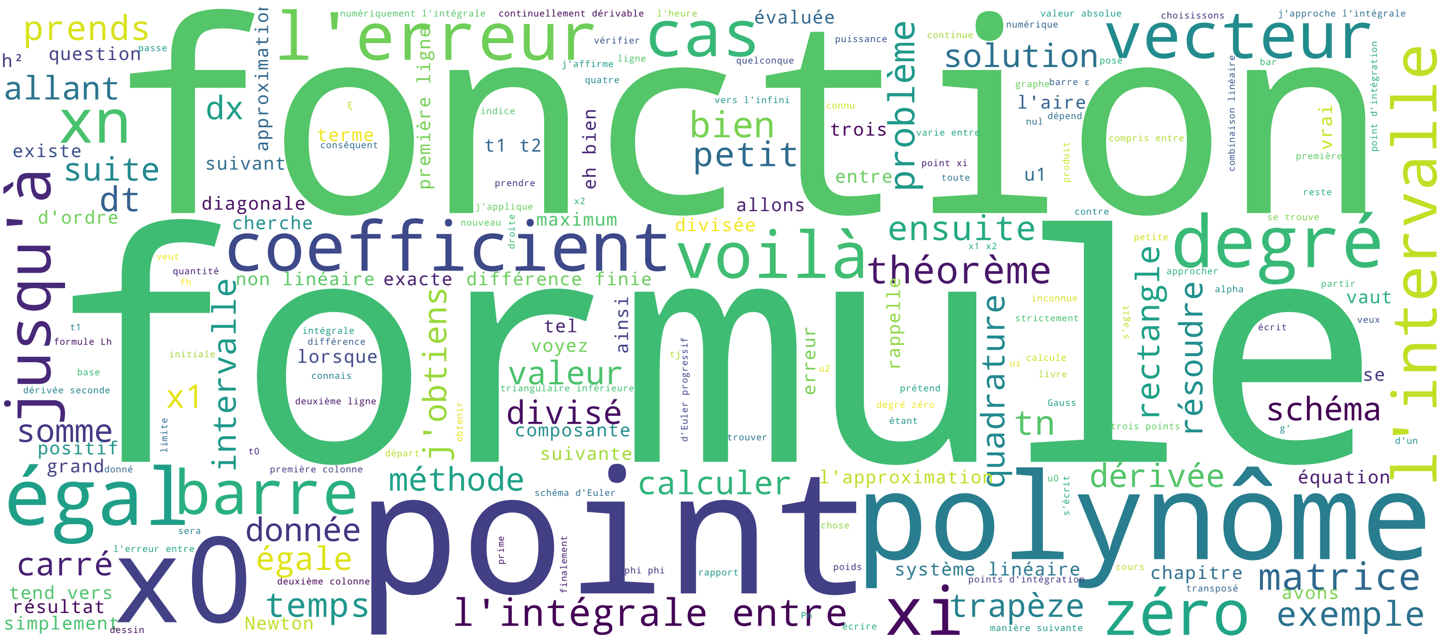
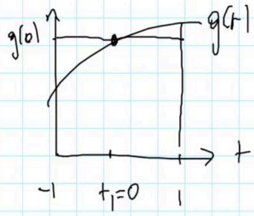


Search MOOC

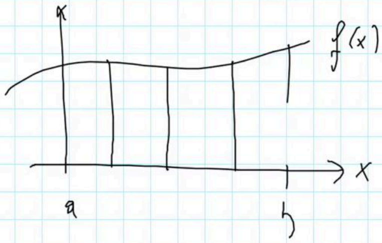
Video

Chap 3 : Formule du rectangle, du trapèze

Rectangle :



$J(g) = 2g(0)$ $\quad L_h(f) = h \sum_{i=0}^{N-1} f\left(x_i + \frac{h}{2}\right)$



Appliquons les résultats du théorème 3.1 au cas de la formule du rectangle et du trapèze. Dans le cas de la formule du rectangle, je vous rappelle qu'il s'agit d'intégrer, d'approcher numériquement l'intégrale entre moins un et un de la fonction g de t dt, et cette intégrale, dans le cas de la formule du rectangle, nous choisissons le point d'intégration un, et à ce point d'intégration qui est le point zéro, nous choisissons ici d'évaluer la fonction g en zéro et donc l'approximation de l'intégrale entre moins un et un de g de t dt, c'est tout simplement l'aire du rectangle de hauteur g de zéro et c'est donc deux fois g en zéro puisque l'intervalle moins un, un a comme longueur deux. Donc par conséquent, la formule Lh de f qui approche numériquement l'intégrale entre a et b de f de x dx est définie par h fois la somme sur tous les intervalles, i allant de zéro à n moins un, de f évaluée en xi plus h sur deux. Donc tout simplement, ce que je fais c'est que je reviens ici à l'intégrale, donc x qui varie entre a et b. Je veux intégrer la fonction f entre a et b. Je coupe l'intervalle a, b en sous intervalle de longueur constante.

