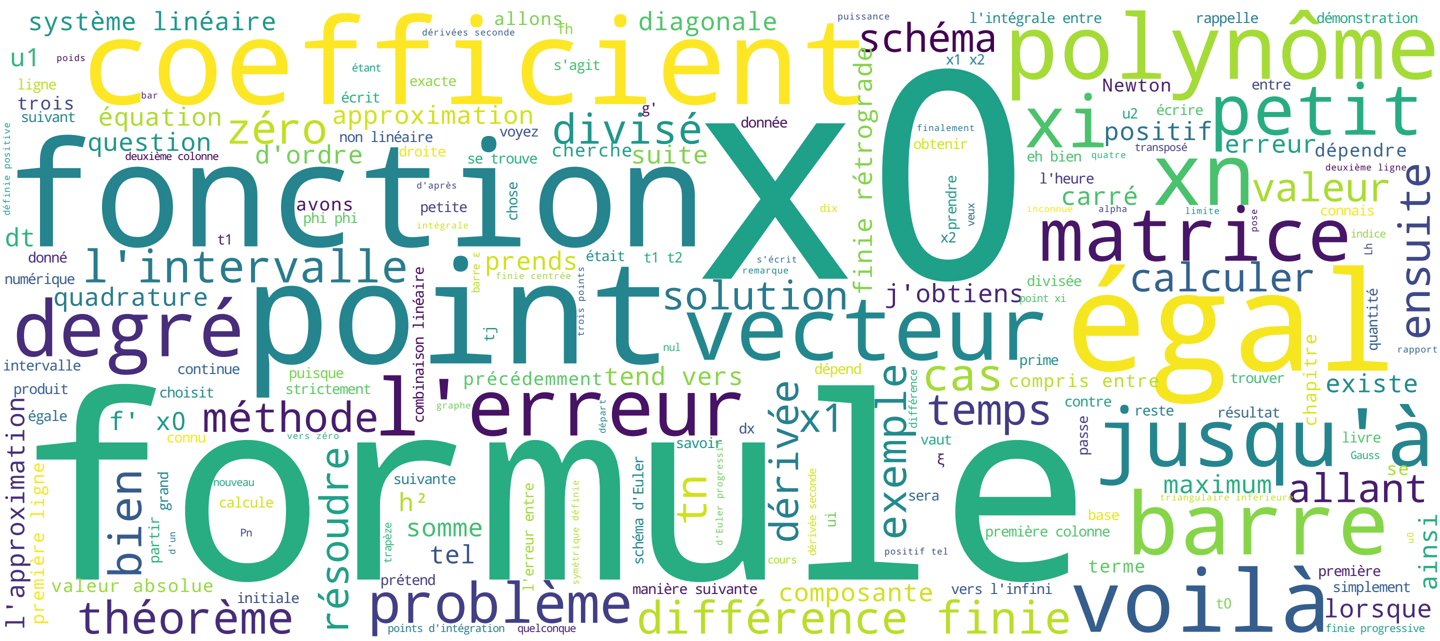
Dérivées numériques d'ordre 1 – Formule de différences finies rétrograde

