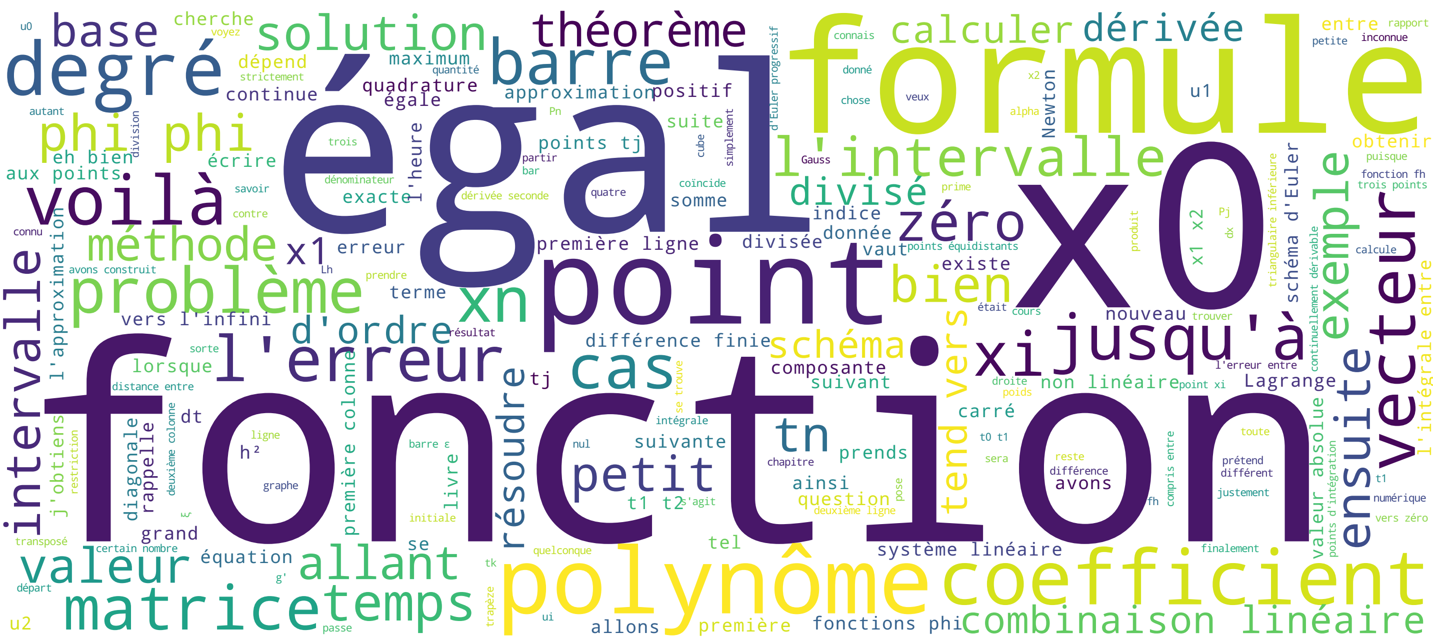
Résumé

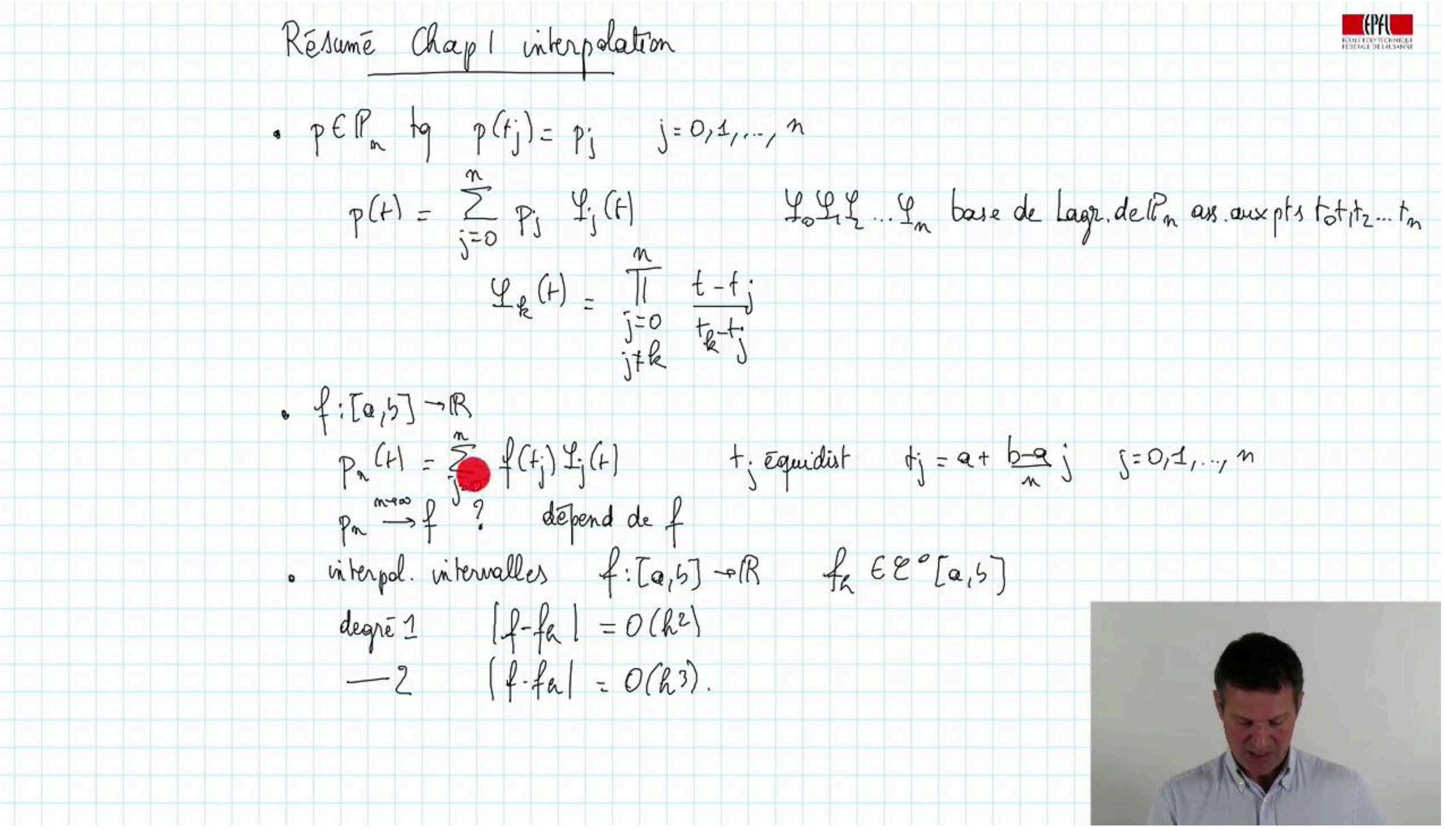
Introduction à l'analyse numérique

Prof. Marco Picasso



Search MOOC

Video



Voilà un petit résumé de ce premier chapitre interpolation. Donc le problème que nous nous sommes posé c'est : nous cherchons un polynôme de degré n, tel que P en tj soit égal à Pj, les valeurs tj et Pj étant données pour tous les indices j allant de zéro à n. La solution du problème s'écrit comme une combinaison linéaire des fonctions phi 0, phi 1, phi 2, phi n, qui forment la base de Lagrange des polynômes de degré n et qui dépendent du choix des points t0, t1, tn. Donc la solution est une combinaison linéaire de ces fonctions phi 0, phi 1, phi 2, phi n, et les coefficients de la combinaison linéaire sont justement les valeurs qui sont données donc, P de t égal somme sur j allant de zéro à n des Pj fois phi j de t. La k-ème fonction de base de la base de Lagrange est un polynôme de degré n qui doit s'annuler aux points tj, j différent de k. Donc au numérateur, vous avez des monômes t moins tj et au dénominateur, vous avez une division par tk moins tj, de sorte que phi k en tk soit égal à un. Voilà ce qu'il faut absolument savoir pour l'examen. Maintenant, on a ensuite considéré une fonction f, définie sur un intervalle a, b, continue.