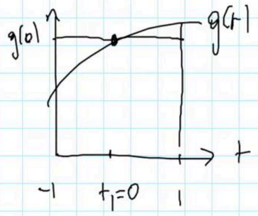
Notes

Summary

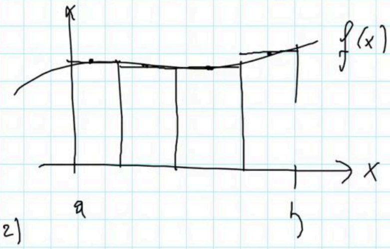
0m 00s

Chap 3 : Formule du rectangle, du trapèze

Rectangle :



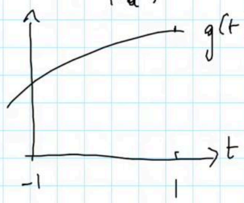
$J(g) = 2g(0)$ $\quad L_h(f) = h \sum_{i=0}^{N-1} f(x_i + \frac{h}{2})$



$\int_{-1}^{1} p(t)\,dt = J(p) \quad \forall\ p \in \cancel{\mathbb{P}_0}\ \mathbb{P}_1$

thm 3.1 : $f \in \mathcal{C}^2[a,b]$ $\quad \left| \int_a^b f(x)\,dx - L_h(f) \right| = O(h^2)$

Trapèze :



Je prends la valeur en chaque point milieu de chaque intervalle et j'approche l'intégrale par la somme des aires de chacun des rectangles. Alors clairement, la formule de quadrature est exacte pour les polynômes de degré zéro, c'est-à-dire que si je prends p de t, un polynôme de degré zéro, l'intégrale entre -1 et 1 de p de t dt est égale à j de p, par construction. Ceci est vrai pour tout polynôme p de degré zéro mais la formule est aussi vraie pour tout p, polynôme de degré un. Il faut le vérifier mais j'affirme que c'est vrai. Par conséquent, si j'applique le théorème 3.1, la page précédente, eh bien, si la fonction f est deux fois continuellement dérivable sur l'intervalle a, b, l'erreur entre intégrale a et b de f de x dx et son approximation, Lh de f, qui est donnée par cette formule-là, cette erreur est un grand O de h carré. Sous-entendu, à chaque fois que h est divisé par deux, l'erreur est divisée par quatre. Alors dans le cas de la formule du trapèze, les choses sont similaires. Donc je vous rappelle que la formule du trapèze était construite de la manière suivante : donc t, qui varie entre moins un et un. Voilà le graphe de la fonction g.

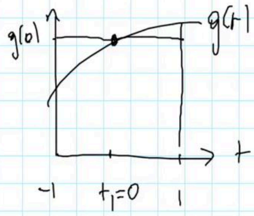
Notes

Summary

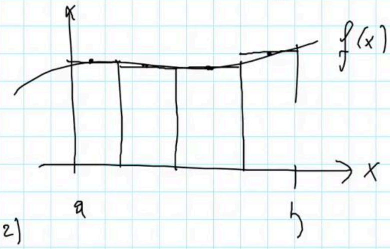
1m 38s

Chap 3: Formule du rectangle, du trapèze

Rectangle :



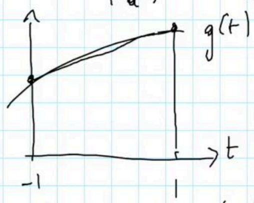
$J(g) = 2g(0)$ $\quad L_h(f) = h \sum_{i=0}^{N-1} f(x_i + \frac{h}{2})$



$\int_{-1}^{1} p(t)dt = J(p) \quad \forall\ p \in \cancel{\mathbb{P}_0}\ \mathbb{P}_1$

thm 3.1 : $f \in \mathcal{C}^2[a,b] \quad \left|\int_a^b f(x)dx - L_h(f)\right| = O(h^2)$

Trapèze :



$J(g) = g(-1) + g(1) \quad L_h(f) = \frac{h}{2} \sum_{i=0}^{N-1} \left(f(x_i) + f(x_{i+1})\right)$

$\int_{-1}^{1} p(t)dt = J(p) \quad \forall\ p \in \mathbb{P}_1$

thm 3.1 : $f \in \mathcal{C}^2[a,b] \quad \left|\int_a^b f(x)dx - L_h(f)\right| = O(h^2).$

Et on approche l'intégrale par l'aire du trapèze, qui est donnée par, donc, j de g, l'aire du trapèze c'est g en moins un, plus g en un. La formule Lh de f pour approcher l'intégrale entre a et b de f de x dx est, cette fois-ci, donnée par h sur deux, somme sur les intervalles, si xi plus un, donc somme i allant de zéro à n moins un, de f évaluée en xi, plus f évaluée en xi plus un. Alors cette formule de quadrature, donc je prends p, un polynôme de degré un, comme sur le dessin ici, pour tout polynôme de degré un, j'affirme que l'intégrale entre moins un et un de p de t dt est égale à j de p. C'est faux pour un polynôme de degré deux. Par exemple, si je prends un polynôme de degré deux comme ça, vous voyez tout de suite que l'aire du trapèze n'est pas égale à l'intégrale entre moins un et un de p de t dt, pour un polynôme de degré deux. Donc c'est vrai pour un polynôme de degré un. Donc j'applique le théorème 3.1 et j'obtiens le même résultat que pour la formule du rectangle. Si f est deux fois continuellement dérivable sur l'intervalle a, b, l'erreur que je fais lorsque j'approche l'intégrale entre a et b de f de x dx avec la formule Lh de f, qui se trouve ici, eh bien, cette erreur est également d'ordre h carré. Ce qui veut dire que chaque fois que h est divisé par deux, l'erreur est divisée par au moins quatre.

Notes

Summary

3m 24s