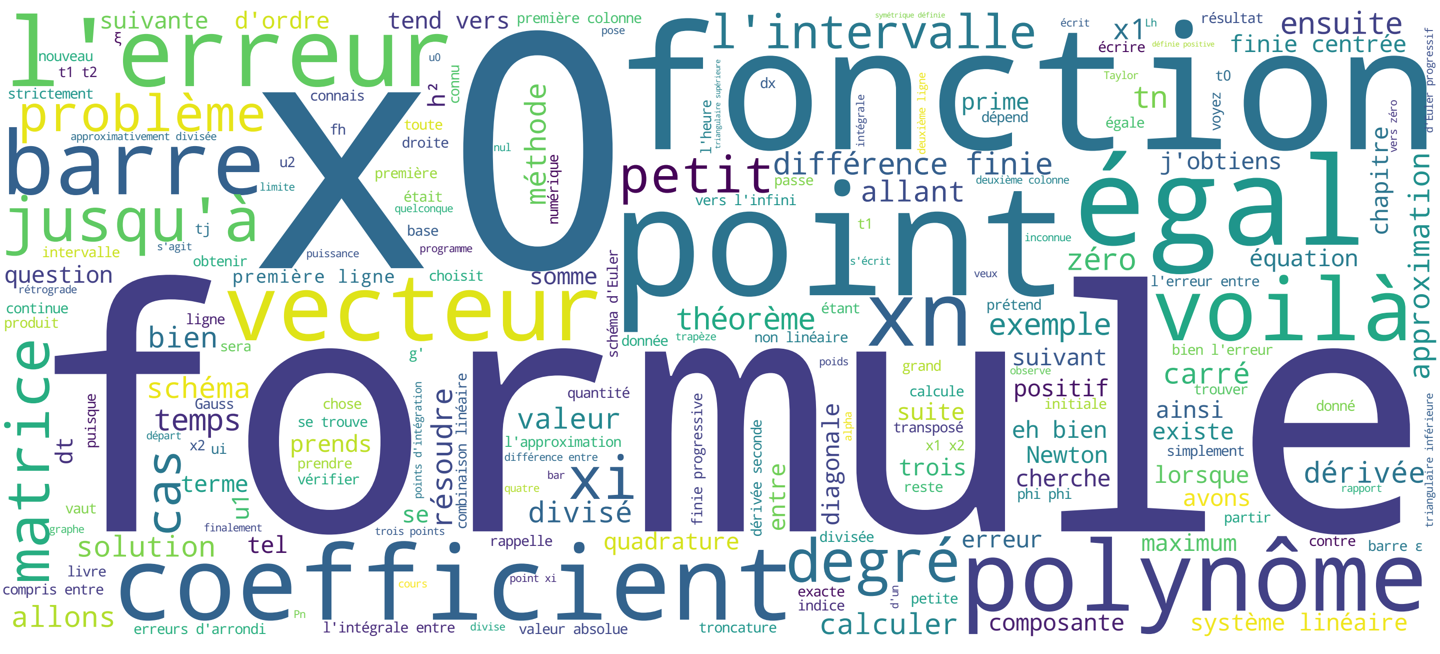
Dérivées numériques d'ordre 1 – Formule de différences finies centrée (2)