Notes

Summary

0m 03s

Résumé Chap 1 interpolation

- $p \in \mathbb{P}_n$ tq $p(t_j) = p_j \quad j = 0, 1, \dots, n$

$$p(t) = \sum_{j=0}^{n} p_j \, \varphi_j(t)$$

$\varphi_0 \varphi_1 \varphi_2 \dots \varphi_n$ base de Lagr. de $\mathbb{P}_n$ ass. aux pts $t_0 t_1 t_2 \dots t_n$

$$\varphi_k(t) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^{n} \frac{t - t_j}{t_k - t_j}$$

- $f : [a,b] \to \mathbb{R}$

$$p_n(t) = \sum_{j=0}^{n} f(t_j) \, \varphi_j(t)$$

t_j équidist $t_j = a + \frac{b-a}{n} j \quad j = 0, 1, \dots, n$

$p_n \xrightarrow{n \to \infty} f$? dépend de f

- interpol. intervalles $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ $f_h \in \mathcal{C}^0[a,b]$

degré 1 $|f - f_h| = O(h^2)$

— 2 $|f - f_h| = O(h^3)$.

Et nous avons construit le polynôme de degré n qui coïncide avec la fonction f en un certain nombre de points tj, équidistants, sur l'intervalle a, b. Et donc Pn de t est une combinaison linéaire, de nouveau, de ces fonctions phi j, les fonctions de base de la base de Lagrange. Les coefficients de la combinaison linéaire se sont les valeurs de la fonction f aux points tj, et lorsque n tend vers l'infini, on se pose la question de savoir est-ce que Pn s'approche de plus en plus de la fonction f ? Et là, le résultat d'un théorème, c'est que ceci dépend de la dérivée d'ordre n plus un de la fonction f. Donc nous avons considéré un autre problème et l'interpolation par intervalles. Nous avons construit fh, l'interpolant par intervalles de la fonction f. Donc h, nous avons pris des points équidistants, h c'est la distance entre deux points consécutifs qui est destinée à tendre vers zéro. Donc fh est une fonction qui est seulement continue. Elle coïncide avec la fonction f sur ces points équidistants et la restriction de cette fonction fh sur chaque intervalle est un polynôme de degré un. Dans ce cas-là, l'erreur entre f et fh est une erreur qui est d'ordre h carré, pour autant que la fonction f soit deux fois continuellement dérivable.

Notes

Summary

1m 24s

Résumé Chap 1 interpolation

- $p \in \mathbb{P}_n$ tq $p(t_j) = p_j \quad j = 0, 1, \dots, n$

$$p(t) = \sum_{j=0}^{n} p_j \, \varphi_j(t) \qquad \varphi_0 \varphi_1 \varphi_2 \dots \varphi_n \text{ base de Lagr. de } \mathbb{P}_n \text{ ass. aux pts } t_0 t_1 t_2 \dots t_n$$

$$\varphi_k(t) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^{n} \frac{t - t_j}{t_k - t_j}$$

- $f : [a,b] \to \mathbb{R}$

$$p_n(t) = \sum_{j=0}^{n} f(t_j) \varphi_j(t) \qquad t_j \text{ équidist} \quad t_j = a + \frac{b-a}{n} j \quad j = 0, 1, \dots, n$$

$p_n \xrightarrow{n \to \infty} f$? dépend de f

- interpol. intervalles $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ $\quad f_h \in \mathcal{C}^0[a,b]$

degré 1 $\quad |f - f_h| = O(h^2)$

— 2 $\quad |f - f_h| = O(h^3)$.

Et si vous prenez maintenant un interpolant, donc une fonction fh dont la restriction sur chaque intervalle est un polynôme de degré deux, eh bien, vous obtenez que la distance entre f et fh est d'ordre h cube, c'est-à-dire divisée par deux puissance trois, huit, chaque fois que h est divisé par deux.

Notes

Summary

2m 44s