Introduction à l'analyse numérique

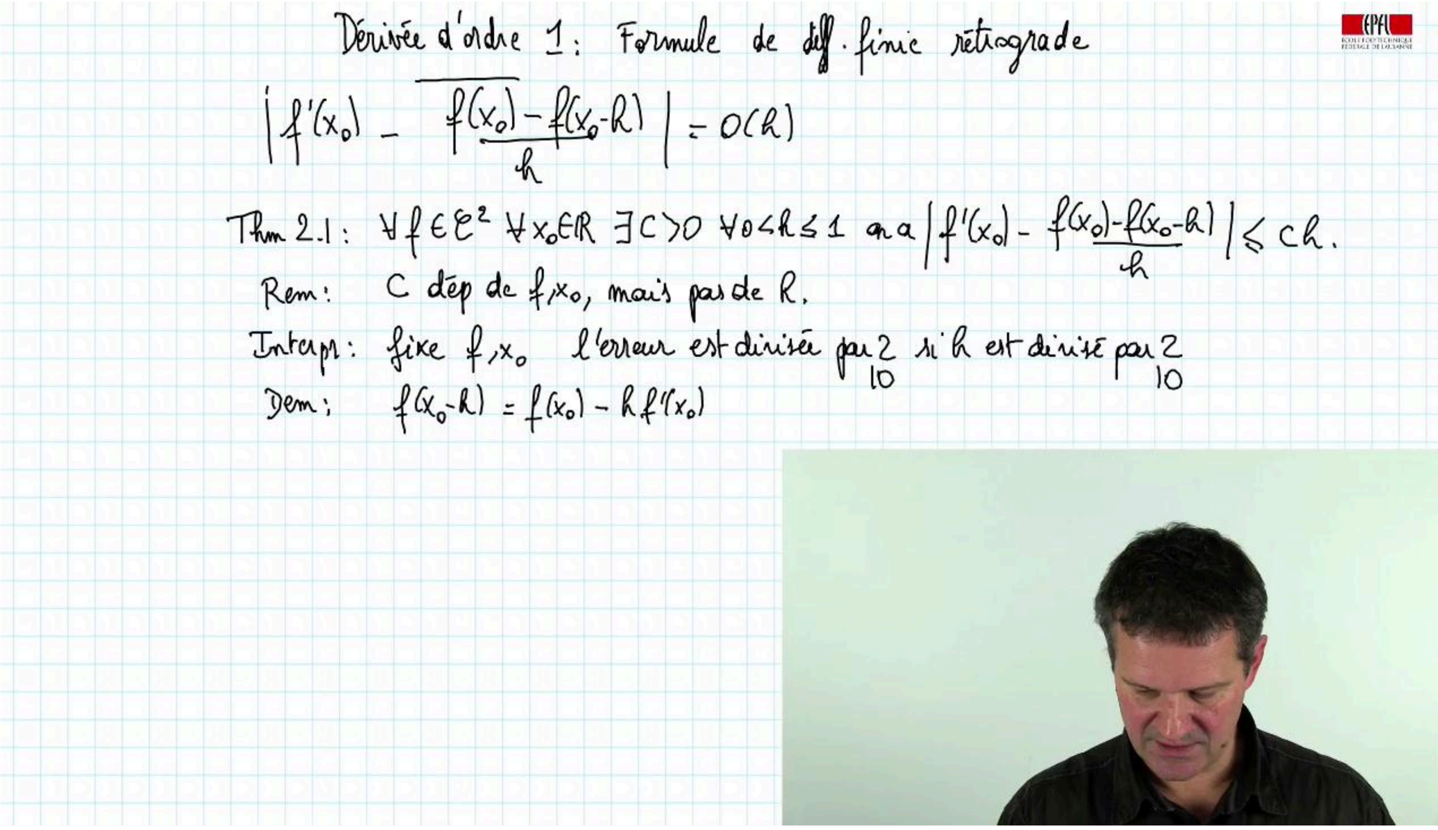
Prof. Marco Picasso



Search MOOC

Video

EPFL



Il s'agit maintenant de préciser l'écriture suivante, l'erreur entre f'(x0) et son approximation par une formule de différence finie rétrograde, à savoir, (f(x0) - f(x0-h))/h progressive. Donc on peut même énoncer le théorème suivant, il y a le théorème 2.1 dans le cadre de la formule de différence finie rétrograde, et bien pour toute fonction f, pour tout x0 dans R il existe un c positif tel que pour tout h compris entre 0 et 1, on a l'erreur f'(x0) moins l'approximation par une formule de différence finie rétrograde, cette erreur est comme précédemment, plus petit ou égal à c fois h. Donc, comme précédemment, on peut faire la remarque que c, d'après l'ordre des quantificateurs, c peut dépendre de f et x0, mais ne peut pas dépendre de h. Comme précédemment, on interprète le résultat de la manière suivante : on choisit une fonction f, on choisit un x0, donc l'erreur, c'est à dire, f'(0) moins l'approximation par une formule de différence finie rétrograde, cette erreur est divisée par deux si h est divisé par deux, ou par dix si h est divisé par dix. La démonstration, je la laisse en exercice, elle est tout à fait similaire à la démonstration précédente, on écrit f(x0 - h) = f(x0) -h.f'(x0) etc.

Notes

Summary

0m 04s

Dérivée d'ordre 1 : Formule de diff. finie rétrograde

$$\left| f'(x_0) - \frac{f(x_0)-f(x_0-h)}{h} \right| = O(h)$$

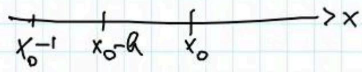
Thm 2.1 : $\forall f \in \mathcal{C}^2 \; \forall x_0 \in \mathbb{R} \; \exists C > 0 \; \forall 0 < h \leq 1$ on a $\left| f'(x_0) - \frac{f(x_0)-f(x_0-h)}{h} \right| \leq Ch.$

Rem : C dép de f, x_0, mais pas de h.

Interpr : fixe f, x_0 l'erreur est divisée par $\genfrac{}{}{0pt}{}{2}{10}$ si h est divisé par $\genfrac{}{}{0pt}{}{2}{10}$

Dem : $f(x_0-h) = f(x_0) - h f'(x_0) \ldots\ldots$

$$C = \frac{1}{2} \max_{x_0-1 \leq x \leq x_0} |f''(x)|$$



On doit exhiber pour finir un c dans le théorème, qui peut dépendre de f et x0 mais pas de h, et le c en question sera une demie du maximum des dérivées secondes en valeur absolue, x compris entre-- vous avez x0 ici, x0 - h on sait que h est plus petit que 1 donc vous avez ici x0 - 1, et donc je vais prendre le maximum entre (x0 - 1) et x0, vous pouvez faire des essais numériques et observer le même phénomène que pour la formule de différence finie progressive.

Notes

Summary

2m 00s