Introduction à l'analyse numérique

Prof. Marco Picasso



Search MOOC

Video

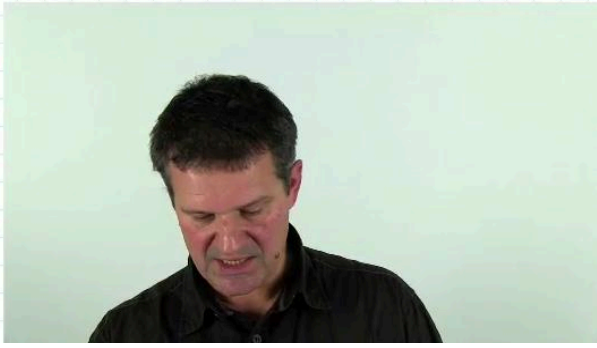
EPFL

Dériv. num. ordre 1 : Formule diff. finie centrée

$$\left| f'(x_0) - \frac{f(x_0+h/2) - f(x_0-h/2)}{h} \right| = O(h^2)$$

$f(x) = \sin x$ $x_0 = 1$

h	erreur
10^{-1}	$2.2\ 10^{-4}$
10^{-2}	$2.3\ 10^{-6}$
10^{-3}	$2.3\ 10^{-8}$
10^{-4}	$2.2\ 10^{-10}$
10^{-5}	$5.5\ 10^{-12}$
10^{-6}	$2.8\ 10^{-11}$



Nous allons maintenant vérifier que la formule de différence finie centrée est bien d'ordre deux en h. Donc l'erreur entre f prime de x0 et son approximation par une formule de différence finie centrée est en h carré. Donc on choisit une fonction f, par exemple sinus x. On choisit un point x0, par exemple x0 égal 1. Et on a à disposition un programme qui pour un h, nous calcule l'erreur, c'est-à-dire la différence entre f prime de x0 et son approximation par la formule de différence finie centrée. Donc pour h égal 10 moins 1, on observe une erreur de 2,2 10 moins 4. Donc la formule est bien plus précise que la formule de différence finie progressive ou rétrograde. Mais on s'y attendait puisqu'elle est en h carré au lieu de h. Pour 10 moins 2, eh bien, l'erreur est approximativement divisée par-- Donc j'ai divisé h par 10, l'erreur est approximativement divisée par 100. Pour 10 moins 3, je divise encore l'erreur par 100. 10 moins 4, aussi. Pour 10 moins 5, l'erreur ne se divise pas par 100 mais par moins. Et pour 10 moins 6, l'erreur remonte. Donc, ce que j'ai observé ici, c'est que l'erreur de troncature, donc si h est modérément petit, c'est l'erreur de troncature qui domine, troncature dans la formule de Taylor.

Notes

Summary

0m 03s

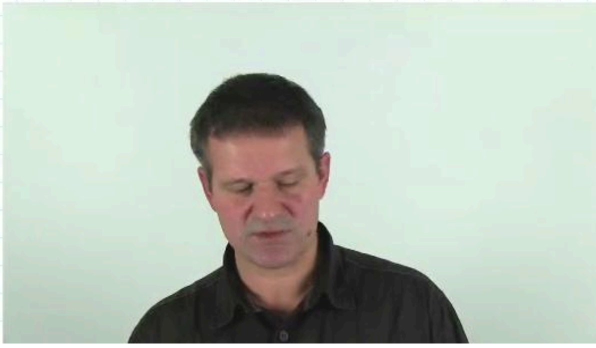
Dériv. num. ordre 1 : Formule diff. finie centrée

$$\left| f'(x_0) - \frac{f(x_0+h/2) - f(x_0-h/2)}{h} \right| = O(h^2)$$

$f(x) = \sin x \qquad x_0 = 1$

h	erreur
10^{-1}	$2.2 \; 10^{-4}$
10^{-2}	$2.3 \; 10^{-6}$
10^{-3}	$2.3 \; 10^{-8}$
10^{-4}	$2.2 \; 10^{-10}$
10^{-5}	$5.5 \; 10^{-12}$
10^{-6}	$2.8 \; 10^{-11}$

Si $h < 10^{-5}$ obs. effet erreurs d'arrondi.



Et si h est petit, très petit, eh bien, l'erreur d'arrondi prend le dessus. Donc si h est plus petit que 10 moins 5, alors on observe l'effet des erreurs d'arrondi. Et nous allons maintenant essayer d'expliquer l'origine de ces erreurs d'arrondi.

Notes

Summary

1m 18s